



ETSI Telecomunicación

Instrumentación Electrónica

Apuntes de Pak

Instrumentación Electrónica

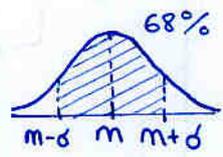
Apuntes de Pak (Fco. J. Rodríguez Fortuño)
ETSI Telecomunicación. Universidad Politécnica de Valencia.
Segundo cuatrimestre de 3^{er} curso
Curso 2005/2006

Contenido:

- Resúmenes (no son referencias rápidas: no incluyen todo el temario)
- Apuntes extensos de la asignatura

Fecha de última actualización: 29 Febrero 2008

Resumen Tema 1



Incertidumbre típica = desviación típica del mensurando
 Incertidumbre expandida = $k \cdot$ incert. típica \Rightarrow 95%

$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$

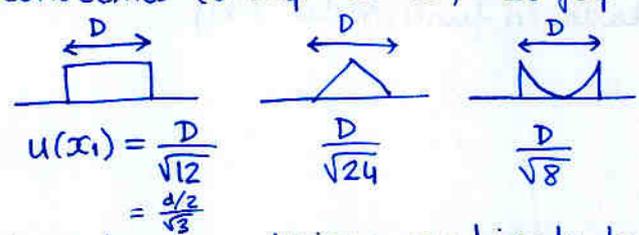
A. De cada variable tenemos n muestras

$$x_1 = \frac{x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n}}{n} = \frac{\sum x_{1i}}{n}$$

$$u(x_1) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} [(x_{11} - x_1) + (x_{12} - x_1) + \dots + (x_{1n} - x_1)]} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_k (x_{1k} - x_1)}$$

$$= \frac{s(x_1)}{\sqrt{n}}$$
 ← raíz de la varianza de las muestras $= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_{1i} - \bar{x}_1)}$

B. Conocemos (o suponemos) la fdp



La incertidumbre de y se obtiene mediante la ley de propagación de incertidumbre

u_c^2	x_1	x_2	...	x_N
x_1			...	
x_2			...	
...
x_N			...	

$c_1 \cdot c_N \cdot u(x_1, x_N)$: se suman 2 veces cada uno (simetría)

$c_i^2 \cdot u^2(x_i)$: elementos de la diagonal

$[u_c(y)]^2 = \sum \sum$ cada casilla del tablero = incertidumbre combinada

siendo $c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$

$$u(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - x_i)(x_{jk} - x_j)$$

Casos típicos:

coeficiente de correlación

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)} \in [-1, 1]$$

si $r=1 \Rightarrow u(x_i, x_j) = u(x_i) \cdot u(x_j)$

$$\Rightarrow u_c(y) = c_1 \cdot u(x_1) + c_2 \cdot u(x_2) + \dots + c_N \cdot u(x_N)$$
 ← $u_c^2 = (\text{diag})^2$

si $r=0 \Rightarrow u(x_i, x_j) = 0$

$$\Rightarrow u_c(y) = \sqrt{(c_1 \cdot u(x_1))^2 + (c_2 \cdot u(x_2))^2 + \dots + (c_N \cdot u(x_N))^2}$$
 ← $u_c^2 = \text{diag}$

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

↳ grados de libertad de x_i

→ si tenemos n muestras → $\nu = n - 1$

→ si conocemos f_{dp} → $\nu = \infty$

grados de libertad de y

↳ fórmula de W-S:

(no hace falta usarla si $\nu_i \geq 9 \forall i$ ya que entonces $k=2$)

$$\nu_{eff} = \frac{[u_c(y)]^4}{\frac{[c_1 \cdot u(x_1)]^4}{\nu_1} + \frac{[c_2 \cdot u(x_2)]^4}{\nu_2} + \dots}$$

redondear al entero inferior

Incertidumbre expandida

$$U(y) = k \cdot u_c(y)$$

↳ $k=2$ si $\nu_i \geq 9 \forall i$ (i.e. ≥ 10 muestras para cada x_i)

↳ tabulado en función de ν_{eff}

ν_{eff}	k	ν_{eff}	k	ν_{eff}	k
1	3.00	10	2.23	20	2.09
2	2.57	15	2.13	30	2.04
3	2.31	20	2.09	40	2.02
4	2.18	30	2.04	50	2.01
5	2.10	40	2.02	60	2.00
6	2.06	50	2.01	80	2.00
7	2.03	60	2.00	100	2.00
8	2.01	80	2.00		
9	2.00	100	2.00		
10	2.00				

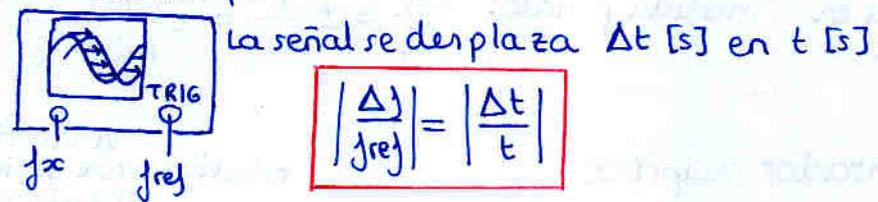
Resumen Tema 3 Instrumentos de medida tiempo-frecuencia

Metodos de medida por comparación:

↓
cuidado;
resumen poco
exhaustivo:
me dejo cosas
importantes

Para medir la frecuencia teniendo una f_{ref}

• medida de tiempo:



$$\left| \frac{\Delta t}{f_{ref}} \right| = \left| \frac{\Delta t}{t} \right|$$

• medida de fase:

en t_1 miden fase ϕ_1
en t_2 miden fase ϕ_2

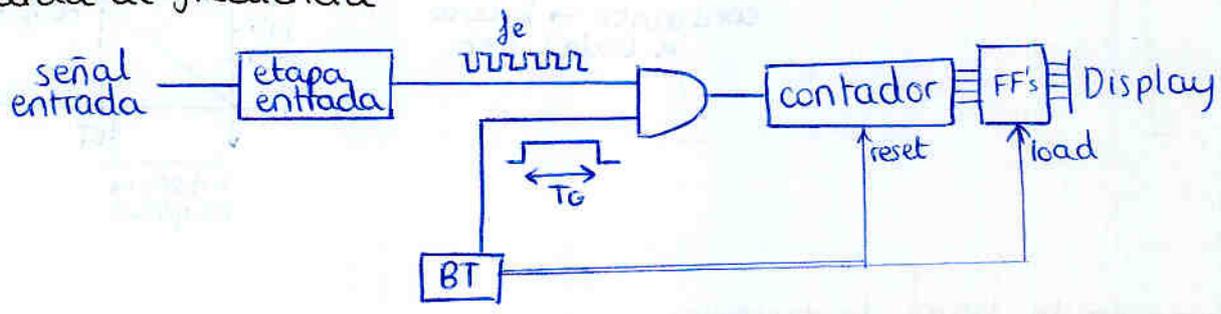
$$\frac{\Delta t}{f_{ref}} = - \frac{\Delta \phi}{\phi} = - \frac{(\phi_2 - \phi_1) [\text{rad}]}{2\pi f_{ref} \cdot \Delta t}$$

$\phi = \omega_{ref} \Delta t$

Instrumentos basados en contadores

- contador directo

medida de frecuencia



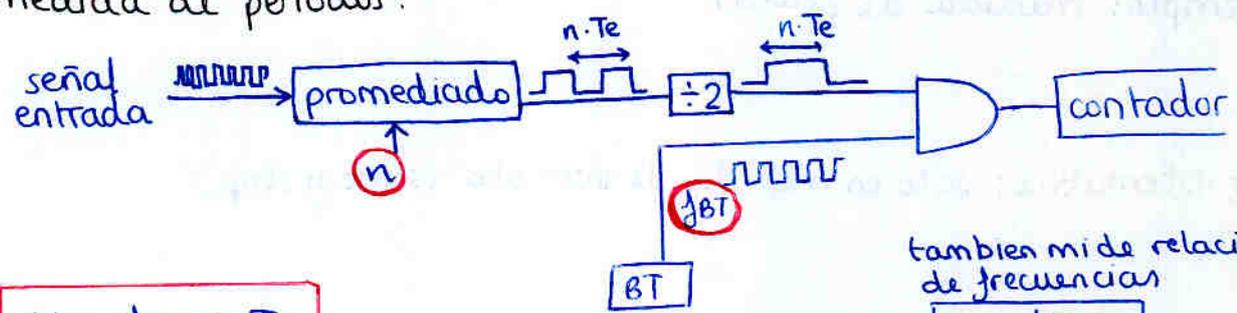
$$N = f_e \cdot T_G \quad \text{Resol} = \frac{1}{T_G}$$

(la inversa de la cte de proporcionalidad de lo que medimos con N)

Digitos: $T_G = 1s \rightarrow \text{Resol} = 1\text{Hz} \rightarrow N = \boxed{547} = 547 \text{ Hz}$

$T_G = 10s \rightarrow \text{Resol} = 0.1\text{Hz} \rightarrow N = \boxed{547.2} = 547.2 \text{ Hz}$

medida de periodos:



$$N = f_{BT} \cdot n \cdot T_e$$

$$\text{Resol} = \frac{1}{f_{BT} \cdot n}$$

Podemos ajustar tanto n como f_{BT}

tambien mide relacion de frecuencias

$$N = \frac{f_{BT}}{f_e} \cdot n$$

Fuentes de error en la medida

- Error de puerta o de ± 1 cuenta

Incertidumbre relativa

↓
muy usada en este tema

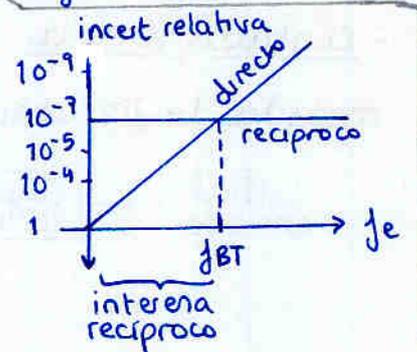
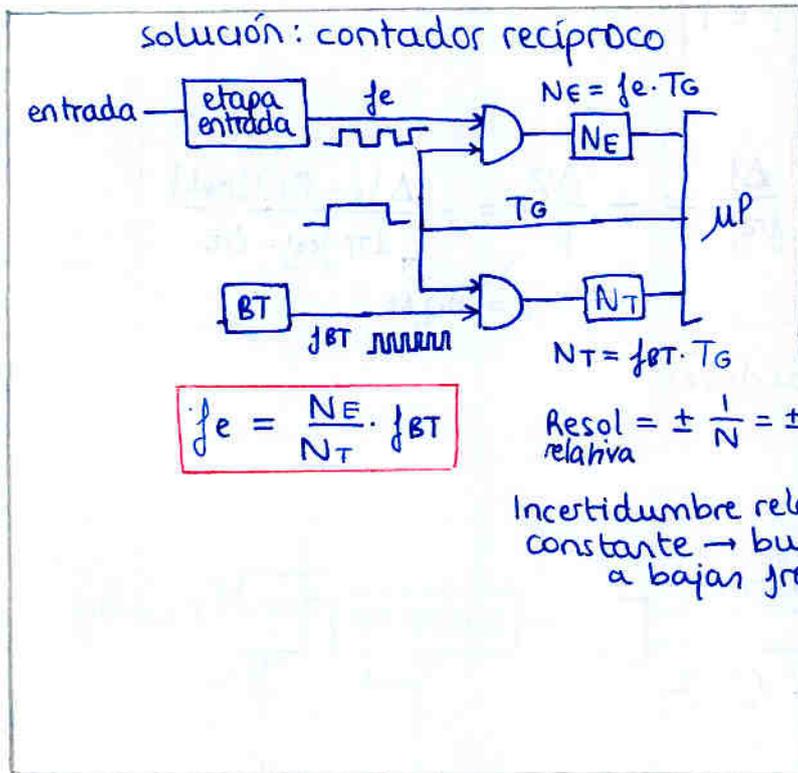
$$\text{medida frec: } \frac{\Delta f}{f_e} = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_e T_G}$$

$$\text{medida periodo: } \frac{\Delta T}{T_e} = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{n \cdot f_{BT} \cdot T_e}$$

la incertidumbre relativa crece peligrosamente al bajar la frecuencia (ya que $\Delta f = \pm \frac{1}{T_G}$ es fija para misma resolución)

lógico: error de ± 1 cuenta será peor relativamente cuanto menos sea f_e si mantenemos resolución

$$\Delta f = \pm 1 \cdot \text{resolución}$$



- Error en la base de tiempos

error en la frecuencia de oscilación del cristal

coincide incertidumbre relativa

$$\frac{u(T_G)}{T_G} = \frac{u(f_{BT})}{f_{BT}}$$

se obtiene del catálogo del oscilador (ej ppm)

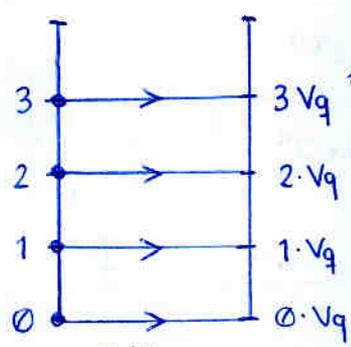
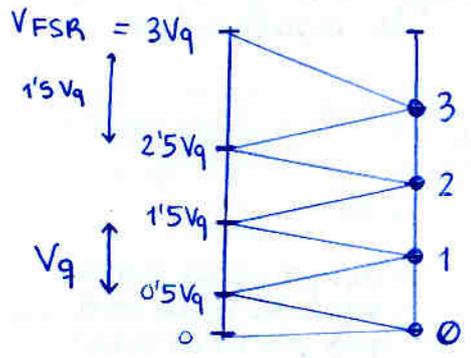
- Error de disparo

tenerlo en cuenta sólo cuando la señal de puerta es externa
ejemplo: medida de periodo

- Error sistemático: sólo en medida de intervalos (start y stop)

Instrumentación electrónica: Resumen Tema 4. Sistemas de adquisición

Cuantificación



$N_{max} = 2^n - 1$
 $N_{max} \cdot V_q = V_{FSR} - V_q$

$V_q = \frac{V_{FSR}}{2^n}$

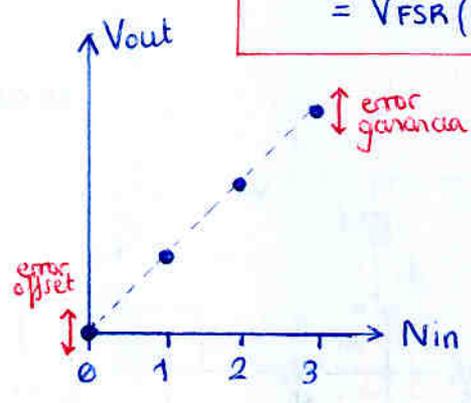
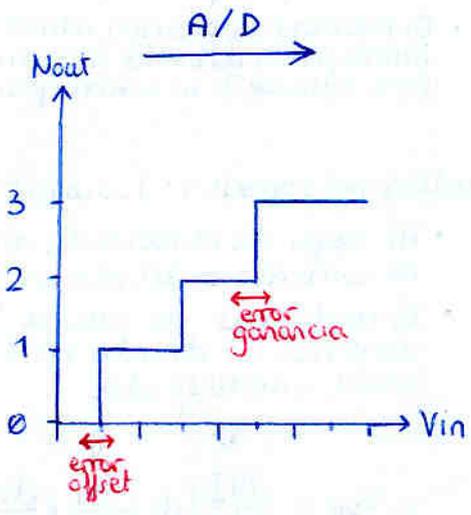
$= \frac{2 \cdot V_{FSR}}{2^n}$ bipolar

resol = V_q

$V_{FSR} \times$

1	1/4
1/2	1/2

$V_{out} = N \cdot V_q$
 $= V_{FSR} \left(\frac{d_{N-1}}{2} + \frac{d_{N-2}}{4} + \dots + \frac{d_0}{2^N} \right)$



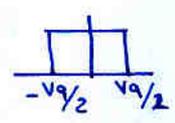
truco para recordar:
 el error de ganancia y offset se miden en el eje analógico

Ruido de cuantificación:

$\left(\frac{S}{N}\right)_q = \frac{V_e^2}{\bar{\epsilon}^2}$

pot ruido

$\epsilon^2 = \frac{V_q^2}{12}$

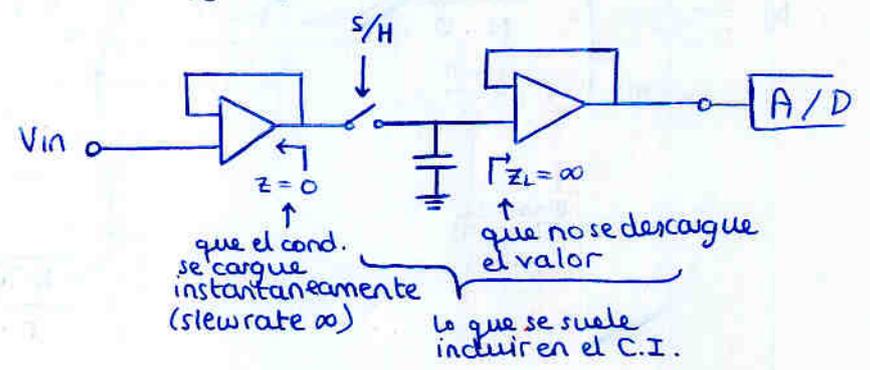


los fabricantes lo dan en el mejor caso

$V_e = V_{FSR} : \left(\frac{S}{N}\right)_q = \frac{V_{FSR}^2}{\epsilon^2}$

sample and Hold

El valor de entrada debe ser constante durante el t_c



interruptor

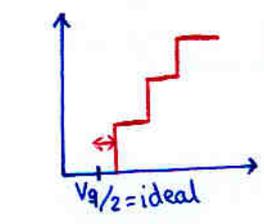
S → cond se carga a Vin
 H → cond mantiene Vin

que el cond. se cargue instantaneamente (slewrate ∞)
 que no se descargue el valor
 Lo que se suele incluir en el C.I.

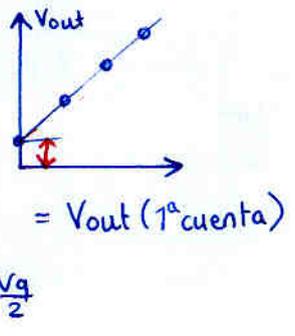
Errores

Error de offset

en A/D



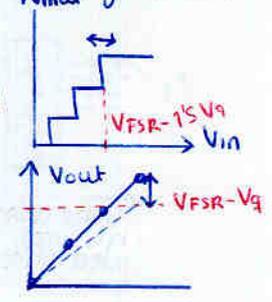
en D/A



Error de ganancia

se define con offset = 0
 en A/D = $V_{N-2 \rightarrow N-1} - V_{ideal} = V_{FSR} - 1.5V_q$
 en D/A = $V_{out}(N-1) - V_{ideal} = N_{max} \cdot V_q$

se pondra para cada código $V_{sin} = V - \frac{N}{N_{max}} \cdot \text{ganancia}$



ELI: $\max(V - V_{ideal})$
ELD: $\max(\Delta V - \Delta V_{ideal})$
 para 2 códigos consecutivos V_q

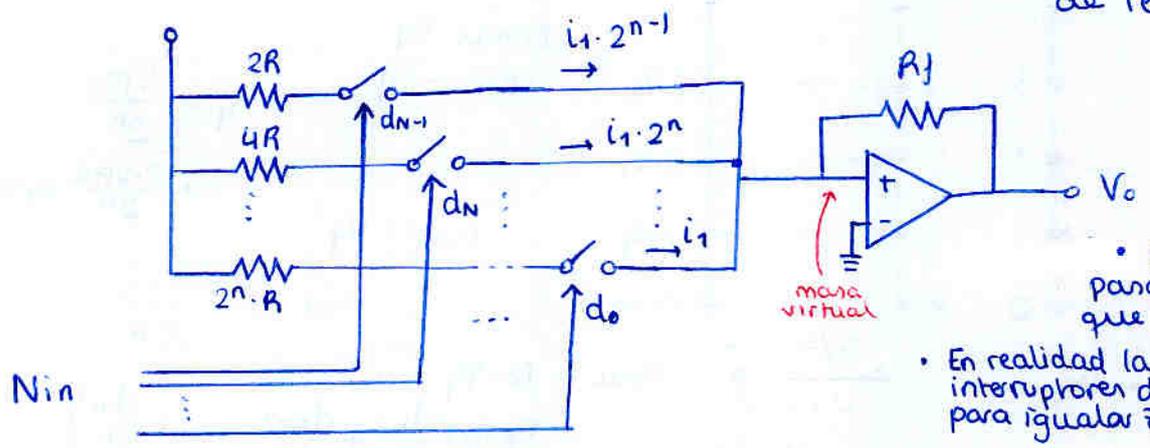
Errores linealidad

Implementaciones D/A



Convertidor ponderado:

• requiere rango enorme de resistencias

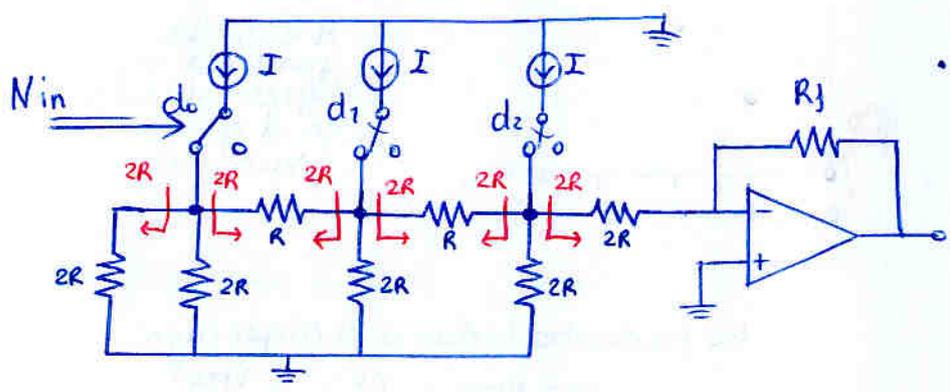


notas:

- por cada rama para la 1/2 de corriente que por la anterior
- En realidad la posición abierta de interruptores debería ir a masa para igualar Z en ambas posiciones

Convertidor en escalera R-2R

se analiza por superposición: 1 bit a 1

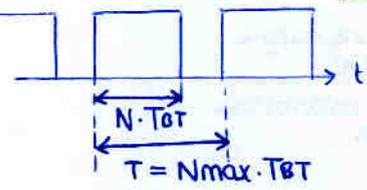
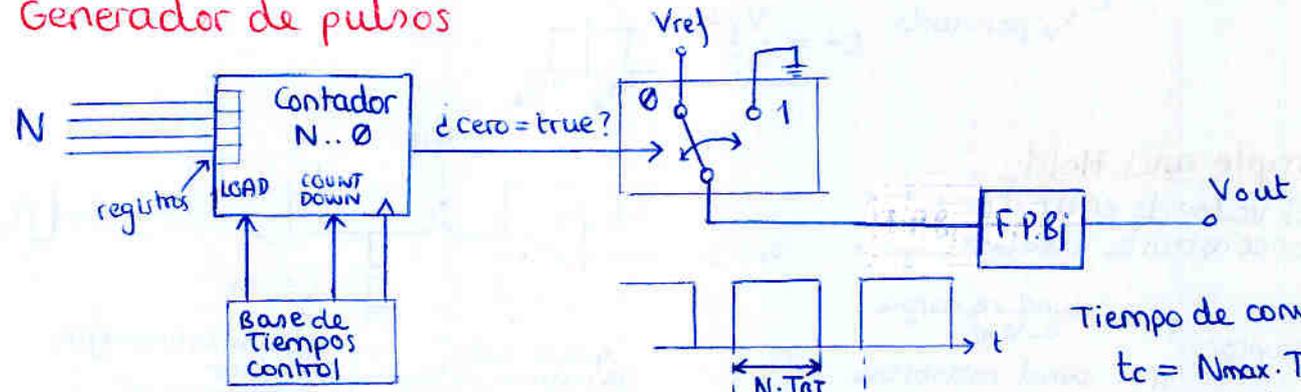


- Al llegar de la rama de arriba la corriente se divide en 3
- El tercio que va hacia la derecha se divide en 2 en cada encrucijada

$$V_{out} = -\frac{R_f I}{3} \left(d_2 + \frac{d_1}{2} + \frac{d_0}{4} \right)$$

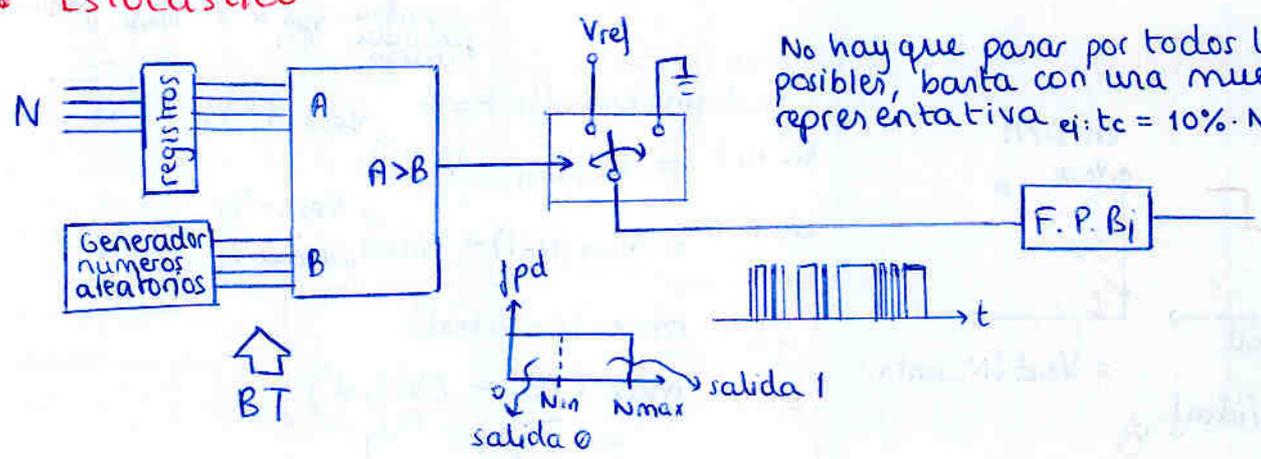
$$V_{out} = -\frac{2R_f I}{3} \left(\frac{d_2}{2} + \frac{d_1}{4} + \frac{d_0}{8} \right)$$

Generador de pulsos



Tiempo de conversión
 $t_c = N_{max} \cdot T_{BT}$

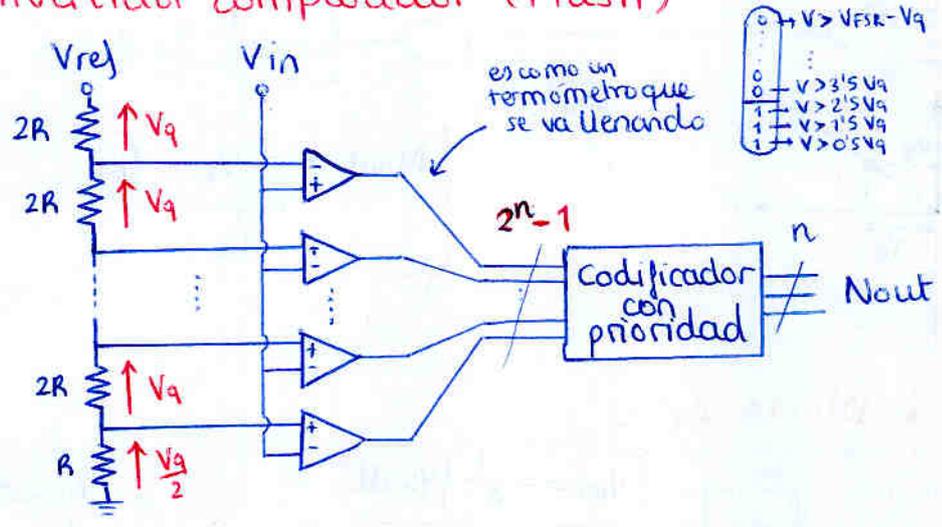
Estocástico



No hay que pasar por todos los N posibles, basta con una muestra representativa ej: $t_c = 10\% \cdot N_{max} \cdot T_{BT}$

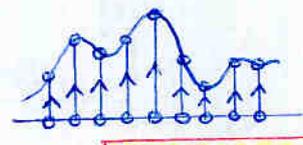
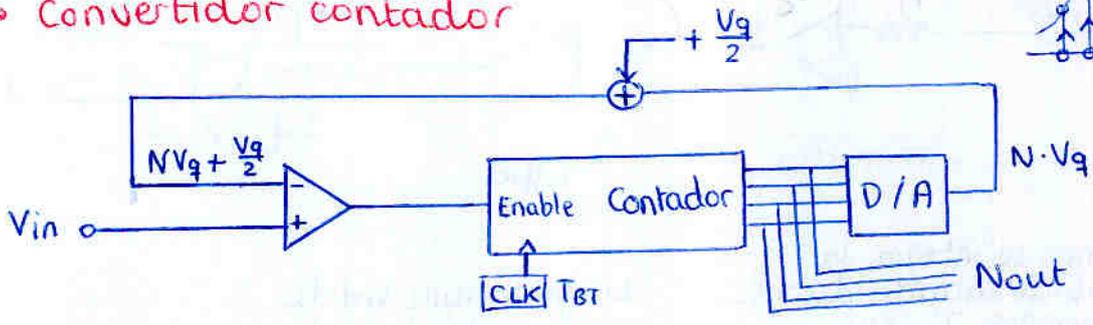
Implementaciones A/D

Convertidor comparador (Flash)



- rapidísimo
- requiere $2^n - 1$ comparadores

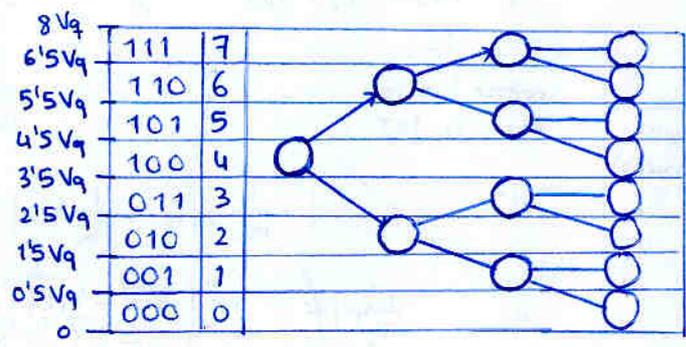
Convertidor contador



$t_c = N_{max} \cdot T_{BT}$

mejora seguimiento
 $t_c = \Delta N_{max} \cdot T_{BT}$
 si BW limitado

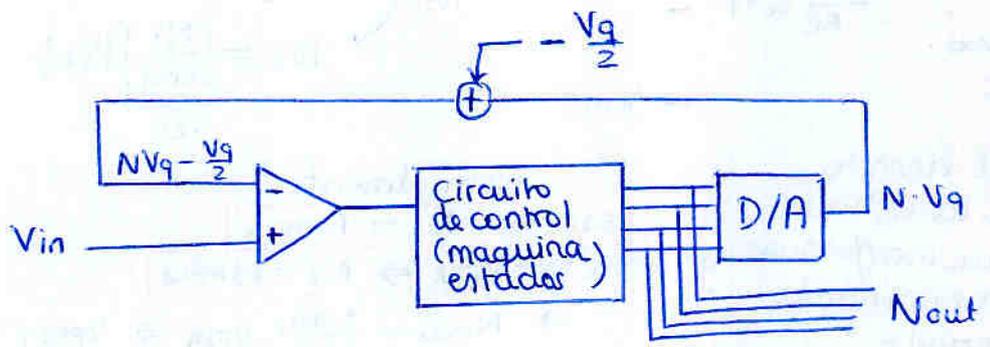
Convertidor de aproximaciones sucesivas



El primer estado es la mitad redondeando hacia arriba

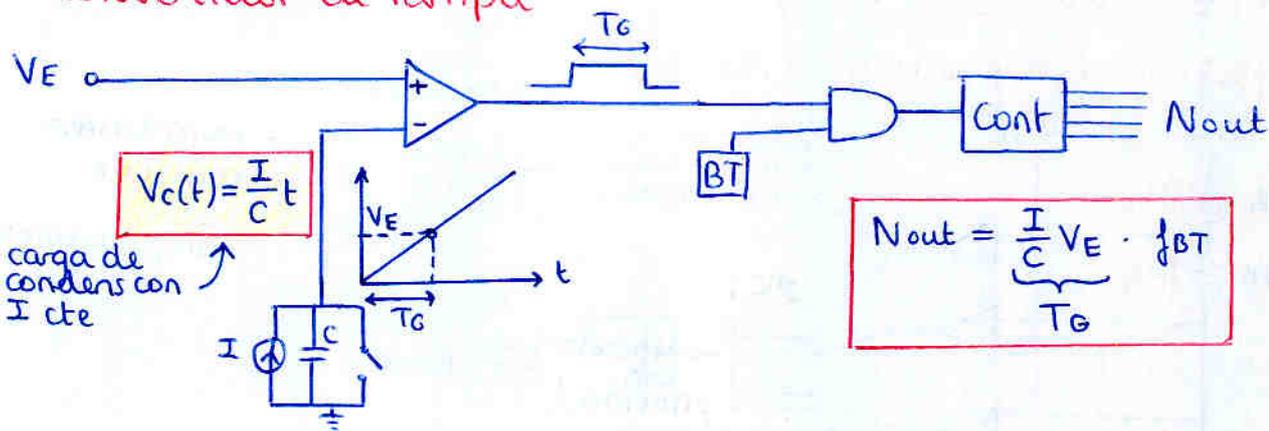
Ese redondeo se compensa al final donde o bajas o te quedas igual

Justifica que compares con $N \cdot Vq - \frac{Vq}{2}$

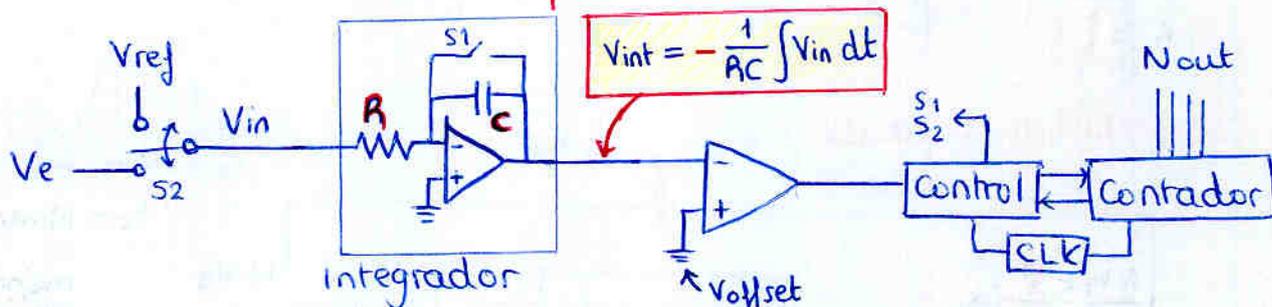


$t_c = \lceil \log_2 N_{max} \rceil \cdot T_{BT}$
 $= n \cdot T_{BT}$
 ↑
 nº bits

Convertidor de rampa



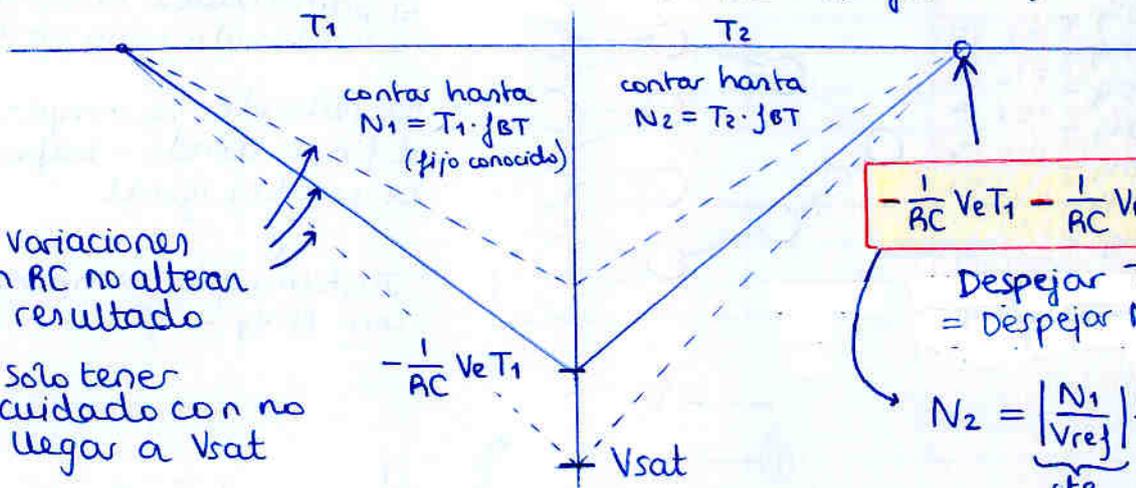
Convertidor de doble rampa



Primero se integra la señal de entrada durante un tiempo T_1 fijo (cuenta hasta $N_1 = T_1 \cdot f_{BT}$) también fija

Luego integra V_{ref} de signo contrario a V_e (pendiente conocida pero T_2 desconocido)
 $N_2 = T_2 \cdot f_{BT}$

tipico problema $V_{offset} \neq 0$ simplemente igualar a V_{offset}
 ¡Mucho cuidado con signo!!!!



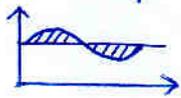
Variaciones en RC no alteran el resultado

ⓘ Solo tener cuidado con no llegar a V_{sat}

Despejar T_2
 = Despejar $N_2 = f_{BT} \cdot T_2$

$$N_2 = \left| \frac{N_1}{V_{ref}} \right| \cdot |V_e| \text{ cte}$$

Se puede escoger el tiempo de integración de la entrada T_1 para que rechace interferencias de ciertas frecuencias cogiendo un múltiplo de su periodo



$$T_1 = \frac{N_1}{50\text{Hz}} = \frac{N_2}{60\text{Hz}}$$

rechaza interf. red

Normalmente:

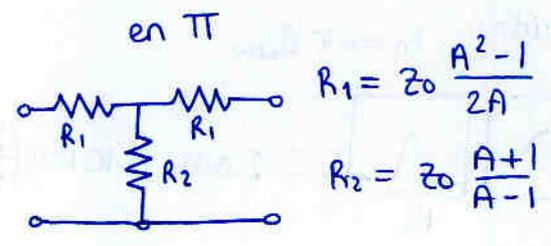
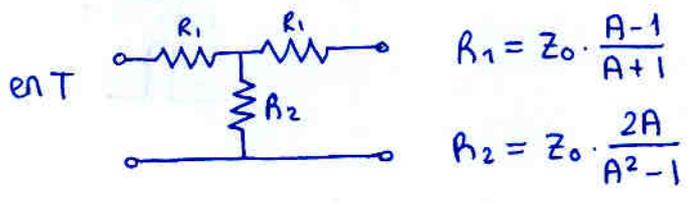
escoger $N_1 = N_{max}$

y para $V_e = V_{FSR} \Rightarrow N_2 = N_{max}$

$$\Rightarrow N_{max} = \frac{N_{max}}{V_{ref}} \cdot V_{FSR} \Rightarrow V_{FSR} = V_{ref}$$

Memorización Tema 6 Analizador de espectros

Atenuadores en RF

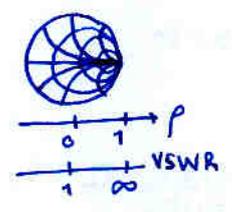


$A = \frac{V_{in}}{V_{out}} = 10^{\frac{IL(dB)}{20}}$
 ↑
 atenuación en tensión!
 $\frac{P_{in}}{P_{out}} = 10^{\frac{IL(dB)}{10}}$

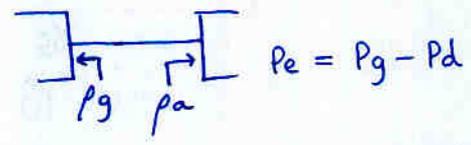
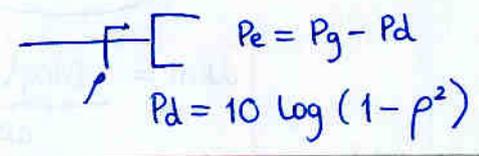
$IL(dB) = 10 \log \frac{P_{in}}{P_{out}}$
 $P_{out} = P_{in} - P_d$
 $\frac{P_d}{P_{in}} = 1 - 10^{-\frac{IL(dB)}{10}}$

$T_a = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \rho_a \Delta \theta_a$

$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1+\rho}{1-\rho}$

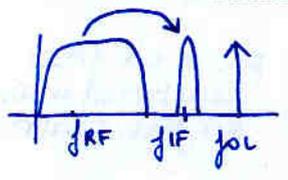


Pérdidas por desacoplo



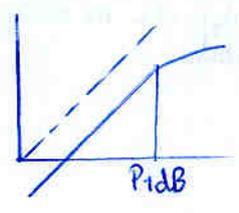
$P_d = 10 \log(1 - \rho_a^2) + \underbrace{\mu(dB)}_{\text{incertid. desacoplo}} \left. \begin{matrix} \text{min} \\ \text{max} \end{matrix} \right\}$
 $\mu(dB) = 10 \log(1 \mp \rho_a \rho_g)^2$

Analizadores de espectro



$f_{RFmin} \rightarrow f_{RFmax}$
 f_{IF}
 $f_{OL} : [f_{RFmin} + f_{IF}, f_{RFmax} + f_{IF}]$

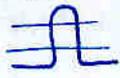
Primer mezclador



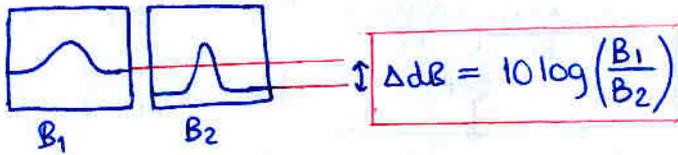
- atenuador previo hace que potencia NR caiga en pot optima
- S01, T01
- $m=1$
- $m=2,3$

ABW: Pantalla = $X(f) * H(f)$

Factor Forma = $\frac{BW(60dB)}{BW(6dB)} \geq 1$
 ideal seria = 1



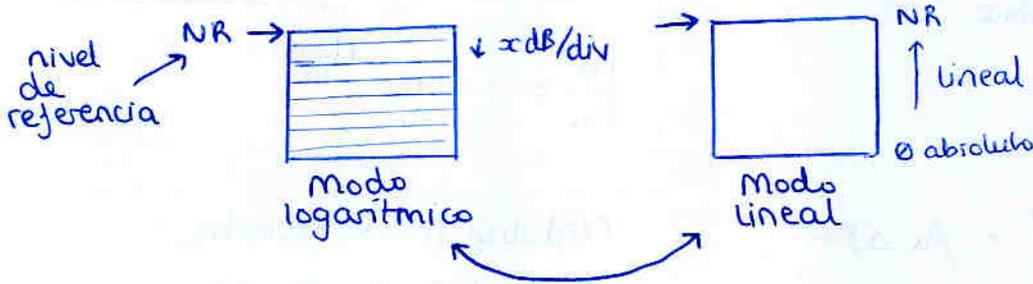
Ruido: $P_n = kT B_{RBW}$



Filtro video

reduce ruido 20dB pico a pico
 auto $\Rightarrow VF = \frac{RBW}{100}$

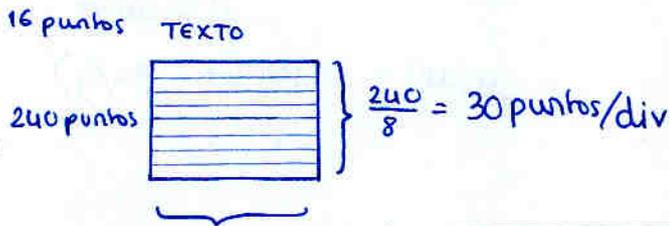
Pantalla:



$$dBm = \underbrace{20 \log V}_{dBW} - \underbrace{10 \log Z_0}_{\frac{V^2}{Z_0}} + 30$$

$$V = 10^{\frac{dBm - 13dB}{20}} \text{ si } Z_0 = 50$$

Resolución: para el AE viene dada por la diferencia de puntos consecutivos en la pantalla



eje vertical

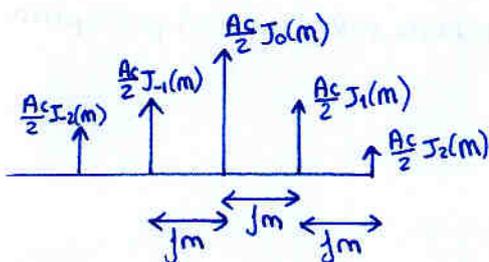
$$\delta_r = \frac{x \text{ dB/div}}{30 \text{ puntos/div}}$$

eje frecuencial
$$\delta_r = \frac{SPAN}{\text{puntos memoria}} \begin{matrix} \leq 500 \\ \leq 1000 \end{matrix}$$

Exactitud

ver catalogo
 según $x \text{ dB/div}$
 lo divide en zonas, con menor exactitud según nos alejamos del NR
 para eje frec:
 exactitud máxima en frec. central

medidas modulación FM



$$BW = 2 f_m (m + 1)$$

$$\Delta f_c = m \cdot f_m$$

midiendo BW a -20dBc por debajo de la mayor amplitud.

TEMA 1. Conceptos Básicos de Instrumentación

Medida: Conjunto de operaciones para determinar el valor de una cantidad.

magnitud de una cantidad concreta.
 \downarrow
 numero x unidad de medida

↳ atributo o fenómeno de un cuerpo o sustancia que puede ser distinguida cualitativamente y determinada cuantitativamente.

Mensurando: Cantidad concreta que está siendo objeto de la medición. Tiene $y = \begin{cases} \text{valor} \\ \text{incertidumbre} \end{cases}$

Métodos de medida

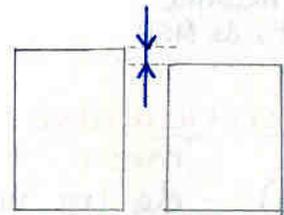
• **Directo:** Leer el valor en un instrumento (x)
 $y = x$



• **Indirecto:** $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$

$r = \frac{d}{2}$

• **Diferencial:** Medir la diferencia respecto a una referencia de valor parecido se usa cuando la resolución es pequeña comparada con el valor a medir
 ej: altura de una mesa en μm



• **Método de nulo:** Cuando el objetivo es que el instrumento visualice cero

ej: balanza romana



Exactitud y error

Exactitud: grado de concordancia entre medida y valor verdadero.

Error: Resultado medida - Valor verdadero ← no conocido el error nunca se puede calcular.

• **Aleatorio:**

Surge ante variaciones de cantidades impredecibles o estocásticas que influyen en el proceso de medida.

se minimiza repitiendo la medida $x_k = \frac{x_{1k} + x_{2k} + \dots + x_{nk}}{n}$

Si se obtienen, para las N magnitudes de entrada (x_1, x_2, \dots, x_N) 'n' muestras para cada una; entonces

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{Nk})$$

• **Sistemático:**

El efecto puede ser cuantificado y se puede aplicar una corrección para minimizarlo (nunca eliminarlo → necesitaríamos ∞ correcciones)

$x = c_f \cdot x + c \left(+ \sum \right)$
 ↳ factor de corrección

• Resolución de la medida

↳ menor diferencia que un dispositivo puede distinguir.

Normalmente es igual al dígito menos significativo (LSD) a menos que el último dígito cuente ± 2 ó ± 5 LSD (ver en catálogo)



Hay que conocer el máximo valor que puede mostrar el display para conocer el LSD (en el rango actual)

ejemplo: 5 dígitos 7 segmentos
 Valor máximo 1000 V (999'99 V) } resolución 0'01 V

El número de dígitos puede no ser entero

→ 3 1/2 dígitos

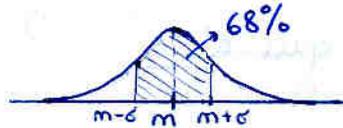
→ 2 3/4 dígitos

$$n_1 + \frac{n_2}{n_2 + 1} \text{ dígitos}$$

n_1 : nº de dígitos que cuentan del 0-9
 n_2 : máxima cuenta de MSD

• Incertidumbre Parámetro asociado al resultado de una medición (inseparable) que caracteriza la dispersión de los valores que pueden atribuirse razonablemente al mensurando $u(y)$

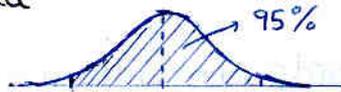
• Incertidumbre típica



Igual a la desviación típica del mensurando.
 $y = m \pm \sigma$

No es la tolerancia !

• Incertidumbre expandida



NOTA: 95% no es 3 σ
 3 σ es 99'43%

Factor de corrección $\times \sigma$
 ↓
 depende de los grados de libertad

Grados de libertad de una medida $L = n - 1$
 ↑
 nº de veces que hemos repetido la medida

Método que se sigue:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

- medir cada una n veces: $x_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{i,k} = \frac{x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in}}{n}$
- hallar la incertidumbre de cada una $u(x_i)$ (típica)
- hallar la medida de y haciendo $f(x_1, \dots, x_n)$
- hallar la incertidumbre de $y =$ incertidumbre combinada $u_c(y)$ (ley de propagación de la incertidumbre)
- hallar incertidumbre expandida $u(y) = k \cdot u_c(y)$

• Evaluación de la incertidumbre de medida (típica) de las estimaciones de entrada

• **Evaluación Tipo A**

Realizar 'n' medidas $x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n}$ de la magnitud de entrada x_i

- \bar{x}_i es la media $\bar{x}_i = \frac{x_{i,1} + x_{i,2} + \dots + x_{i,n}}{n}$
- $u(\bar{x}_i) = s(\bar{x}_i) = \sqrt{s^2(\bar{x}_i)}$
 ↑
 desviación típica (de la media) ↑
 varianza experimental (de la media)

siendo: $s^2(\bar{x}_i) = \frac{s^2(x_i)}{n}$ ← varianza experimental (de las muestras)

$$s^2(x_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i)^2$$

Es decir, directamente:

$$u(\bar{x}_i) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i)^2}$$

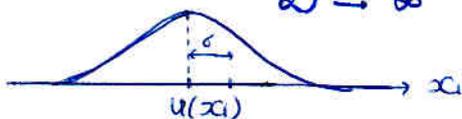
• $\nu = n - 1$ (grados de libertad)

Nota nomenclatura a partir de ahora $u(x_i) := u(\bar{x}_i)$

• **Evaluación Tipo B**

se conoce la distribución de las estimaciones de entrada directamente $u(x_i)$ es la desviación típica

x_i es la media
 $\nu \rightarrow \infty$



ejemplos comunes de distribuciones de probabilidad

$u(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{12}}$	$u(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{24}}$	$u(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{8}}$

Ley de propagación de incertidumbre

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

tenemos: x_i → valor de la medida

hacemos:

$u(x_i)$ → incertidumbre de la medida

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

y calculamos la incertidumbre combinada al cuadrado $u_c^2(y)$

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

$C_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ covarianza: $u(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i)(x_{j,k} - \bar{x}_j)$

C_i : coeficiente de sensibilidad.
indica como varía la 'y'
al variar la 'x'

Acerca de la covarianza:

• Expresión muy similar a la varianza

$$s^2(\bar{x}_i) = \frac{s^2(x_i)}{n} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i)^2$$

$$\begin{cases} u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i) \\ u(x_i, x_i) = u^2(x_i) \end{cases}$$

El doble sumatorio se puede ver como sumar los elementos de la siguiente tabla simétrica

	x_1	x_2	...	x_N
x_1				
x_2				
...				
x_N				

→ $C_1 C_N u(x_1, x_N)$

→ $C_N^2 u^2(x_N)$

↓

$C_N C_1 u(x_N, x_1)$
 $= C_1 C_N u(x_1, x_N)$

Por tanto podemos expresar la fórmula como suma de la diagonal y dos veces uno de los lados:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N C_i^2 u^2(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N C_i \cdot C_j \cdot u(x_i, x_j)$$

Casos particulares

Definimos:

coeficiente de correlación
 $r \in [-1, 1]$

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)}$$

• Caso $r = 0$

$u(x_i, x_j) = 0 \Rightarrow$ Las x_i no están relacionadas

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N [c_i \cdot u(x_i)]^2$$

(solo los elementos de la diagonal)

son independientes
 no se han observado simultáneamente
 alguna de ellas pueda considerarse cte.

• Caso $r = 1$

$$u(x_i, x_j) = u(x_i) \cdot u(x_j)$$

Elementos de la diagonal: $c_i^2 \cdot u^2(x_i) = c_i \cdot c_i \cdot u(x_i) \cdot u(x_i)$

Resto de elementos: $c_i \cdot c_j \cdot u(x_i, x_j) = c_i \cdot c_j \cdot u(x_i) \cdot u(x_j)$

Podemos generalizar

$$a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = (a+b)^2$$

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_i \cdot c_j \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \downarrow = \left[\sum_{i=1}^N c_i \cdot u(x_i) \right]^2$$

El cuadrado incluye al sumatorio!!
 $(a+b+c)(a+b+c) = a^2 + ab + \dots$

$$u_c^2(y) = \left[\sum_{i=1}^N c_i \cdot u(x_i) \right]^2 \Rightarrow u_c(y) = \sum_{i=1}^N c_i \cdot u(x_i)$$

la incertidumbre, no la incertidumbre al cuadrado

Grados de libertad de y

la p_i en el exp: $y = x_1^{p_1} \cdot x_2^{p_2}$

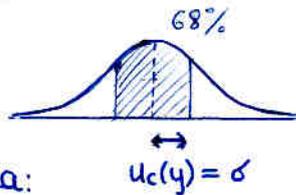
Fórmula de Welch-Satterthwaite

$$d_{\text{eff}} = \frac{\left[\frac{u_c(y)}{y} \right]^4}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\left[\frac{p_i \cdot u(x_i)}{x_i} \right]^4}{d_i} \right)} = \frac{u_c(y)^4}{\sum_{i=1}^N \frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{d_i}}$$

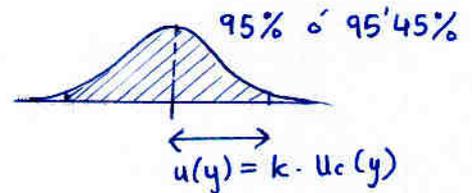
Incertidumbre expandida

Ya tenemos la incertidumbre combinada $u_c(y)$

obtenemos la incertid. expandida:



$\times k$



$$u(y) = k \cdot u_c(y)$$

¿valor de k ?

• si algún $d_i < 9$, la k se mira en tablas

• si ninguno de los d_i vale menos de 9

$$d_i \geq 9 \quad \forall i$$

\Downarrow

$$k = 2$$

d_{eff}	Probabilidad de cobertura	
	95%	95'45%
1	12'71	13'97
2	4'30	4'53
3
...
∞	1'960	2'000

lo especificará el problema

valores de k

Presentación del resultado:

$$Y = (1'018 \pm 0'012) \text{ V}$$

← **Parentesis y unidades fuera!!**
si hacemos $(1'018 \text{ V} \pm 0'012 \text{ V})$ parecería la tolerancia

incertidumbre expandida (no tolerancia)

Normas:

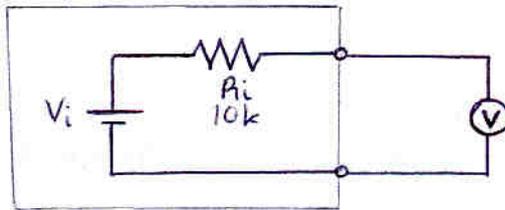
- 1: Incertidumbre: una cifra significativa (como mucho dos)
- 2: Truncar la incertidumbre: sólo redondeamos hacia abajo si la reducción es $< 5\%$ y si la siguiente cifra es < 5 (es lógico; no vale mejorar la incertidumbre truncando)

$0'1457 \rightarrow 0'15$
$0'1432 \rightarrow 0'14$ (ya que reducimos $0'0032 < 5\% \cdot 0'1432$)
$0'0432 \rightarrow 0'05$ (ya que $0'0032 > 5\%$ de $0'0432$)

- 3: Resolución de la medida = Resolución de la incertidumbre **deber ser**

$34'263 \pm 0'0025$ $0'001 \neq 0'0001$	\rightarrow	$34'263 \pm 0'003$
	↑	truncar la incertidumbre
$34'263 \pm 0'15$ $0'001 \neq 0'01$	\rightarrow	$34'26 \pm 0'15$
	↑	truncar la medida
	↑	⚠ nunca añadir ceros para igualar!
		$34'263 \pm 0'150$ sería incorrecto!
	\Rightarrow	Cuidado: $\pm 0'01 \mu\Omega \neq \pm 10 \text{ m}\Omega$ ↑ añade precisión que en realidad no existe

Problema 1.2



Lleva 9 meses sin calibrar
 medimos en rango 10'000 V

medidas realizadas

Especificaciones del multímetro:

Para rango 10'000 → Resolución = 10 μV ↔
 Resistencia entrada > 10 GΩ

x_i
9'99959
10'00032
10'00016
9'99995
10'00033

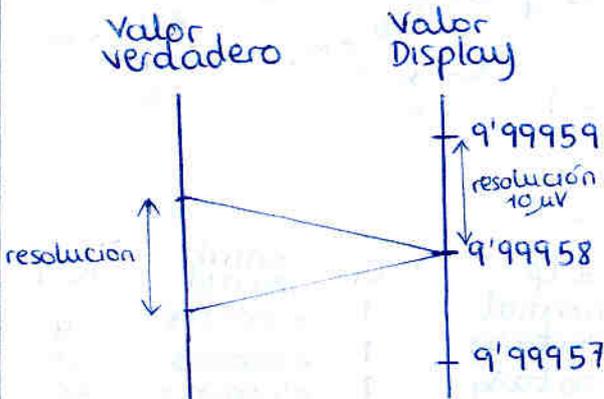
$$V_i = X \cdot \frac{10G + 10k}{10G} \approx X \cdot 1 \mu \text{ mínimo}$$

Podemos despreciar los 10k frente a los 10G ya que los dígitos afectados son menores que la resolución

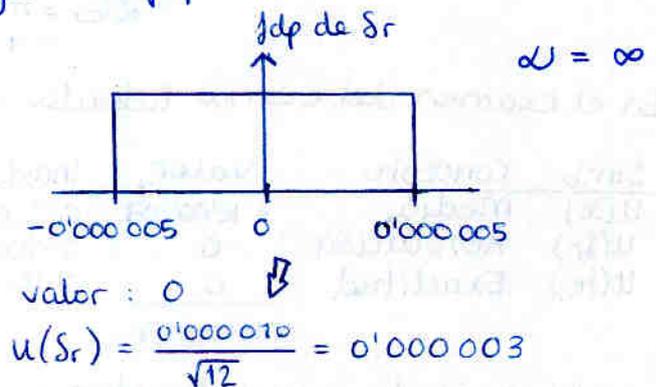
Expresión del mensurando:

$$V_i = X + \underbrace{\delta_r}_{\text{corrección por resolución}} + \underbrace{\delta_e}_{\text{corrección por "Accuracy" del voltímetro}}$$

δ_r : Corrección por resolución



El error introducido δ_r tendrá la siguiente fdp



δ_e : accuracy del voltímetro = exactitud

se mira en el catálogo

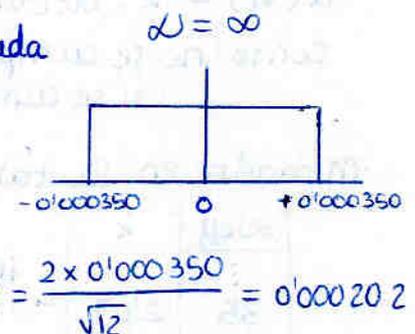
rango 10000
 1 año

$$\Rightarrow \pm (30 \text{ ppm de lo medido} + 5 \text{ ppm del rango})$$

$$= \pm (30 \cdot 10^{-6} \cdot \underbrace{10'000 \cdot 07}_{\text{la media de los } x_i} + 5 \cdot 10^{-6} \cdot 10)$$

$$= \pm 0'000350$$

suponemos distrib. cuadrada



se pide

1. Valor del mensurado

$$\bar{V}_i = \bar{X} + \bar{\delta}_r + \bar{\delta}_e$$

$$\bar{V}_i = 10'000'07 + 0 + 0$$

2. Incertidumbre expandida $U(V_i)$ con prob cobertura 95'45%

$$U(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}_k)^2} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = \frac{0'000309}{\sqrt{5}} = 0'000138$$

σ_{n-1} toda la calculadora

redondear **TODOS** los cálculos intermedios con un dígito más que la resolución

• Ley de propagación de la incertidumbre:

$$U_c^2(V_i) = \underbrace{\left(\frac{\partial V_i}{\partial x}\right)^2}_{C_x^2=1} U^2(x) + \underbrace{\left(\frac{\partial V_i}{\partial \delta_r}\right)^2}_{C_{\delta_r}=1} U^2(\delta_r) + \underbrace{\left(\frac{\partial V_i}{\partial \delta_e}\right)^2}_{C_{\delta_e}=1} U^2(\delta_e)$$

$$U_c^2(V_i) = U^2(x) + U^2(\delta_r) + U^2(\delta_e)$$

$U_c(V_i)$ es la raíz de la suma de los cuadrados; haciéndolo

$$U_c(V_i) = 0'000245 \leftarrow \text{Incertidumbre (típica) combinada}$$

• ¿Grados de Libertad de V_i ?

Fórmula de W-S

se obtiene

$$\alpha_{\text{eff}} = 38'6$$

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{U_c^4(V_i)}{\frac{[C_x \cdot U(x)]^4}{\alpha_{C_x}} + \frac{[\delta_r U(\delta_r)]^4}{\alpha_{\delta_r = \infty}} + \frac{[\delta_e U(\delta_e)]^4}{\alpha_{\delta_e = \infty}}}$$

$\alpha_{C_x} = n^{\circ} \text{medidas} - 1 = 4$

En el examen deberemos tabularlo todo

Simb	Concepto	Valor	Incert. Típica	f dp	Ci	contrib. incertid.	α_i
$U(x)$	Media	+ 10'000'07	0'000138	normal	1	0'000138	4
$U(\delta_r)$	Resolución	0	0'000003	rectang	1	0'000003	∞
$U(\delta_e)$	Exactitud	0	0'000202	rectang	1	0'000202	∞
		+ 10'000'07				0'000245	38'6

• Obtención de incertidumbre expandida:

$$U(V_i) = k \cdot U_c(V_i)$$

Como no se cumple $\alpha_i > 9 \forall i \Rightarrow$ hay que mirar k en tablas
(si se cumpliera entonces $k = 2$)

Mirando en la tabla para 95'45%

Hemos tenido que calcular α_{eff} para usar estas tablas

α_{eff}	k
35	2'07
40	2'06

interpolamos $k = 2'066$
 $k = 2'07 \Rightarrow$

$$U(V_i) = k \cdot U_c(V_i) = \pm 0'000526 = \pm 0'00053$$

Finalmente $\pm 0'01 \text{ mV}$ $\pm 0'01 \text{ mV}$
 $V_c = (+ 10'000'07 \pm 0'00053) \text{ V}$

ajustar la incertid. a la resolución

Problema Tema 1.1

Método de medida directo:

Medir tensión continua con Agilent 34401 A

- Fue calibrado hace 6 meses
- Temperatura ambiente 13°C

a) ¿Cuánto tiempo hay que dejarlo estabilizar térmicamente para que sus especificaciones tengan validez?

según el catálogo, una hora.

b) Calcular la incertidumbre expandida para 10 medidas

49'9954 V	50'0004 V
50'0150 V	49'9987 V
49'9957 V	49'9976 V
49'9979 V	50'0003 V
50'0013 V	49'9975 V

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{10} = 49'99998 \text{ V}$$

↑ redondear con 1 dígito más que la resolución

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = 0.00778 \text{ V}$$

↑ Cálculo Tipo A en la calculadora

$$\nu = n - 1 = 9 \text{ grados de libertad}$$

Ya tenemos todos los datos de x .

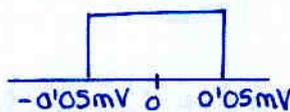
El mensurando 'y' que buscamos será

$$y = x + \delta_r + \delta_e$$

↑ corrección por resolución corrección por exactitud del instrumento

Resolución:

- resolución 0'0001 V
- es decir, la medida obtenida puede variar $\pm 0'00005$



$$\bar{\delta}_r = 0 \text{ V}$$

$$u(\delta_r) = \frac{0'0001}{\sqrt{12}} = 0'000028867 \text{ V}$$

↑ Cálculo tipo B

$$= 0'00003 \text{ V}$$

redondear a un dígito más que las medidas

$$\nu = \infty$$

La resolución hay que obtenerla del catálogo teniendo en cuenta calibración hace 6 meses y temperatura 13°C

- Las lecturas corresponden al rango 100'0000 V
- 6 meses → : < 1 year
- temp coefficient (0°- 18°) = 0'0005 % of reading
0'0001 % of range

Resulta:

$$\pm (0'0045 \% \text{ of reading}) + (0'0006 \% \text{ of range}) + (0'0005 \% \text{ of reading} + 0'0001 \% \text{ of range}) \cdot \Delta T$$

$$= \pm 0'007 \% \text{ of reading} + 0'0011 \% \text{ of range}$$

$$\frac{(23-5) - 13}{\text{mínima "normal"}} = 5^\circ\text{C}$$

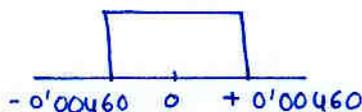
$$= \pm \frac{0'007}{100} \times 49'99998 + \frac{0'0011}{100} \cdot 100$$

$$= \pm 0'004599998$$

$$= \pm 0'00460$$

calculos intermedios:
redondear a un digito mas y la resolución

La incertidumbre es por tanto



$$u(\delta_e) = \frac{0'0046}{\sqrt{3}} = 0'00266$$

$$\bar{\delta}_e = 0$$

$$u = \infty$$

Ya estamos en condiciones de hallar la incertidumbre ~~expandida~~ combinada

U_c^2	x	δ_r	δ_e
x	$C_x^2 U^2(x)$	$C_x C_{\delta_r} U(x, \delta_r)$	$C_x C_{\delta_e} U(x, \delta_e)$
δ_r	$C_x C_{\delta_r} U(x, \delta_r)$	$C_{\delta_r}^2 U^2(\delta_r)$	$C_{\delta_r} C_{\delta_e} U(\delta_e, \delta_r)$
δ_e	$C_x C_{\delta_e} U(x, \delta_e)$	$C_{\delta_r} C_{\delta_e} U(\delta_e, \delta_r)$	$C_{\delta_e}^2 U^2(\delta_e)$

Puesto que x , δ_r y δ_e están incorrelados, desaparecen todos los términos salvo la diagonal

$$r=0 \Rightarrow U_c(y)^2 = C_x^2 U^2(x) + C_{\delta_r}^2 U^2(\delta_r) + C_{\delta_e}^2 U^2(\delta_e)$$

$$\text{siendo } C_x = \frac{\partial y}{\partial x} = 1 \quad u(x) = 0'00178 \text{ V}$$

$$C_{\delta_r} = \frac{\partial y}{\partial \delta_r} = 1 \quad u(\delta_r) = 0'00003 \text{ V}$$

$$C_{\delta_e} = \frac{\partial y}{\partial \delta_e} = 1 \quad u(\delta_e) = 0'00266 \text{ V}$$

$$U_c(y) = \sqrt{1^2 \cdot 0'00178^2 + 1^2 \cdot 0'00003^2 + 1^2 \cdot 0'00266^2}$$

$$= 0'00320 \text{ V}$$

En el examen se pide la siguiente tabla

	Concepto	Valor	Incert Típica	pdf	Ci	contrib. incert	ν
x	Media	49'99998 V	1'78 mV	normal	1	1'78 mV	9
δ_r	Resolución	0	0'03 mV	rect	1	0'03 mV	∞
δ_e	Exactitud	0	2'66 mV	rect	1	2'66 mV	∞

50'0000 V

↑
 el resultado final lo
 ajustamos a la
 resolución

3'20 mV

cálculo de la incertidumbre expandida :

$$u(y) = k \cdot u_c(y)$$

↪ ya que $\nu_i \geq 9 \forall i \Rightarrow k = 2$

Nota: si no lo fuera aplicamos W-S

y buscamos $k = f(\nu_{\text{eff}})$ en tabla

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{[u(y)]^4}{\frac{[C_x u(x)]^4}{\nu_x} + \frac{[C_{\delta_r} u(\delta_r)]^4}{\nu_{\delta_r}} + \frac{[C_{\delta_e} u(\delta_e)]^4}{\nu_{\delta_e}}}$$

$$u(y) = 2 \cdot 3'20 \text{ mV} = 6'40 \text{ mV} = 6'4 \text{ mV}$$

↑
 el resultado final lo redondeamos
 a la resolución

Por tanto, el resultado final:

$$y = (50'0000 \pm 0'0064) \text{ V}$$

↖ las unidades !!
fuera

ÍNDICE

1. MÉTODO MEDIDA DIRECTO.....	5
2. MÉTODO DE MEDIDA DIFERENCIAL.....	11
3. MÉTODO MEDIDA INDIRECTO.....	14
4. APLICACIONES.....	19
5. ANEXOS.....	21
5.1. FACTORES DE COBERTURA.....	21
5.2. DISTRIBUCIÓN NORMAL.....	22
5.3. MULTÍMETRO AGILENT 34401A.....	23
5.4. MULTÍMETRO KEITHLEY MODELO 2000.....	25

ÍNDICE

1. MÉTODO MEDIDA DIRECTO.....	5
2. MÉTODO DE MEDIDA DIFERENCIAL.....	11
3. MÉTODO MEDIDA INDIRECTO.....	14
4. APLICACIONES.....	19
5. ANEXOS.....	21
5.1. FACTORES DE COBERTURA.....	21
5.2. DISTRIBUCIÓN NORMAL.....	22
5.3. MULTÍMETRO AGILENT 34401A.....	23
5.4. MULTÍMETRO KEITHLEY MODELO 2000.....	25

INDEX

1	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
2	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
3	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
4	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
5	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
6	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
7	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
8	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
9	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY
10	THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY

1. MÉTODO MEDIDA DIRECTO.

1.1) Se va a proceder a medir tensión continua con el multímetro digital Agilent 34401A. Sabiendo que fue calibrado hace 6 meses y que la temperatura ambiente donde trabaja es de 13 °C, se pide:

- Indicar cuánto tiempo hay que dejar estabilizar térmicamente el multímetro para que las especificaciones que se suministran tengan validez.
- Si al tomar 10 medidas de un cierto mensurando obtenemos los siguientes valores de tensión continua;

49,9954 V	50,0150 V	49,9957 V	49,9979 V	50,0013 V
50,0004 V	49,9987 V	49,9976 V	50,0003 V	49,9975 V

Calcular la incertidumbre expandida de la medida.

- Indicar cuál es el fondo de escala en la medida de tensión continua, para los rangos de 100 V y 1000 V.
- Para qué margen de temperatura son válidas las especificaciones básicas de precisión suministradas.

Nota: Probabilidad de cobertura 95,45%

SOLUCIÓN

a) De acuerdo con las especificaciones suministradas en el Anexo, nota explicativa [1], el multímetro debe conectarse 1 hora antes de empezar a medir.

b) El valor del mensurando vendrá dado por la expresión siguiente;

$$V = \bar{x} + \delta_r + \delta_e$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_e la corrección por inexactitud del mismo.

El primer paso a realizar es reducir el error aleatorio y determinar el valor medio;

n	x_i (V)	$(x_i - \bar{x})^2$
1	49,9954	$2,116 \cdot 10^{-5}$
2	50,0150	$2,25 \cdot 10^{-4}$
3	49,9957	$1,849 \cdot 10^{-5}$
4	49,9979	$4,41 \cdot 10^{-6}$
5	50,0013	$1,69 \cdot 10^{-6}$
6	50,0004	$1,6 \cdot 10^{-7}$
7	49,9987	$1,69 \cdot 10^{-6}$
8	49,9976	$5,7 \cdot 10^{-6}$
9	50,0003	$9 \cdot 10^{-8}$
10	49,9975	$6,25 \cdot 10^{-6}$
Σ	499,9998	$2,846 \cdot 10^{-4}$

El valor medio, redondeado para ofrecer la misma resolución que los valores medidos, es;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 49,99998 = 50,0000 \text{ V}$$

La estimación de δ_r y δ_e es cero, como se explica más adelante.

Para determinar la incertidumbre combinada, aplicaremos la Ley de Propagación de la Incertidumbre a la expresión del mensurando;

$$u_c^2(V) = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 u^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_e}\right)^2 u^2(\delta_e) = c_x^2 u^2(\bar{x}) + c_r^2 u^2(\delta_r) + c_e^2 u^2(\delta_e)$$

Como tenemos una muestra de valores, la incertidumbre típica del valor medio se obtiene según el "Tipo A", calculando la desviación típica de la media;

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 1,778 \cdot 10^{-3} = 1,78 \text{ mV}$$

El cálculo de esta incertidumbre tiene asociada $\nu = n - 1 = 9$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_x = \frac{\partial V}{\partial x} = 1$.

Para obtener la incertidumbre por inexactitud del instrumento, es necesario calcular los límites de la misma. De las tablas de especificaciones técnicas dadas por el fabricante y considerando que el instrumento fue calibrado hace 6 meses, debemos escoger la columna correspondiente a incertidumbres para períodos menores de 1 año y mayores de 90 días. Teniendo en cuenta que el único rango donde es posible obtener los valores dicha lectura corresponde con el de 100 V, le corresponde una exactitud nominal de $\pm(0,0045\%$ de lectura + $0,0006\%$ del rango).

Como la temperatura de 13 °C se encuentra fuera del margen de temperaturas 23 °C \pm 5 °C, hay que considerar el término correspondiente al coeficiente de temperaturas, lo que supone incrementar la exactitud en $\pm(0,0005\%$ de lectura + $0,0001\%$ del rango)* Δt . El incremento de temperatura a considerar es $\Delta t = (23 - 5) - 13 = 5$ °C, quedando un total de;

$$l_e = \pm(0,0045\% \text{ de lectura} + 0,0006\% \text{ del rango}) \pm (0,0005\% \text{ de lectura} + 0,0001 \text{ del rango}) * 5 = \pm(0,0070\% \text{ de lectura} + 0,0011\% \text{ del rango}) = \pm(0,0070\% \text{ de } 50 + 0,0011\% \text{ de } 100) = \pm 0,00460 \text{ V} = \pm 4,60 \text{ mV}$$

Este comportamiento corresponde a una evaluación de la incertidumbre del Tipo B. Asumiendo que el valor real se encuentra dentro de dicho intervalo y que es equiprobable en todo el rango, la incertidumbre típica será $u(\delta_e) = \pm 4,6/\sqrt{3} = \pm 2,66 \text{ mV}$ y el valor medio es cero. $c_e = \frac{\partial V}{\partial \delta_e} = 1$.

Finalmente queda la aportación de la resolución. La resolución es de 0,1 mV, por tanto el instrumento redondeará todo resultado que se encuentre en el intervalo de $\pm 0,05 \text{ mV}$, por encima y por debajo del valor presentado. Esta aportación corresponde a una incertidumbre del Tipo B, con la misma distribución que la anterior, por tanto será $u(\delta_r) = \pm 0,1/\sqrt{12} = \pm 0,03 \text{ mV}$ y valor medio cero. $c_r = \frac{\partial V}{\partial \delta_r} = 1$.

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C _i	Contribución Incert. u(x _i)	"ν"
·u(x)	Media	+50,0000	0,00178 V	Normal	1	0,00178	9
·u(δ _r)	Resolución	0	0,00003 V	Rectang.	1	0,00003	∞
·u(δ _e)	Exactitud	0	0,00266 V	Rectang.	1	0,00266	∞
	Estimación	+50,0000			·u _c	0,00320	

La incertidumbre final será la calculada con la expresión;

$$u_c = \sqrt{u^2(x) + u^2(\delta_e) + u^2(\delta_r)} = \sqrt{1,78^2 + 2,66^2 + 0,03^2} = \pm 3,20 \text{ mV}$$

Considerando una probabilidad de cobertura del 95,45 % y asumiendo que no hay ningún término con un grado efectivo de libertad inferior a 9, el factor de cobertura será $k = 2$, lo que representa una incertidumbre expandida $U = \pm 3,20 * 2 = \pm 6,40 \text{ mV}$.

La expresión del valor medido junto con la incertidumbre será $(50,0000 \pm 0,0064) \text{ V}$.

c) De acuerdo con la nota [3], el fondo de escala es del 20% por encima del rango, salvo para 1000 V. Por tanto, en la escala de 100 V, el fondo de escala será de 120 V y en la escala de 1000 V, será 1000 V.

d) Las especificaciones del instrumento no están establecidas para temperaturas inferiores a 0 °C ni mayores de 55 °C. En el caso de que dicho instrumento se emplee fuera del rango de temperatura, no se podrá calcular la incertidumbre.

1.2) Las hojas de especificaciones adjuntas, corresponden a las del multímetro digital de 6 ½ dígitos, KEITHLEY model 2000. Se desea medir la tensión de un sensor, que tiene una resistencia interna de 10 kΩ y una diferencia de potencial nominal de 10 V continua. Se pide:

- Calcular el valor de la medida, así como la incertidumbre expandida, @ 23 °C, que tendría asociada dicha medida, cuando se mide en el rango de 10 V y se obtienen los valores de la tabla adjunta.
- Idem, si se mide en el rango de 100 V.

RANGO 10 V				
9,99959	10,00032	10,00016	9,99995	10,00033
RANGO 100 V				
09,9911	09,9886	09,9914	09,9903	09,9898
09,9913	09,9900	09,9890	09,9880	09,9900

Nota: Probabilidad de cobertura 95,45%. Última calibración hace 9 meses.

SOLUCIÓN

a) El valor del mensurando vendrá dado por la expresión siguiente;

$$V = \bar{x} + \delta_r + \delta_e$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_e la corrección por inexactitud del mismo.

Para la estimación del valor del mensurando y su incertidumbre típica, se calculan las estimaciones de cada una de las magnitudes de entrada y sus respectivas incertidumbres típicas.

De acuerdo con los datos obtenidos, se obtiene la media y la incertidumbre típica de la media de los valores medidos;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 10,00007 \text{ V}$$

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 1,39 \cdot 10^{-4} = 0,000139 \text{ V}$$

El cálculo de esta incertidumbre tiene asociada $\nu = n - 1 = 4$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_x = \partial V / \partial x = 1$.

Sabiendo la estimación del mensurando, es posible calcular la incertidumbre debida a la exactitud del instrumento. Para ello calculamos los límites de la inexactitud;

$$l_e = \pm(10,00007 \cdot 30 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = \pm 0,000350 \text{ V}$$

Se considera distribución equiprobable y por tanto será $u(\delta_e) = \pm 0,35 / \sqrt{3} = \pm 0,202$ mV, y el valor medio es cero. $c_e = \partial V / \partial \delta_e = 1$.

La resolución es también una contribución del tipo B, con la misma distribución que la anterior, por tanto $u(\delta_r) = \pm 0,01 / \sqrt{12} = \pm 0,003$ mV y valor medio cero. $c_r = \partial V / \partial \delta_r = 1$.

Para determinar la incertidumbre final, aplicaremos la Ley de Propagación de la Incertidumbre a la expresión del mensurando;

$$u_c^2(V) = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 u^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_e}\right)^2 u^2(\delta_e) = c_x^2 u^2(\bar{x}) + c_r^2 u^2(\delta_r) + c_e^2 u^2(\delta_e)$$

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C _i	Contribución Incert u(x _i)	"v"
·u(x)	Media	+10,00007	0,000139 V	Normal	1	0,000139	4
·u(δ _r)	Resolución	0	0,000003 V	Rectang.	1	0,000003	∞
·u(δ _e)	Exactitud	0	0,000202 V	Rectang.	1	0,000202	∞
	Estimación	+10,00007			·u _c	0,000245	38

$$u_c = \sqrt{u^2(x) + u^2(\delta_e) + u^2(\delta_r)} = \sqrt{0,139^2 + 0,003^2 + 0,202^2} = \pm 0,245 \text{ mV}$$

Para determinar la incertidumbre expandida, es necesario calcular los grados de libertad de la incertidumbre combinada mediante la fórmula Welch-Satterthwaite;

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u^4(x_i)}{v_i}} = \frac{0,000245^4}{\frac{0,000139^4}{4} + \frac{0,000003^4}{\infty} + \frac{0,000202^4}{\infty}} = 38,6$$

Se redondea al entero inferior, 38, y se interpola entre los valores más próximos de la tabla, 35 y 40, con sus respectivos valores, 2,07 y 2,06 para una probabilidad de cobertura del 95,45%. Resultando un factor de cobertura de k = 2,066, que se redondea a k = 2,07. Por tanto la incertidumbre expandida es U = ± 0,000245 * 2,07 = ± 0,000526 V

La expresión del valor medido y su incertidumbre será (10,00007 ± 0,00053) V

b) En este caso, el valor medido se verá afectado por la resistencia de entrada del multímetro, R_e, ya que pasa de un valor de > 10 GΩ a 10 MΩ ±1%. Por tanto el mensurando, V_i, se obtiene multiplicando el valor medido, V_m, por un factor de corrección, fc;

$$V_m = V_i \frac{R_e}{R_e + R_i} \Rightarrow V_i = V_m \frac{R_e + R_i}{R_e} = V_m \left(1 + \frac{R_i}{R_e}\right) = V_m \cdot fc = 1,001 \cdot V_m$$

La estimación del valor del mensurando vendrá dado por la expresión siguiente;

$$V = \bar{x} \cdot fc + \delta_r + \delta_e$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_e la corrección por inexactitud del mismo.

Para la estimación del valor del mensurando y su incertidumbre típica, se calculan las estimaciones de cada una de las magnitudes de entrada y sus respectivas incertidumbres típicas.

De acuerdo con los datos obtenidos, se obtiene la media y la incertidumbre típica de la media;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 9,98995 \text{ V} = 9,9900 \text{ V}$$

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 3,64 \cdot 10^{-4} = 0,00036 \text{ V}$$

La estimación del mensurando es V_i = 9,9900 * 1,001 + 0 + 0 = 9,99999 V = 10,0000 V.

La incertidumbre típica corregida es prácticamente la misma, 0,00036 V. El cálculo de esta incertidumbre tiene asociada v = n - 1 = 9 grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad c_x = ∂V/∂x = 1.

Dado que la impedancia de entrada tiene una tolerancia del 1%, $\pm 100 \text{ k}\Omega$, habrá que calcular la incertidumbre que aporta al factor de corrección, f_c . Considerando esa variación como fuente de incertidumbre tipo B, y asumiendo que la distribución de probabilidad es uniforme, su incertidumbre típica es de $\pm 100 \text{ k}\Omega/\sqrt{3} = \pm 57735 \Omega$. Aplicando la ley de propagación de la incertidumbre para obtener la incertidumbre del factor de corrección;

$$u(f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_c}{\partial R_e}\right)^2 u^2(R_e)} = \sqrt{\left(-\frac{R_i}{R_e^2}\right)^2 u^2(R_e)} = \left(\frac{10^4}{10^{14}}\right) \cdot 57735 = 0,000006$$

Conociendo la media del valor medido, se calcula el límite de la inexactitud;

$$l_e = \pm(9,99 \cdot 45 \cdot 10^{-6} + 100 \cdot 6 \cdot 10^{-6}) = \pm 0,00105 \text{ V}$$

Al considerarse distribución equiprobable será $u(\delta_e) = \pm (1,05)/\sqrt{3} = \pm 0,61 \text{ mV}$, y valor medio cero. $c_e = \partial V / \partial \delta_e = 1$.

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C_i	Contribucion Incert $u(x_i)$	"v"
·u(x)	Media	+9,9900 V	0,00036 V	Normal	1,001	0,00036	9
·u(f)	Factor correc.	1,001	0,000006	Rectang.	9,99	0,00006	∞
·u(δ_r)	Resolución	0 V	0,00003 V	Rectang.	1	0,00003	∞
·u(δ_e)	Exactitud	0 V	0,00061 V	Rectang.	1	0,00061	∞
	Estimación	+10,0000			·u _c	0,00365	

Finalmente se aplica la ley de propagación de la incertidumbre para obtener la incertidumbre combinada;

$$u_c^2(V_i) = \left(\frac{\partial V_i}{\partial f_c}\right)^2 u^2(f) + \left(\frac{\partial V_i}{\partial V_m}\right)^2 u^2(V_m) + \left(\frac{\partial V_i}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial V_i}{\partial \delta_e}\right)^2 u^2(\delta_e) = \\ = V_m^2 u^2(F) + F_c^2 u^2(V_m) + 1 \cdot u^2(\delta_r) + 1 \cdot u^2(\delta_e) = 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2$$

Considerando una probabilidad de cobertura del 95,45 % y asumiendo que no hay ningún término con un grado efectivo de libertad inferior a 9, el factor de cobertura será $k = 2$, lo que representa una incertidumbre expandida $U = \pm 3,65 \cdot 2 = \pm 7,30 \text{ mV}$.

La expresión del valor medido junto con la incertidumbre quedará $(10,0000 \pm 0,0073) \text{ V}$.

2. MÉTODO DE MEDIDA DIFERENCIAL.

2.1) Se desea medir el valor de una masa incógnita comparándola con dos masas patrón P1 y P2. La masa a determinar y las masas patrón tienen un valor próximo, por lo que se emplea el método diferencial. Se pide ;

- Determinar el valor de la masa formada por el conjunto P1 + P2, así como su incertidumbre típica, teniendo en cuenta que ambas masas han sido calibradas en el mismo laboratorio.
- El proceso de medida consiste en medir primero la masa incógnita y después las masas patrón. La diferencia de la medida es lo que se procesa. Determinar el valor de la masa incógnita, así como su incertidumbre expandida, si la repetibilidad de la balanza es de $\pm 0,0008$ g y las medidas obtenidas son las siguientes ;

VALOR VISUALIZADO POR LA BALANZA	
I (gramos)	P1 + P2 (gramos)
1500,9970	1500,0502
1500,9794	1500,0519
1501,0239	1500,0417
1501,0342	1500,0571
1501,0234	1500,0438
1501,0659	1500,0540

1) Primero se hace un cálculo de $P = P_1 + P_2$ con valor e incertidumbre asociada. \rightarrow método directo

2) Luego se usa $I = P + \bar{d} + s_r + s_e$
 valor incert obtenidos \downarrow tenemos muestras \downarrow como siempre

Nota : En el certificado de calibración de las masas P1 y P2 se indica ;

P1 \rightarrow (1000,032 \pm 0,008) g.

P2 \rightarrow (500,010 \pm 0,004) g.

« La incertidumbre expandida de medida se ha obtenido multiplicando la incertidumbre típica de medición por el factor de cobertura $k = 2$ que, para una distribución normal, corresponde a una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95% ».

SOLUCIÓN

a) El valor convencional del conjunto formado por las dos masas se obtiene sumando los valores convencionales de cada una de ellas;

$$P = P_1 + P_2 = 1000,032 + 500,010 = 1500,042 \text{ g.}$$

La incertidumbre típica se obtendrá aplicando la Ley de Propagación de las Incertidumbres a la expresión del mensurando. En este caso hay que tener especial cuidado ya que ambas masas han sido calibradas en el mismo laboratorio. Si el laboratorio tiene una deriva en sus masas de referencia o en sus equipos, esa deriva afectará por igual a ambas masas. Por este motivo se considera que el coeficiente de correlación entre P1 y P2 es la unidad, $r(P_1, P_2) = 1$.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) =$$

$$= c_1^2 u^2(x_1) + c_2^2 u^2(x_2) + 2c_1 c_2 u(x_1) u(x_2) = (c_1 u(x_1) + c_2 u(x_2))^2 \Rightarrow$$

$$u_c(y) = c_1 u(x_1) + c_2 u(x_2)$$

La incertidumbre típica de cada una de las masas se obtiene dividiendo la incertidumbre expandida por el coeficiente de cobertura empleado. Considerando que $c_{P1} = \frac{\partial V}{\partial P1} = 1$ y $c_{P2} = \frac{\partial V}{\partial P2} = 1$ resulta;

PROBLEMAS DE CONCEPTOS BÁSICOS DE INSTRUMENTACIÓN

$u(P) = \pm(0,008/2 + 0,004/2) = \pm 0,006 \text{ g}$ *+2 ya que 0,008 era la expandida, y en la fórmula hay que usar la típica*

Por tanto a P se le asigna el valor $(1500,042 \pm 0,012) \text{ g}$, al ser $k = 2$.

b) El valor del mensurando vendrá dado por la expresión siguiente;

$$I = P + \bar{d} + \delta_r + \delta_p$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_p la corrección por repetibilidad del mismo.

El primer paso a realizar es reducir el error aleatorio y determinar el valor medio de la diferencia;

n	I (g)	P1 + P2 (g)	d = I-P
1	1500,9970	1500,0502	0,9468
2	1500,9794	1500,0519	0,9275
3	1501,0239	1500,0417	0,9822
4	1501,0342	1500,0571	0,9771
5	1501,0234	1500,0438	0,9796
6	1501,0659	1500,0540	1,0119
		Σ	5,8251

De acuerdo con los datos obtenidos, la media es $\bar{d} = 5,8251/6 = 0,9709 \text{ g}$

Como las correcciones por resolución y repetibilidad tienen valor medio nulo, el valor convencional de la masa I será;

$$I = 1500,042 + 0,971 + 0 + 0 = 1501,013 \text{ g}$$

Para determinar la incertidumbre combinada, aplicaremos la Ley de Propagación de la Incertidumbre a la expresión del mensurando;

$$u_c^2(I) = \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)^2 u^2(P) + \left(\frac{\partial I}{\partial d}\right)^2 u^2(d) + \left(\frac{\partial I}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial I}{\partial \delta_p}\right)^2 u^2(\delta_p) =$$

$$= c_p^2 u^2(P) + c_d^2 u^2(d) + c_r^2 u^2(\delta_r) + c_p^2 u^2(\delta_p)$$

La incertidumbre típica de P es $u(P) = \pm 0,006 \text{ g}$ y, como no hay información al respecto, se asume distribución normal y $\nu \rightarrow \infty$ grados de libertad. El coeficiente de sensibilidad $c_d = \frac{\partial I}{\partial d} = 1$.

La incertidumbre típica de la medida $u(d) = \pm 0,01325 \text{ g}$ y tiene asociada $\nu = n - 1 = 5$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_d = \frac{\partial I}{\partial d} = 1$.

La resolución es una contribución del tipo B, con una distribución equiprobable, por tanto será $u(\delta_r) = \pm 0,0001/\sqrt{12} = \pm 0,00003 \text{ mV}$ y valor medio cero $c_r = \frac{\partial I}{\partial \delta_r} = 1$.

La incertidumbre típica de la repetibilidad es $u(\delta_p) = \pm 0,0008 \text{ g}$ y tiene asociada $\nu \rightarrow \infty$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_p = \frac{\partial I}{\partial \delta_p} = 1$.

La incertidumbre combinada se obtiene;

$$u_c = \sqrt{u^2(P) + u^2(d) + u^2(\delta_r) + u^2(\delta_p)} = \sqrt{0,006^2 + 0,01325^2 + 0,0003^2 + 0,0008^2} = \pm 0,01457 \text{ g}$$

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C _i	Contribución Incert u(x _i)	"v"
·u(P)	Masa P	1500,042	0,006 g	Normal	1	0,006	∞
·u(d)	Diferencia.	+ 0,971	0,01325 g	Normal	1	0,01325	5
·u(δ _r)	Resolución	0	0,00003 g	Rectang.	1	0,00003	∞
·u(δ _p)	Repetibilidad	0	0,0008 g	Normal	1	0,0008	∞
	Estimación	1501,013			·u _c	0,01457	

Para determinar la incertidumbre expandida, es necesario calcular los grados de libertad de la incertidumbre combinada mediante la fórmula Welch-Satterthwaite;

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u^4(x_i)}{v_i}} = \frac{0,01457^4}{\frac{0,006^4}{\infty} + \frac{0,01325^4}{5} + \frac{0,00003^4}{\infty} + \frac{0,0008^4}{\infty}} = 7,31$$

Se redondea al entero inferior, 7, y se obtiene un factor de cobertura de k = 2,43 para una probabilidad de cobertura del 95,45%. Por tanto la incertidumbre expandida es U = ± 0,01457*2,43 = ± 0,0354 V.

La expresión del valor de I quedará (1501,013 ± 0,035) g.

3. MÉTODO MEDIDA INDIRECTO

3.1) La tabla adjunta representa los valores medidos, simultáneamente, de la tensión en bornes de una resistencia y la corriente que circula por ella. Se pide;

- Determinar el valor de la resistencia y su incertidumbre expandida, si las medidas se han realizado con el multímetro Ketihley modelo 2000 con especificaciones a 90 días.
- Repetir el apartado a), pero calculando en cada iteración el valor de la resistencia y asumiendo que dicho valor se ha obtenido midiendo con el mismo multímetro.

V	I (mA)
10,000 11	9,999 61
10,000 21	9,998 25
10,000 26	9,999 63
10,000 18	10,000 22
9,999 85	9,998 76
9,999 41	9,999 44
9,999 65	9,999 74
9,999 84	9,999 08
10,000 40	9,998 85
10,000 78	10,000 53

mediando directamente la R (con su resolución y exactitud)

Nota: Probabilidad de cobertura 95,45%

SOLUCIÓN

a) El mensurando se obtiene con la expresión;

$$R = \frac{V}{I}$$

Las magnitudes de entrada son la tensión V y la corriente I. Cada una de las magnitudes de entrada tienen asociada una incertidumbre, que se calcularán de forma independiente, al obtenerse de forma directa.

- CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE DE LA MAGNITUD DE ENTRADA V.

Se siguen los pasos de los problemas anteriores....

$$V = \bar{x} + \delta_r + \delta_e$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_e la corrección por inexactitud del mismo.

De acuerdo con los datos obtenidos, se obtiene la media y la incertidumbre típica de la media de los valores medidos;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 10,000069V$$

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 1,23 \cdot 10^{-4} = 0,000123 V$$

El cálculo de esta incertidumbre tiene asociada $\nu = n - 1 = 9$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_x = \frac{\partial V}{\partial x} = 1$.

Los límites de la inexactitud serán;

$$I_e = \pm(10,00007 \cdot 20 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = \pm 0,000250 V$$

Por tanto $u(\delta_e) = \pm 0,25/\sqrt{3} = \pm 0,144$ mV y valor medio cero. $c_e = \partial V / \partial \delta_e = 1$.

La resolución tendrá $u(\delta_r) = \pm 0,01/\sqrt{12} = \pm 0,003$ mV y valor medio cero. $c_r = \partial V / \partial \delta_r = 1$.

Para determinar la incertidumbre final, aplicaremos la Ley de Propagación de la Incertidumbre a la expresión del mensurando;

$$u_c^2(V) = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 u^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_e}\right)^2 u^2(\delta_e) = c_x^2 u^2(\bar{x}) + c_r^2 u^2(\delta_r) + c_e^2 u^2(\delta_e)$$

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C_i	Contribución Incert $u(x_i)$	"v"
$\cdot u(x)$	Media	+10,00007	0,000123 V	Normal	1	0,000123	9
$\cdot u(\delta_r)$	Resolución	0	0,000003 V	Rectang.	1	0,000003	∞
$\cdot u(\delta_e)$	Exactitud	0	0,000144 V	Rectang.	1	0,000144	∞
	Estimación	+10,00007			$\cdot u_c$	0,000189	

- CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE DE LA MAGNITUD DE ENTRADA I.

De forma análoga....

$$I = \bar{x} + \delta_r + \delta_e$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_e la corrección por inexactitud del mismo.

De acuerdo con los datos obtenidos, se obtiene la media y la incertidumbre típica de la media de los valores medidos;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 9,99941 \text{ mA}$$

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 1,93 \cdot 10^{-4} = 0,000193 \text{ mA}$$

El cálculo de esta incertidumbre tiene asociada $v = n - 1 = 9$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_x = \partial V / \partial x = 1$.

Los límites de la inexactitud serán;

$$I_e = \pm (9,999411 \cdot 300 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 40 \cdot 10^{-6}) = \pm 0,003400 \text{ mA}$$

Por tanto $u(\delta_e) = \pm 3,400/\sqrt{3} = \pm 1,963$ mA y valor medio cero. $c_e = \partial V / \partial \delta_e = 1$.

La resolución será $u(\delta_r) = \pm 0,01/\sqrt{12} = \pm 0,003$ mA y valor medio cero. $c_r = \partial V / \partial \delta_r = 1$.

Para determinar la incertidumbre final, aplicaremos la Ley de Propagación de la Incertidumbre a la expresión del mensurando;

$$u_c^2(I) = \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 u^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial I}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial I}{\partial \delta_e}\right)^2 u^2(\delta_e) = c_x^2 u^2(\bar{x}) + c_r^2 u^2(\delta_r) + c_e^2 u^2(\delta_e)$$

PROBLEMAS DE CONCEPTOS BÁSICOS DE INSTRUMENTACIÓN

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C _i	Contribución Incert u(x _i)	"v"
·u(x)	Media	+9,99941	0,000193 mA	Normal	1	0,000193	9
·u(δ _r)	Resolución	0	0,000003 mA	Rectang.	1	0,000003	∞
·u(δ _e)	Exactitud	0	0,001963 mA	Rectang.	1	0,001963	∞
	Estimación	+9,99941			·u _c	0,001972	

El valor nominal de $R = 10,000069/9,999411 = 1000,0658 \Omega$. Para obtener la incertidumbre de R, aplicaremos la ley de propagación de la incertidumbre a la expresión del mensurando. Como las medidas se han tomado simultáneamente, la expresión es;

$R = \frac{V}{I} + \delta_r + \delta_e$
Ano es medida directa
δ_r y δ_e van en V e I

$$u_c^2(R) = \left(\frac{\partial R}{\partial V}\right)^2 u^2(V) + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 u^2(I) + 2 \frac{\partial R}{\partial V} \frac{\partial R}{\partial I} u(V, I) =$$

$$= \left(\frac{1}{I}\right)^2 u^2(V) + \left(-\frac{V}{I^2}\right)^2 u^2(I) - 2\left(\frac{1}{I}\right)\left(\frac{V}{I^2}\right) u(V, I)$$

Para expresar las incertidumbres relativas al valor del mensurando, se arreglará la expresión anterior de la siguiente manera; *ya que $u(V, I) = u(V) \cdot u(I) \cdot r(V, I)$*

$$u_c^2(R) = R^2 \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + R^2 \left(\frac{u(I)}{I}\right)^2 - 2R^2 \frac{u(V)}{V} \frac{u(I)}{I} r(V, I) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{c,r}^2(R) = u_r^2(V) + u_r^2(I) - 2u_r(V)u_r(I)r(V, I)$$

Siendo $u_r(V) = 0,000189/10,000069 = 1,89 \cdot 10^{-5}$ y $u_r(I) = 0,001972/9,99941 = 1,97 \cdot 10^{-4}$ quedando por determinar el coeficiente de correlación $r(V, I)$.

$$r(V, I) = \frac{u(V, I)}{u(V)u(I)}$$

inert relativa

n	V	I (mA)	(V - V̄)(I - Ī)
1	10,000 11	9,999 61	8·10 ⁻⁹
2	10,000 21	9,998 25	-162·10 ⁻⁹
3	10,000 26	9,999 63	42·10 ⁻⁹
4	10,000 18	10,000 22	89·10 ⁻⁹
5	9,999 85	9,998 76	143·10 ⁻⁹
6	9,999 41	9,999 44	-20·10 ⁻⁹
7	9,999 65	9,999 74	-139·10 ⁻⁹
8	9,999 84	9,999 08	76·10 ⁻⁹
9	10,000 40	9,998 85	-185·10 ⁻⁹
10	10,000 78	10,000 53	795·10 ⁻⁹
		Σ	647·10 ⁻⁹

$$u(V, I) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (V_k - \bar{V})(I_k - \bar{I}) = 7,2 \cdot 10^{-9} V \cdot mA$$

Para calcular el coeficiente de correlación, solo se consideran las incertidumbres típicas de las medias de los valores medidos;

$$r(V,I) = \frac{u(V,I)}{u_x(V)u_x(I)} = \frac{7,2 \cdot 10^{-9}}{123 \cdot 10^{-6} \cdot 193 \cdot 10^{-6}} = 0,304$$

$$u_{c,r}^2(R) = (1,89 \cdot 10^{-5})^2 + (1,97 \cdot 10^{-4})^2 - 2 \cdot 1,89 \cdot 10^{-5} \cdot 1,97 \cdot 10^{-4} \cdot 0,304 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{c,r}(R) = 1,92 \cdot 10^{-4}$$

Por tanto la incertidumbre típica de R será $u(R) = \pm 1000,0658 \cdot 1,92 \cdot 10^{-4} = \pm 0,192 \Omega$.

Considerando una probabilidad de cobertura del 95,45 % y asumiendo que no hay ningún término con un grado efectivo de libertad inferior a 9, el factor de cobertura es $k = 2$, lo que representa una incertidumbre expandida $U = \pm 0,192 \cdot 2 = \pm 0,384 \Omega$.

La expresión del valor medido junto con la incertidumbre quedará $(1000,07 \pm 0,38) \Omega$.

b) El primer paso será calcular el valor de la resistencia, en cada iteración, con el mismo número de cifras significativas que la tensión y la intensidad;

n	V	I (mA)	R
1	10,000 11	9,999 61	1000,050
2	10,000 21	9,998 25	1000,196
3	10,000 26	9,999 63	1000,063
4	10,000 18	10,000 22	999,996
5	9,999 85	9,998 76	1000,109
6	9,999 41	9,999 44	999,997
7	9,999 65	9,999 74	999,991
8	9,999 84	9,999 08	1000,076
9	10,000 40	9,998 85	1000,155
10	10,000 78	10,000 53	1000,025
		Σ	10000,658

Se siguen los pasos de los problemas anteriores....

$$R = \bar{x} + \delta_r + \delta_e$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_e la corrección por inexactitud del mismo.

De acuerdo con los datos obtenidos, se obtiene la media y la incertidumbre típica de la media de los valores medidos;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 1000,0658 \Omega$$

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 2,22 \cdot 10^{-2} = 0,0222 \Omega$$

El cálculo de esta incertidumbre tiene asociada $\nu = n - 1 = 9$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_x = \frac{\partial V}{\partial x} = 1$.

Los límites de la inexactitud son;

$$l_e = \pm(1000,0658 \cdot 80 \cdot 10^{-6} + 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-6}) = \pm 0,0900 \Omega$$

Por tanto $u(\delta_e) = \pm 0,0900 / \sqrt{3} = \pm 0,0520 \Omega$ y valor medio cero. $c_e = \frac{\partial V}{\partial \delta_e} = 1$.

La resolución será $u(\delta_r) = \pm 0,001/\sqrt{12} = \pm 0,0003 \Omega$ y valor medio cero.
 $c_r = \frac{\partial V}{\partial \delta_r} = 1.$

Para determinar la incertidumbre final, aplicaremos la Ley de Propagación de la Incertidumbre a la expresión del mensurando;

$$u_c^2(R) = \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)^2 u^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial R}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial R}{\partial \delta_e}\right)^2 u^2(\delta_e) = c_x^2 u^2(\bar{x}) + c_r^2 u^2(\delta_r) + c_e^2 u^2(\delta_e)$$

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C_i	Contribución Incert $u(x_i)$	"v"	
·	$u(x)$	Media	1000,0658	0,0222 Ω	Normal	1	0,0222	9
·	$u(\delta_r)$	Resolución	0	0,0003 Ω	Rectang.	1	0,0003	∞
·	$u(\delta_e)$	Exactitud	0	0,0520 Ω	Rectang.	1	0,0520	∞
	Estimación	1000,0658			$\cdot u_c$	0,0565		

Considerando una probabilidad de cobertura del 95,45 % y asumiendo que no hay ningún término con un grado efectivo de libertad inferior a 9, el factor de cobertura es $k = 2$, lo que representa una incertidumbre expandida $U = \pm 0,0565 * 2 = \pm 0,113 \Omega$.

La expresión del valor medido junto con la incertidumbre quedará $(1000,07 \pm 0,11) \Omega$.

4. APLICACIONES.

4.1) Se desea seleccionar zéners de referencia con una tensión dentro de los límites de $10,000 \text{ V} \pm 1 \text{ mV}$ con una fiabilidad del 95% aproximadamente. El equipo de medida a utilizar será el multímetro digital Agilent 34401 A, con especificaciones a 90 días. Se pide;

ahí sí que se refiere a la tolerancia

- a) Determinar entre qué límites tiene que estar el valor medio de una serie de “n” medidas (con $n \geq 10$) para que dicho tener se considere válido. Nota: Considérese una incertidumbre típica de la media por dispersión de las medidas de $\pm 0,05 \text{ mV}$.
- b) Si la producción ofrece unos zéners con unos valores medios de $10,0000 \text{ V}$ y $\sigma = \pm 0,5 \text{ mV}$. ¿Qué porcentaje estimado de la producción se rechazará?

SOLUCIÓN

a) El primer paso consiste en determinar qué incertidumbre tendrán asociada las medidas realizadas en los extremos del intervalo. Como el intervalo es muy estrecho, $\pm 1 \text{ mV}$, frente al valor medido y la incertidumbre se presenta con dos cifras decimales, solamente será necesario calcular la incertidumbre de la medida en el punto central, $10,000 \text{ V}$.

Se siguen los pasos de los problemas anteriores....

$$V = \bar{x} + \delta_r + \delta_e$$

Siendo δ_r la corrección por resolución finita del instrumento y δ_e la corrección por inexactitud del mismo.

Se considera un valor medido medio de $10,000 \text{ 00V}$ y una incertidumbre típica de $\pm 0,05 \text{ mV}$. Esta incertidumbre tiene asociada $\nu = \infty$ grados de libertad y un coeficiente de sensibilidad $c_x = \frac{\partial V}{\partial x} = 1$.

Los límites de la inexactitud son;

$$l_e = \pm(10,00000 \cdot 20 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = \pm 0,000250 \text{ V}$$

Por tanto $u(\delta_e) = \pm 0,25 / \sqrt{3} = \pm 0,144 \text{ mV}$ y valor medio cero. $c_e = \frac{\partial V}{\partial \delta_e} = 1$.

La resolución será $u(\delta_r) = \pm 0,01 / \sqrt{12} = \pm 0,003 \text{ mV}$ y valor medio cero. $c_r = \frac{\partial V}{\partial \delta_r} = 1$.

Para determinar la incertidumbre final, aplicaremos la Ley de Propagación de la Incertidumbre a la expresión del mensurando;

$$u_c^2(V) = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 u^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_r}\right)^2 u^2(\delta_r) + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta_e}\right)^2 u^2(\delta_e) = c_x^2 u^2(\bar{x}) + c_r^2 u^2(\delta_r) + c_e^2 u^2(\delta_e)$$

	Concepto	Valor	Incertidumbre Típica	pdf	C_i	Contribución Incert $u(x_i)$	“v”
$\cdot u(x)$	Media	+10,00000	0,000050 V	Normal	1	0,000050	∞
$\cdot u(\delta_r)$	Resolución	0	0,000003 V	Rectang.	1	0,000003	∞
$\cdot u(\delta_e)$	Exactitud	0	0,000144 V	Rectang.	1	0,000144	∞
	Estimación	+10,00000			$\cdot u_c$	0,000152	

Como se desea una fiabilidad del 95% y no hay ningún término con un grado de libertad inferior a 9, el factor de cobertura es $k = 2$, por lo que la incertidumbre expandida será $U = \pm 0,000152 \cdot 2 = 0,000304 \text{ V}$, redondeando a dos cifras $U = \pm 0,00030 \text{ V}$.

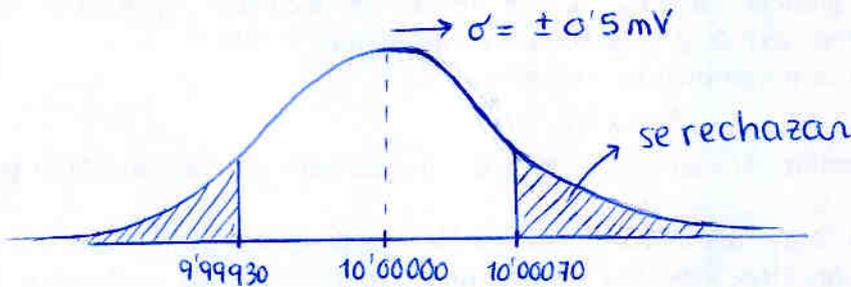
Por tanto, todos aquellos zeners que ofrezcan una tensión media comprendida en el intervalo $(9,99900 + 0,00030) = 9,99930 < V_z < 10,00070 = (10,00100 - 0,00030)$, se considerarán válidos.

b) Si la producción ofrece zeners cuyo valor de salida se distribuye normalmente, con valor medio 10,0000 V y desviación típica $\sigma = \pm 0,5$ mV, hay que calcular qué porcentaje se encuentra fuera del intervalo [9,9993, 10,0007]. Como los límites son simétricos, solo será necesario calcular $P(V_z > 10,0007 \text{ V})$ y multiplicarla por 2.

La distribución se transformará en una $N[0,1]$ restando el valor medio y dividiendo por la desviación típica;

$$P(Z > \frac{10,0007 - 10,0000}{0,0005}) = 1 - P(Z \leq 1,4) = 1 - 0,9192 = 0,0808 = 8,08\%$$

Por tanto el $8,08 * 2 = 16,16\%$ de la producción se rechazará.



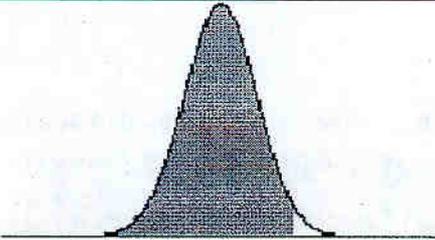
5. ANEXOS.

5.1. FACTORES DE COBERTURA.

Tabla 5.1. Factores de cobertura "k" para diferentes grados de libertad y probabilidad de cobertura.

v_{eff}	PROBABILIDAD DE COBERTURA "p" (%)					
	68,27	90	95	95,45	99	99,73
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

5.2. DISTRIBUCIÓN NORMAL.

										
Probabilidad de observar un valor menor o igual a z. $P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z f(t) dt$										
z	x,x0	x,x1	x,x2	x,x3	x,x4	x,x5	x,x6	x,x7	x,x8	x,x9
0.0	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0.1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0.2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0.3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0.4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0.5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0.6	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0.7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0.8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0.9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1.0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1.1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1.2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1.3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1.4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1.5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1.6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1.7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1.8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1.9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2.0	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2.1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2.2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2.3	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2.4	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2.5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2.6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2.7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2.8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2.9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3.0	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990
3.1	,9990	,9991	,9991	,9991	,9992	,9992	,9992	,9992	,9993	,9993
3.2	,9993	,9993	,9994	,9994	,9994	,9994	,9994	,9995	,9995	,9995
3.3	,9995	,9995	,9995	,9996	,9996	,9996	,9996	,9996	,9996	,9997
3.4	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9998

5.3. MULTÍMETRO AGILENT 34401A

Accuracy Specifications ± (% of reading + % of range)⁽¹⁾

Function	Range ⁽²⁾	Frequency, etc.	24 Hour ⁽³⁾ 23°C ± 1°C	90 Day 23°C ± 5°C	1 Year 23°C ± 5°C	Temperature Coefficient 0°C – 18°C 28°C – 55°C
dc Voltage	100.0000 mV		0.0030 + 0.0030	0.0040 + 0.0035	0.0050 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
	1.000000 V		0.0020 + 0.0006	0.0030 + 0.0007	0.0040 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
	10.00000 V		0.0015 + 0.0004	0.0020 + 0.0005	0.0035 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
	100.0000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0006	0.0045 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
	1000.000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0010	0.0045 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
True rms ac Voltage ⁽⁴⁾	100.0000 mV	3 Hz - 5 Hz	1.00 + 0.03	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	0.100 + 0.004
		5 Hz - 10 Hz	0.35 + 0.03	0.35 + 0.04	0.35 + 0.04	0.035 + 0.004
		10 Hz - 20 kHz	0.04 + 0.03	0.05 + 0.04	0.06 + 0.04	0.005 + 0.004
		20 kHz - 50 kHz	0.10 + 0.05	0.11 + 0.05	0.12 + 0.04	0.011 + 0.005
		50 kHz - 100 kHz	0.55 + 0.08	0.60 + 0.08	0.60 + 0.08	0.060 + 0.008
	100 kHz - 300 kHz ⁽⁵⁾	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	0.20 + 0.02	
	1.000000 V to 750.000 V	3 Hz - 5 Hz	1.00 + 0.02	1.00 + 0.03	1.00 + 0.03	0.100 + 0.003
		5 Hz - 10 Hz	0.35 + 0.02	0.35 + 0.03	0.35 + 0.03	0.035 + 0.003
		10 Hz - 20 kHz	0.04 + 0.02	0.05 + 0.03	0.06 + 0.03	0.005 + 0.003
		20 kHz - 50 kHz	0.10 + 0.04	0.11 + 0.05	0.12 + 0.04	0.011 + 0.005
50 kHz - 100 kHz ⁽⁵⁾		0.55 + 0.08	0.60 + 0.08	0.60 + 0.08	0.060 + 0.008	
100 kHz - 300 kHz ⁽⁵⁾	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	0.20 + 0.02		
Resistance ⁽⁷⁾	100.0000 Ω	1 mA Current Source	0.0030 + 0.0030	0.008 + 0.004	0.010 + 0.004	0.0006 + 0.0005
	1.000000 kΩ	1 mA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	10.00000 kΩ	100 μA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	100.0000 kΩ	10 μA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	1.000000 MΩ	5.0 μA	0.002 + 0.001	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0010 + 0.0002
	10.00000 MΩ	500 nA	0.015 + 0.001	0.020 + 0.001	0.040 + 0.001	0.0030 + 0.0004
	100.0000 MΩ	500 nA 10MΩ	0.300 + 0.010	0.800 + 0.010	0.800 + 0.010	0.1500 + 0.0002
dc Current	10.00000 mA	<0.1 V Burden Voltage	0.005 + 0.010	0.030 + 0.020	0.050 + 0.020	0.002 + 0.0020
	100.0000 mA	<0.6 V	0.010 + 0.004	0.030 + 0.005	0.050 + 0.005	0.002 + 0.0005
	1.000000 A	<1 V	0.050 + 0.006	0.080 + 0.010	0.100 + 0.010	0.005 + 0.0010
	3.00000 A	<2 V	0.100 + 0.020	0.120 + 0.020	0.120 + 0.020	0.005 + 0.0020
True rms ac Current ⁽⁴⁾	1.000000 A	3 Hz - 5 Hz	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	0.100 + 0.006
		5 Hz - 10 Hz	0.30 + 0.04	0.30 + 0.04	0.30 + 0.04	0.035 + 0.006
		10 Hz - 5 kHz	0.10 + 0.04	0.10 + 0.04	0.10 + 0.04	0.015 + 0.006
	3.00000 A	3 Hz - 5 Hz	1.10 + 0.06	1.10 + 0.06	1.10 + 0.06	0.100 + 0.006
		5 Hz - 10 Hz	0.35 + 0.06	0.35 + 0.06	0.35 + 0.06	0.035 + 0.006
		10 Hz - 5 kHz	0.15 + 0.06	0.15 + 0.06	0.15 + 0.06	0.015 + 0.006
Frequency or Period ⁽⁸⁾	100 mV to 750 V	3 Hz - 5 Hz	0.10	0.10	0.10	0.005
		5 Hz - 10 Hz	0.05	0.05	0.05	0.005
		10 Hz - 40 Hz	0.03	0.03	0.03	0.001
		40 Hz - 300 kHz	0.006	0.01	0.01	0.001
Continuity	1000.0Ω	1mA Test Current	0.002 + 0.010	0.008 + 0.020	0.010 + 0.020	0.001 + 0.002
Diode Test	1.0000V	1mA Test Current	0.002 + 0.010	0.008 + 0.020	0.010 + 0.020	0.001 + 0.002

- 1 Specifications are for 1hr warm-up and 6 1/2 digits, Slow ac filter.
- 2 Relative to calibration standards.
- 3 20% over range on all ranges except 1000Vdc and 750Vac ranges.
- 4 For sinewave input > 5% of range. For inputs from 1% to 5% of range and < 50kHz, add 0.1% of range additional error.
- 5 750V range limited to 100 kHz or 8 x10⁷ Volt-Hz.
- 6 Typically 30% of reading error at 1MHz.
- 7 Specifications are for 4-wire ohms function or 2-wire ohms using Math Null. Without Math Null, add 0.2 Ω additional error in 2-wire ohms function.
- 8 Input > 100 mV. For 10 mV inputs multiply % of reading error x10.

25

Measurement Characteristics

dc Voltage

Measurement Method	Continuously Integrating Multi-slope III A-D Converter
A-D Linearity	0.0002% of reading + 0.0001 % of range

Input Resistance	0.1V, 1V, 10 V ranges Selectable 10 MΩ or >10,000 MΩ
	100 V, 1000 V ranges 10 MΩ ± 1%

Input Bias Current	< 30pA at 25° C
Input Protection	1000 V all ranges

dcV:dcV Ratio Accuracy	$\frac{V_{input}}{V_{reference}}$ Accuracy + Accuracy
------------------------	---

True rms ac Voltage

Measurement Method	ac coupled True rms – measures the ac component of the input with up to 400 Vdc of bias on any range.
Crest Factor	Maximum of 5:1 at Full Scale

Additional Crest Factor Errors (non-sinewave)	
Crest Factor 1–2	0.05 % of reading
Crest Factor 2–3	0.15 % of reading
Crest Factor 3–4	0.30 % of reading
Crest Factor 4–5	0.40 % of reading

Input Impedance	1 MΩ ± 2% in parallel with 100 pF
-----------------	-----------------------------------

Input Protection	750Vrms all ranges
------------------	--------------------

Resistance

Measurement Method	Selectable 4-wire or 2-wire Ohms. Current source referenced to LO input.
--------------------	--

Maximum Lead Resistance (4-wire)	10% of range per lead for 100Ω and 1kΩ ranges. 1kΩ per lead on all other ranges.
----------------------------------	--

Input Protection	1000 V all ranges
------------------	-------------------

dc Current

Shunt Resistance	5Ω for 10 mA, 100 mA; 0.1 Ω for 1 A, 3 A
------------------	--

Input Protection	Externally accessible 3 A 250 V Fuse Internal 7 A 250 V Fuse
------------------	--

- 1 For 1kΩ unbalance in LO lead.
- 2 For power line frequency ± 0.1%.
- 3 For power line frequency ± 1% use 40dB or ± 3% use 30dB.
- 4 Reading speeds for 60Hz and (50Hz) operation.
- 5 Maximum useful limit with default settling delays defeated.
- 6 Speeds are for 4½ digits, Delay 0, Auto-zero and Display OFF.

True rms ac Current

Measurement Method	Direct coupled to the fuse and shunt ac coupled True rms measurement (measures the ac component only).
--------------------	--

Shunt Resistance	0.1 Ω for 1 A and 3 A ranges
------------------	------------------------------

Input Protection	Externally accessible 3 A 250 V Fuse Internal 7 A 250 V Fuse
------------------	--

Frequency and Period

Measurement Method	Reciprocal counting technique
--------------------	-------------------------------

Voltage Ranges	Same as ac Voltage Function
----------------	-----------------------------

Gate Time	1 s, 100 ms, or 10 ms.
-----------	------------------------

Continuity / Diode

Response Time	300 samples/s with audible tone
---------------	---------------------------------

Continuity Threshold	Selectable from 1 Ω to 1000 Ω
----------------------	-------------------------------

Measurement Noise Rejection 60 (50) Hz¹⁾

dc CMRR	140 dB
---------	--------

ac CMRR	70 dB
---------	-------

Integration Time Normal Mode Rejection²⁾

100 plc / 1.67 s (2 s)	60 dB ³⁾
------------------------	---------------------

10 plc / 167 ms (200 ms)	60 dB ³⁾
--------------------------	---------------------

1 plc / 16.7 ms (20 ms)	60 dB
-------------------------	-------

<1 plc / 3 ms or 800 μs	0 dB
-------------------------	------

Operating Characteristics⁴⁾

Function	Digits	Readings/s
----------	--------	------------

dcV, dcI, and Resistance	6½	0.6 (0.5)
--------------------------	----	-----------

	6½	6 (5)
--	----	-------

	5½	60 (50)
--	----	---------

	5½	300
--	----	-----

	4½	1000
--	----	------

acV, acI	6½	0.15 Slow (3Hz)
----------	----	-----------------

	6½	1 Medium (20Hz)
--	----	-----------------

	6½	10 Fast (200Hz)
--	----	-----------------

	6½	50 ⁵⁾
--	----	------------------

Frequency or Period	6½	1
---------------------	----	---

	5½	9.8
--	----	-----

	4½	80
--	----	----

System Speeds⁶⁾

Configuration Rates	26/s to 50/s
---------------------	--------------

Autorange Rate (dc Volts)	>30/s
---------------------------	-------

ASCII readings to RS-232	55/s
--------------------------	------

ASCII readings to GPIB	1000/s
------------------------	--------

Maximum Internal Trig. Rate	1000/s
-----------------------------	--------

Max. Ext. Trig. Rate to Memory	1000/s
--------------------------------	--------

Triggering and Memory

Reading HOLD Sensitivity	10%, 1%, 0.1%, or 0.01% of range
--------------------------	----------------------------------

Samples/ trigger	1 to 50,000
------------------	-------------

Trigger Delay	0 to 3600 s: 10 μs step size
---------------	------------------------------

External Trigger Delay	< 1 ms
------------------------	--------

External Trigger Jitter	< 500 μs
-------------------------	----------

Memory	512 readings
--------	--------------

Math Functions

	NULL, Min/Max/Average, dBm, dB, Limit Test (with TTL output)
--	--

Standard Programming Languages

	SCPI (IEEE-488.2), Agilent 3478A, Fluke 8840A/42A
--	---

Accessories Included

	Test Lead Kit with probe, alligator, and grabber attachments.
--	---

	Operating Manual, Service Manual, test report, and power cord.
--	--

General Specifications

Power Supply	100 V/120 V/220 V/ 240 V ±10%
--------------	-------------------------------

Power Line Frequency	45 Hz to 66 Hz and 360 Hz to 440 Hz
----------------------	-------------------------------------

	Automatically sensed at power-on
--	----------------------------------

Power Consumption	25 VA peak (10W average)
-------------------	--------------------------

Operating Environment	Full accuracy for 0° C to 55° C
-----------------------	---------------------------------

	Full accuracy to 80% R.H. at 40° C
--	------------------------------------

Storage Environment	-40° C to 70° C
---------------------	-----------------

Weight	3.6 kg (8.0 lbs)
--------	------------------

Safety	Designed to CSA, UL-1244, IEC-348
--------	-----------------------------------

RFI and ESD	MIL-461C, FTZ 1046, FCC
-------------	-------------------------

Vibration and Shock	MIL-T-28800E, Type III, Class 5 (Sine Only)
---------------------	---

Warranty	3 years
----------	---------

5.4. MULTÍMETRO KEITHLEY MODELO 2000.

DC VOLTAGE

RANGE	RESOLUTION	ACCURACY 23°C ± 5°C ±(ppm of rdg. + ppm of range)		INPUT RESISTANCE
		90 DAY	1 YEAR	
100.0000 mV	0.1 µV	40 + 35	50 + 35	> 10 GΩ
1.000000 V	1.0 µV	25 + 7	30 + 7	> 10 GΩ
10.00000 V	10 µV	20 + 5	30 + 5	> 10 GΩ
100.0000 V	100 µV	30 + 6	35 + 6	10 MΩ ± 1%
1000.000 V	1 mV	35 + 6	45 + 6	10 MΩ ± 1%

RESISTANCE

RANGE	RESOLUTION	ACCURACY 23°C ± 5°C ±(ppm of rdg. + ppm of range)		TEST CURRENT
		90 DAY	1 YEAR	
100.0000 Ω	100 µΩ	80 + 40	100 + 40	1 mA
1.000000 kΩ	1 mΩ	80 + 10	100 + 10	1 mA
10.00000 kΩ	10 mΩ	80 + 10	100 + 10	100 µA
100.0000 kΩ	100 mΩ	80 + 10	100 + 10	10 µA
1.000000 MΩ	1 Ω	80 + 10	100 + 10	10 µA
10.00000 MΩ	10 Ω	100 + 10	100 + 10	700 nA
100.0000 MΩ	100 Ω	1500 + 30	1500 + 30	700 nA

DC CURRENT

RANGE	RESOLUTION	ACCURACY 23°C ± 5°C ±(ppm of rdg. + ppm of range)		BURDEN VOLTAGE
		90 DAY	1 YEAR	
10.00000 mA	30 nA	500 + 50	500 + 40	< 0.15 V
100.0000 mA	300 nA	500 + 40	500 + 40	< 0.05 V
1.000000 A	1 µA	500 + 40	500 + 40	< 0.1 V
10.0000 A	10 µA	1200 + 15	1200 + 15	< 1 V

CONTINUITY 2W

RANGE	RESOLUTION	ACCURACY 23°C ± 5°C ±(ppm of rdg. + ppm of range)		TEST CURRENT
		90 DAY	1 YEAR	
1 kΩ	100 mΩ	100 + 100	120 + 100	1 mA

DIODE TEST

RANGE	RESOLUTION	ACCURACY 23°C ± 5°C ±(ppm of rdg. + ppm of range)		TEST CURRENT
		90 DAY	1 YEAR	
1.00000 V	10 µV	30 + 7	30 + 7	1 mA
10.00000 V	10 µV	30 + 7	30 + 7	100 µA
100.0000 V	10 µV	30 + 7	30 + 7	10 µA

DC OPERATING CHARACTERISTICS

DIGITS	READINGS*	PLCY	RMS NOISE		NMRR	CMRR
			10V RANGE	10V RANGE		
6 1/2	3	10	< 1.5 µV	< 1.5 µV	60 dB	140 dB
6 1/2	30	1	< 1 µV	< 1 µV	60 dB	140 dB
5 1/2	300	0.1	< 2 µV	< 2 µV	—	80 dB
4 1/2	3000	0.01	< 150 µV	< 150 µV	—	80 dB

DC SYSTEM SPEEDS**

RANGE CHANGE: 50 µs
FUNCTION CHANGE: 15 ms
AUTO RANGE TIME: 1.5 ms (99%)
ASCII READINGS TO RS-232 (10% OF RANGE): 20 µs
MAX. INTERNAL TRIGGER RATE: 300 / s
MAX. EXTERNAL TRIGGER RATE: 400 / s

TRUE RMS AC VOLTAGE AND CURRENT CHARACTERISTICS

RANGE	RESOLUTION	FREQUENCY RANGE	ACCURACY (1 Year), 23°C ± 5°C
			±(% of reading + % of range)
100 mV to 750 V	0.1 µV to 1 mV	3 Hz to 10 Hz	0.35 + 0.03
		10 Hz to 20 kHz	0.60 + 0.03
		20 kHz to 50 kHz	0.12 + 0.05
		50 kHz to 100 kHz	0.40 + 0.05
		100 kHz to 300 kHz	1 + 0.5

AC OPERATING CHARACTERISTICS

FUNCTION	DIGITS	READINGS*	RATE	BANDWIDTH
ACV (all ranges), and ACI (all ranges)	6 1/2	3 readings	SLOW	5 Hz to 300 kHz
	6 1/2	30	MED	10 Hz to 300 kHz
	6 1/2	300	FAST	30 Hz to 300 kHz
	6 1/2	3000	FAST	300 Hz to 300 kHz

FREQUENCY AND PERIOD CHARACTERISTICS

ACV RANGE	FREQUENCY RANGE	PERIOD RANGE	GATE TIME	RESOLUTION ±(ppm of reading)	ACCURACY 90 DAY/1 YEAR ±(% of reading)
100 mV to 750 V	3 Hz to 500 kHz	333 ns to 2 µs	1 s (MIN)	0.333	0.01

TEMPERATURE CHARACTERISTICS

THERMOCOUPLE TYPE	RANGE	RESOLUTION	ACCURACY 90 DAY/1 YEAR (23°C ± 5°C)	
			Relative to Reference Junction	Using 2501-N/CAN*
J	-200 to + 760°C	0.001°C	±0.5°C	±0.65°C
E	-200 to + 1372°C	0.001°C	±0.5°C	±0.70°C
T	-200 to + 400°C	0.001°C	±0.5°C	±0.65°C

GENERAL SPECIFICATIONS

POWER SUPPLY: 100V / 120V / 220V / 240V ± 10%
LINE FREQUENCY: 45 Hz to 65 Hz, automatically sensed at power-up
POWER CONSUMPTION: 22VA
OPERATING ENVIRONMENT: Specified for 0°C to 50°C. Specified to 80% R.H. at 55°C.
STORAGE ENVIRONMENT: -40°C to 70°C
WARRANTY: 3 years
SAFETY: Conforms with European Union Directive 7323/66C, EN 61010-1, UL 3111-1
EMC: Conforms with European Union Directive 8933/67EEC, EN 55011, EN 50062-1, EN 61000-3-2, EN 61000-3-3, FCC part 15 class B
WARMUP: 1 hour to rated accuracy
DIMENSIONS: Rack Mounting: 67mm high × 213mm wide × 370mm deep (3 1/4 in × 8 1/4 in × 14 5/8 in)
Bench Configuration (with handle and feet): 101mm high × 238mm wide × 370mm deep (4 1/4 in × 9 1/4 in × 14 5/8 in)
NET WEIGHT: 2.9kg (6.3 lbs)
SHIPPING WEIGHT: 5kg (11 lbs)
VOLT HERTZ PRODUCT: ≤ 9 × 10³ Hz
ACCESSORIES SUPPLIED: Model 1751 Safety Test Leads, User Manual

BOOK OF THE MONTH

The book is a comprehensive review of the literature on the subject of [illegible] and is written in a clear and concise style. It is a valuable resource for [illegible] and is highly recommended.

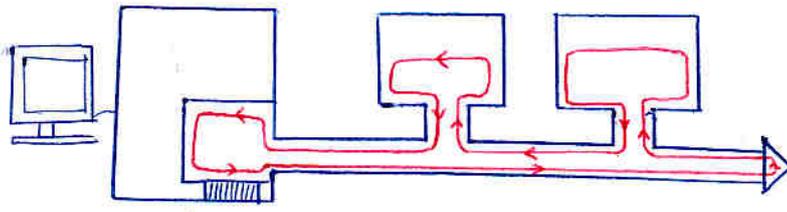
[The following text is extremely faint and largely illegible due to the quality of the scan. It appears to be a list of references or a detailed review of a book, but the specific content cannot be accurately transcribed.]

TEMA 2. BUS IEEE 488

2.1 Introducción

- 1975 → IEEE 488 (Bus GPIB)
- 1978 → IEEE 488.1 : definió hardware y funcionalidad del bus
ej: comandos de interfaz
- 1987 → IEEE 488.2 : mantuvo el .1 y definió funcionalidades obligatorias de los instrumentos
ej: comandos de dispositivo

2.2 características



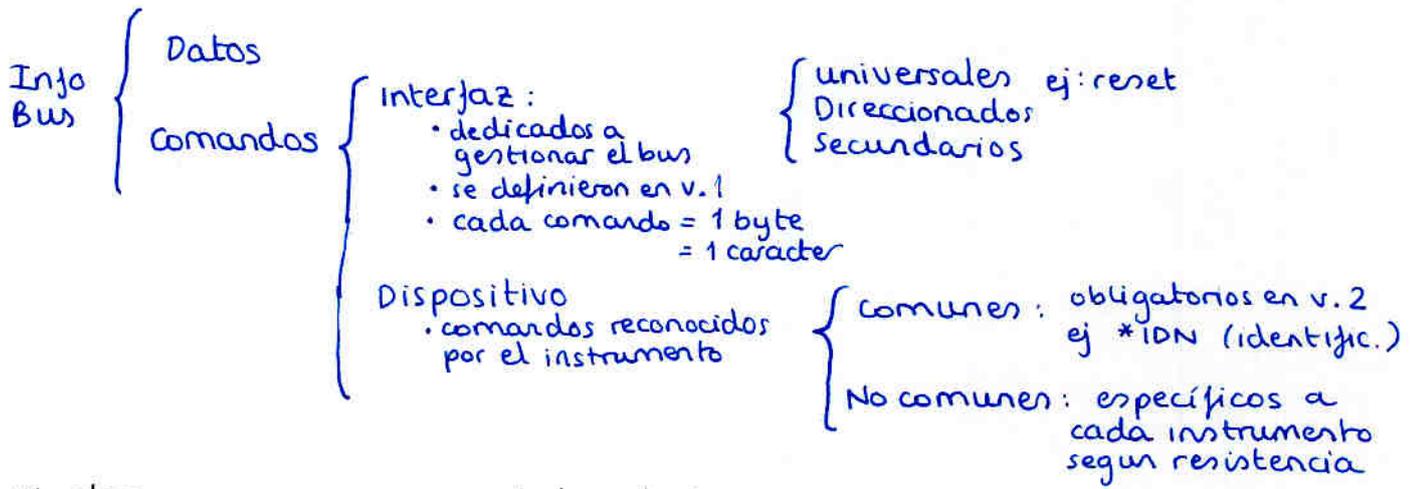
- Bus distribuido (vs. concentrado)
- Capacidad máxima dispositivos: 14 + 1 controlador

En cada intervalo de tiempo hay un único transmisor y el resto de dispositivos son receptores

2.3 Direccionamiento

- Cada dispositivo tiene dirección única (se cambia por software)
- Capacidad direccionamiento [0, 30] → 31
- controlador: habitualmente dirección 0 (otras veces 21)

2.6 comandos



Niveles

Interfaz usuario
leng. programación
driver: gestiona el bus a nivel bajo
Bus GPIB

en laboratorio

visual basic

NI 488: algunos ejemplos

- IBDEV (nº tarjeta GPIB, direcc instrum, dir zona, T10s timeout, 1, &H80A, Dev)
- IBWRT (Dev, datos)
- IBRD (Dev, RdBuf)

asigna descriptor del instrumento ↓

Answer Question 1-2

1. (a) The first part of the question asks for the definition of a function. A function is a relation between a set of inputs and a set of possible outputs, where each input is related to exactly one output.

(b) The second part of the question asks for the domain and range of the function $f(x) = x^2 + 2x - 3$. The domain is all real numbers, and the range is $y \geq -4$.



2. (a) The first part of the question asks for the definition of a linear function. A linear function is a function whose graph is a straight line. It can be written in the form $y = mx + c$, where m is the gradient and c is the y-intercept.

(b) The second part of the question asks for the equation of the line passing through the points $(1, 2)$ and $(3, 4)$. The gradient is $m = \frac{4-2}{3-1} = 1$. The y-intercept is $c = 1$. The equation of the line is $y = x + 1$.

3. (a) The first part of the question asks for the definition of a quadratic function. A quadratic function is a function whose graph is a parabola. It can be written in the form $y = ax^2 + bx + c$, where a , b , and c are constants and $a \neq 0$.

(b) The second part of the question asks for the equation of the parabola with vertex at $(2, 3)$ and passing through the point $(4, 7)$. The equation is $y = x^2 - 4x + 11$.



4. (a) The first part of the question asks for the definition of a circle. A circle is a closed curve where every point on the curve is equidistant from a fixed point called the center.

(b) The second part of the question asks for the equation of the circle with center at $(2, 3)$ and radius 5. The equation is $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

(c) The third part of the question asks for the equation of the circle with center at $(2, 3)$ and passing through the point $(7, 8)$. The equation is $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

Tema 3. Instrumentos de medida de tiempo-frecuencia

Introducción

Medida del tiempo: unidad "segundo"

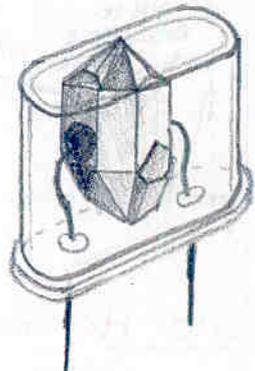
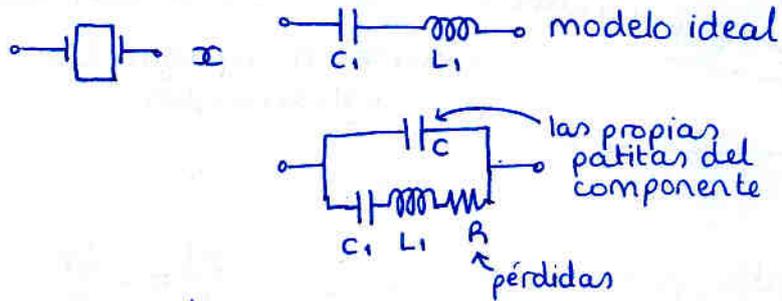
¿Cómo se define 1 segundo?
 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de Cesium 133.

Es irrealizable en la práctica, así que se usa:

cristal de cuarzo: SiO_2 : dióxido de silicio

piezoelectricidad \leftrightarrow esfuerzo mecánico \leftrightarrow polarización eléctrica

El cristal bruto es siempre igual. TODAS las características eléctricas vienen dadas por el corte del cristal.



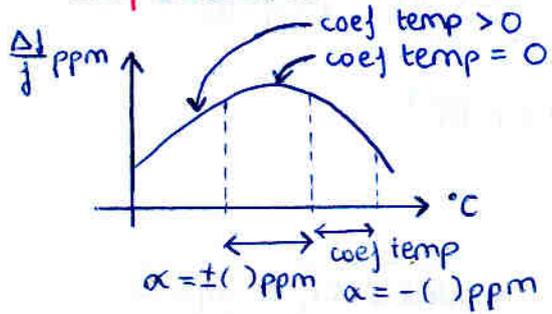
Frecuencia de resonancia

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

El factor de calidad está varios ordenes de magnitud por encima de cualquier bobina y condensador

Factores que influyen en la frecuencia

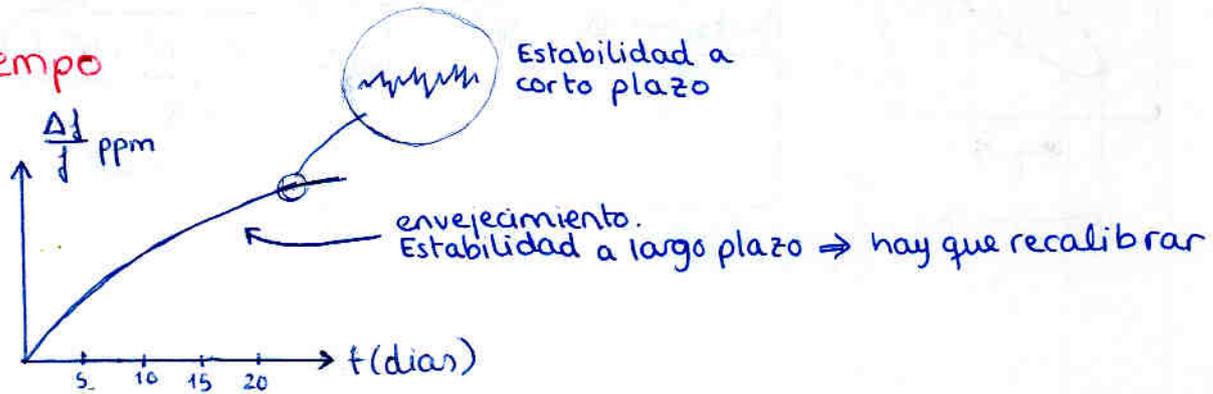
• Temperatura



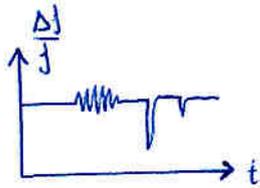
Una gráfica para cada tipo de corte del cristal

- según lo que podamos pagar:
- no hacer nada.
 A temp ambiente: 2'5 ppm de 0° a 50°C
 - compensar en temperatura con un componente de respuesta inversa
 0'5 ppm de 0° a 50°C
 - fijar la temperatura en horno: pequeña cajita con radiador
 ON/OFF control proporcional

• Tiempo



Vibraciones / golpes



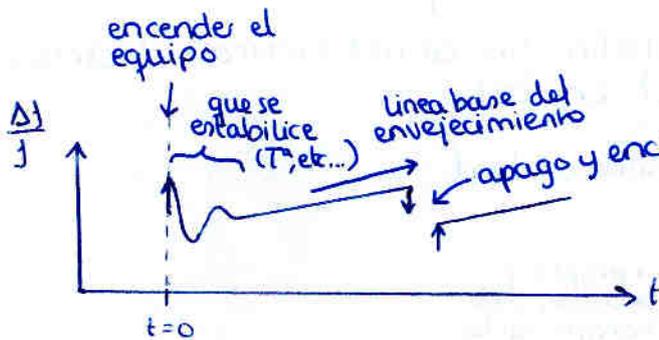
Ya que el cristal es piezoeléctrico

- no toca las paredes
- rodeado de gas inerte
- junta de goma para eliminar vibración

Campos electromagnéticos

El circuito del oscilador tiene variaciones → carcasas metálicas conectadas a masa

Retraza

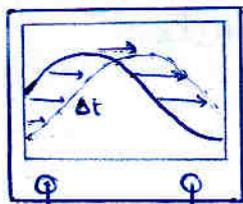


discontinuidad llamada retraza
Solución: no apagar los instrumentos.

3 Métodos de medida por comparación

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\Delta \phi}{\phi} = -\frac{\Delta t}{t} = \frac{f_{REF} - f_x}{f_{REF}}$$

3.1 medida de diferencia de tiempo



f_{REF} f_x
 $\Delta f = f_{REF} - f_x$

ejemplo: $f_{REF} = 10 \text{ MHz}$
escala: $0.01 \mu\text{s} / \text{div}$

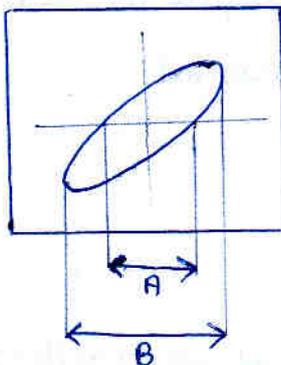
esperando 15s se desplaza 2.5 div

$$\Rightarrow \left| \frac{\Delta f}{f_{REF}} \right| = \left| \frac{\Delta t}{t} \right| = \frac{25 \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}}{15} = 1.67 \cdot 10^{-9}$$

$$\hookrightarrow \Delta f = f_{REF} \cdot 1.67 \cdot 10^{-9}$$

3.2 medida de diferencia de fase

modo XY

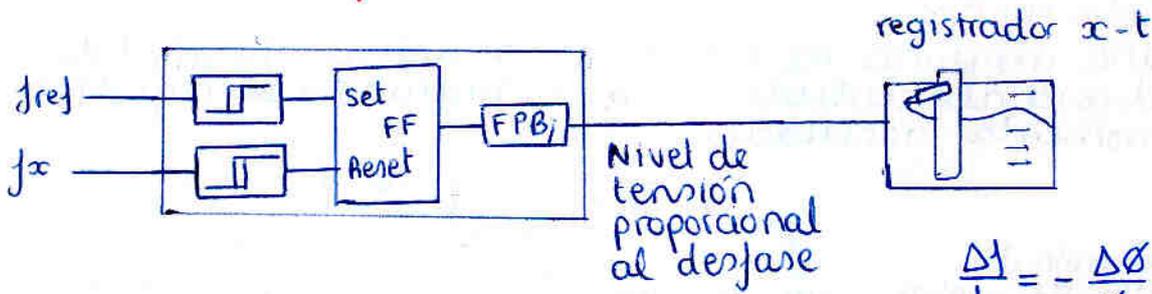


$\phi = \arcsen\left(\frac{A}{B}\right)$ se mide en t_1 , te esperas Δt , y se mide en t_2

$$\begin{array}{l} \text{en } t_1 \rightarrow \phi_1 \\ \text{en } t_2 \rightarrow \phi_2 \end{array} \quad \frac{\Delta f}{f_{REF}} = -\frac{\Delta \phi}{\phi_{REF} \cdot t} = \frac{(\phi_2 - \phi_1) \cdot \frac{2\pi}{360}}{\underbrace{2\pi f_{REF}}_{\omega_{REF}} \cdot \underbrace{(t_2 - t_1)}_t}$$

$$\phi = \omega t$$

3.3 Detector de fase



$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{\Delta \phi}{\phi}$$

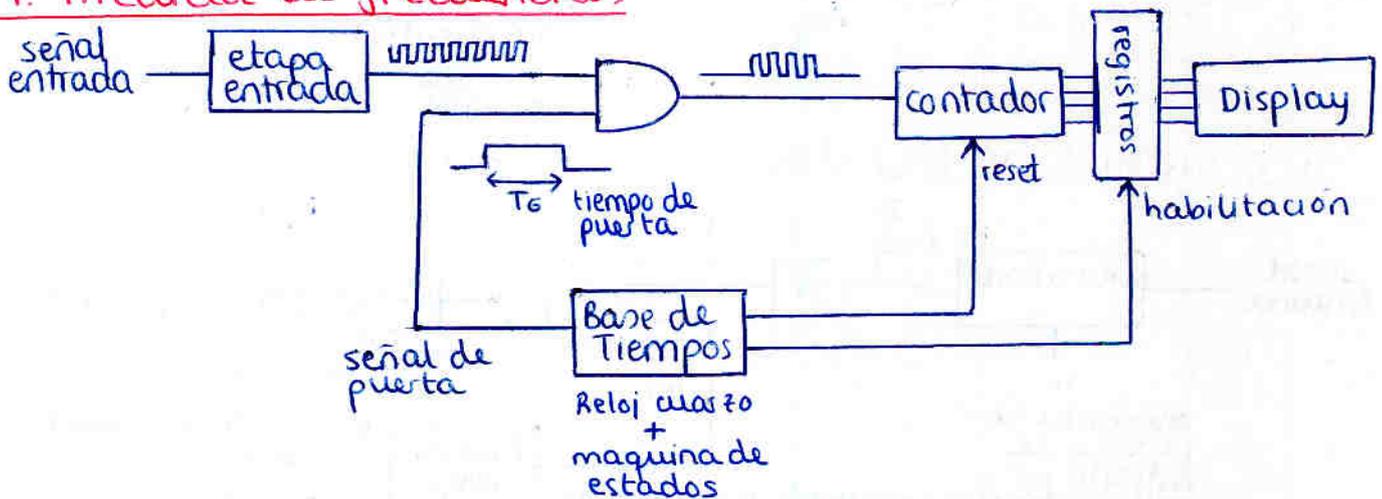
ejemplo $f_{ref} = 10 \text{ MHz}$
Desviación 160° en 24 h.

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{\Delta \phi}{\phi} = - \frac{160 \cdot \frac{2\pi}{360}}{2\pi \cdot 10 \text{ MHz} \cdot 24 \cdot 3600}$$

ω_{ref} t

4. Instrumentos basados en contadores

4.1. medida de frecuencias



El display muestra el número de ciclos de la señal de entrada que caben en T_G ; tiempo de puerta

$$N = f_e \cdot T_G$$

↑ f_e ↑
frec. entrada

↑ N ↓
nº que cuenta el contador
i.e. nº del display

$$\text{Resolución} = \frac{1}{T_G}$$

⇒ Mayor resolución requiere mayor tiempo de medida

$$f_e = \frac{1}{T_G} \cdot N$$

$$\text{nº dígitos} = \lceil \log_{10} N \rceil$$

$$= \lfloor \log_{10}(N) + 1 \rfloor$$

ej $N = 10000$?

ejemplos :

$$T_G = 1 \text{ s} \rightarrow N = f_e \cdot T_G = \boxed{547} = 547 \text{ Hz}$$

$$\text{Resol} = \frac{1}{T_G} = 1 \text{ Hz}$$

$$T_G = 10 \text{ s} \rightarrow N = f_e \cdot T_G = \boxed{5473} = 5473 \text{ Hz}$$

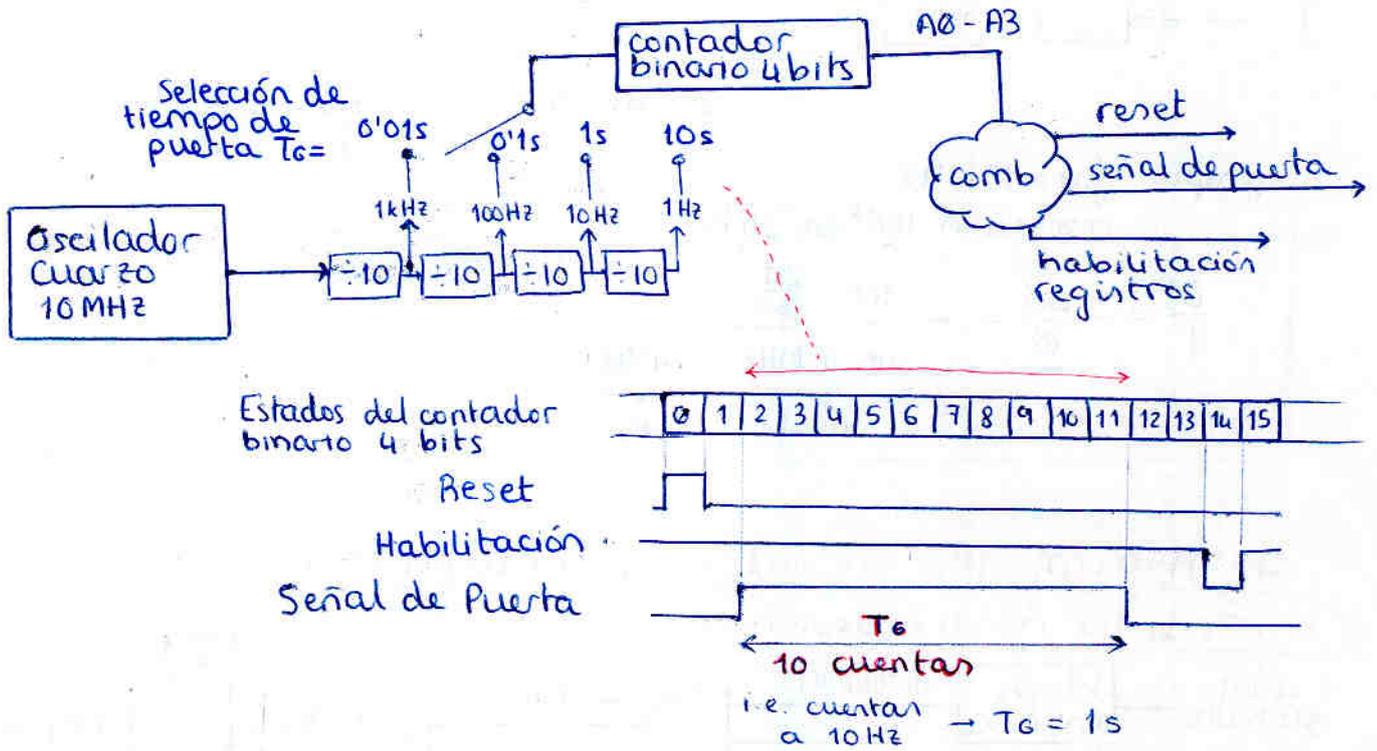
$$\text{Resol} = \frac{1}{T_G} = 0.1 \text{ Hz}$$

$$T_G = 0.1 \text{ s} \rightarrow N = f_e \cdot T_G = \boxed{55} = 0.55 \text{ kHz}$$

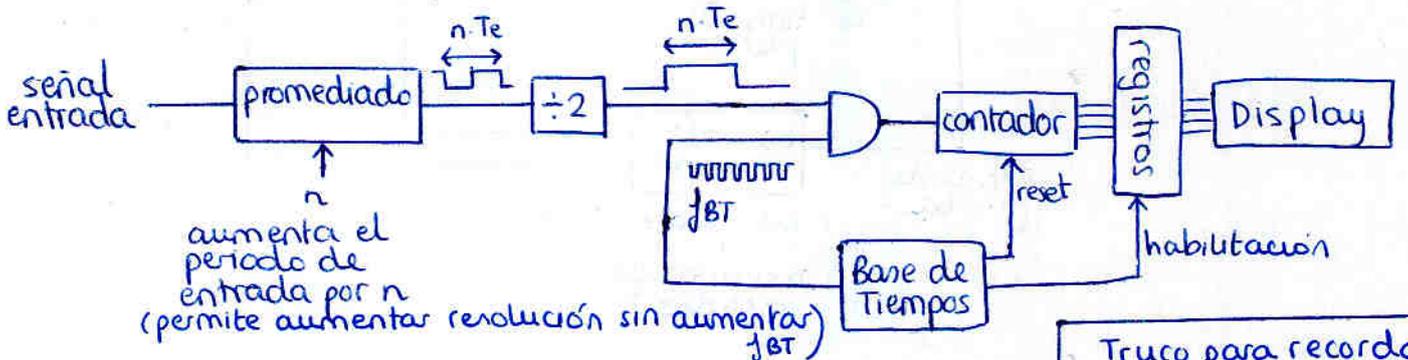
$$\text{Resol} = \frac{1}{T_G} = 10 \text{ Hz}$$

La base de tiempos

tiene una máquina de estados para activar la señal de puerta, el reset del contador y la habilitación de registros en los momentos adecuados.



4.2. Medida de periodos



$$N = n \cdot T_e \cdot f_{BT}$$

$$\text{Resolución} = \frac{1}{n \cdot f_{BT}}$$

Truco para recordar: La resolución es la inversa de la cte de proporcionalidad de lo que estoy midiendo con N

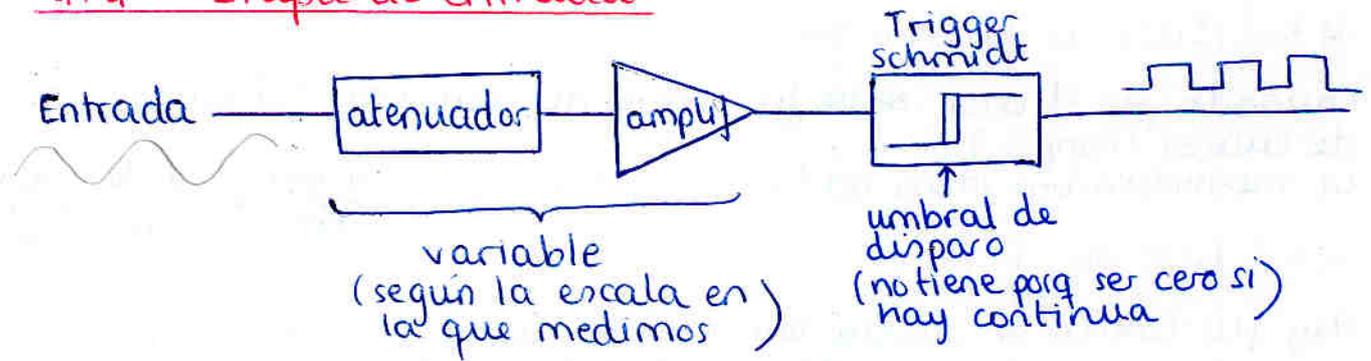
4.3 otras medidas (basadas en las 2 anteriores)

Totalización: Basado en medida de frecuencia. obtienes T_e de señal exterior y simplemente lees el nº de ciclos que caben en T_e

Intervalo de tiempo: dos entradas I (start, stop) $N = I \cdot f_{BT}$

Relación de frecuencias: $n \cdot T_a$ (input), f_B (clock), N (cont.) $N = n \cdot T_a \cdot f_B = \frac{f_B}{f_A} \cdot n$

4.4 Etapa de entrada



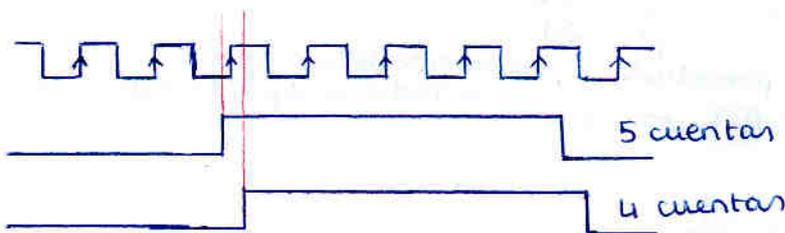
1. Impedancia de entrada: $1M \parallel 15 pF$ ó $50 \Omega \parallel 15 pF$
2. Acoplamiento AC - DC
 - no carga al circuito
 - filtro RC alto
 - carga al circuito
 - filtro con bajo RC

DC puede llegar a deformar una frec entrada muy baja
ej: anula cuadrada con T alto!
solución: modo AC y usar umbral de disparo configurable
3. Rango dinámico: zona lineal del amplificador (no achatar)
(se considera con el atenuador al máximo)
4. Sensibilidad: mínima entrada para que (S/N) permita funcionar bien al Trigger-schmidt.
(se considera con el atenuador a cero)
5. Nivel de seguridad: no quemar el amplificador.
Depende del atenuador que a su vez depende del rango en que medimos

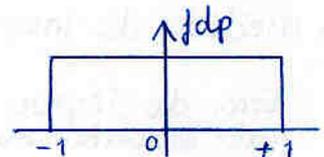
control de blanco
+vo ó -vo

4.5 Fuentes de error en la medida con contador directo

4.5.1 Error de puerta o de ± 1 cuenta



El error puede resultar en obtener una cuenta menos, y como nosotros no sabemos si ha habido error o no, la fdp es:



Error relativo inversamente proporcional a la cuenta:

La incertidumbre relativa (i.e. $\pm x\%$) es:

medida de frecuencias: $\frac{\Delta f}{f_e} = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_e T_g}$

medida de periodos: $\frac{\Delta T}{T_e} = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_{BT} \cdot n T_e}$

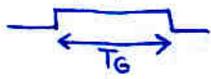
4.5.2 Error de la base de tiempos

causado por el error en la frecuencia de oscilación del cristal de cuarzo (temp, ...).

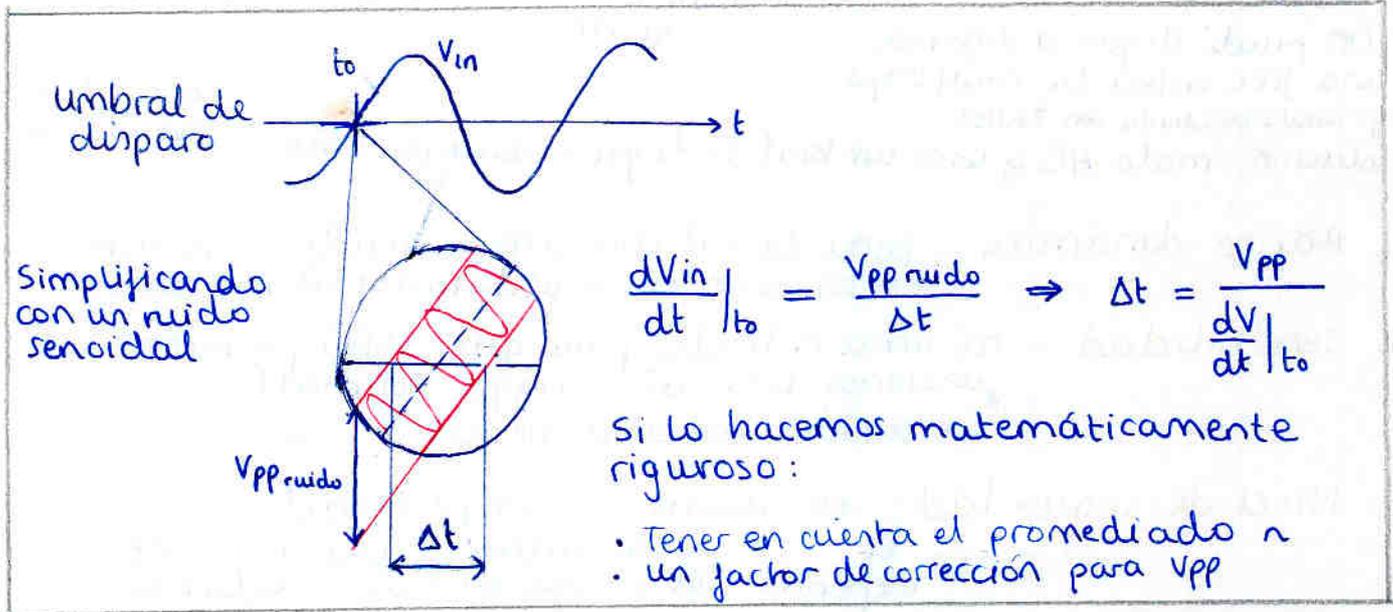
La incertidumbre viene dada por el fabricante $\frac{U(f_{BT})}{f_{BT}} = \frac{U(T_0)}{T_0}$ ← coincide la incert. relativa

4.5.3 Error de disparo

Hay que tenerlo en cuenta ÚNICAMENTE cuando la señal de puerta se genera a partir de entrada externa.



ej: medida de periodo, medida de relación de frecuencias, medida de intervalo de tiempo (dos entradas on-off)



• Medida de periodos

$$\text{Error de disparo (rms)} \quad (\text{valor cuadrático medio}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{x^2 + e_n^2}$$

\nearrow ruido de la etapa de entrada
 \nearrow ruido de la fuente de señal
 $n \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T}$
 \nwarrow promediado
 \nwarrow pendiente de la señal de entrada en el punto de disparo

• Medida de intervalo de tiempo (entradas start y stop) (A y B)

$$\text{Error de disparo (rms)} \quad (\text{valor cuadrático medio}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{x^2 + e_{nA}^2}{\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_A^2} + \frac{x^2 + e_{nB}^2}{\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_B^2}}$$

4.5.4 Error sistemático

Diferencias en los circuitos de entrada de start y stop (chorradas como distinta longitud del cable \Rightarrow retardo) afectan a la medida del intervalo.

La cuantificación de este error se obtiene a partir de especificaciones del fabricante y características del sistema.

Errores aplicables a cada caso

Fuente de error	Medida de frecuencias	Medida de periodos	Medida de intervalos de tiempo (start/stop)	
± 1 cuenta	X	X	X	se aplica sumando a N
base de tiempos	X	X	X	→ f _{BT} , T _G
disparo		X	X	→ T _e
sistemático			X	→ ΔT

los dos últimos se aplican directamente sumándose a la medida indirecta

4.6 Contador recíproco

4.6.1 ¿Porqué necesitamos otro tipo de contador?

Supongamos contador directo modo frecuencia

f _e	T _G	N = f _e · T _G	Resol = 1/T _G	Incertidumbre = ± 1/N
1 MHz	1 s	1 000 000	1 Hz	± 1 ppm
1 kHz	1 s	1 000	1 Hz	± 0.1 %
100 Hz	1 s	100	1 Hz	± 1 %
10 Hz	1 s	10	1 Hz	± 10 %

La incertidumbre crece peligrosamente al bajar la frecuencia

$$\text{incert} = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_e T_G}$$

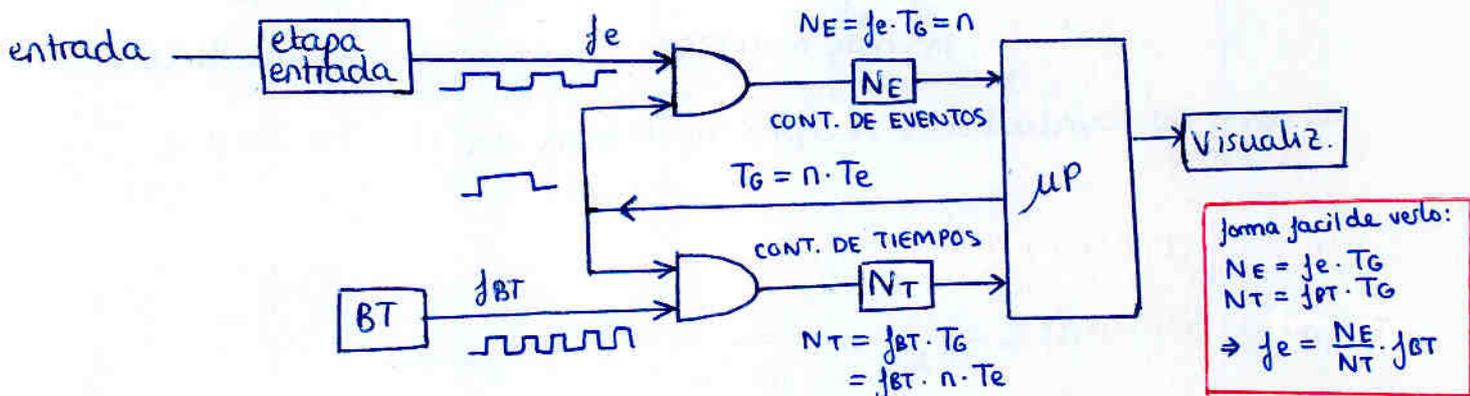
ej: incertidumbre ± 1 ppm con f_e = 10 Hz → necesita T_G = 100 000 s (más de 24 h!)

En un contador directo modo periodo

$$\text{incert} = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_{BT} \cdot T_G} = \pm \frac{1}{f_{BT} \cdot \frac{n \cdot T_e}{T_G}}$$

si mantenemos T_G constante, la incertidumbre será constante
Pero necesitaríamos cuanto vale n para poder obtener T_e → esto es lo que consigue el contador recíproco

4.6.2. Funcionamiento



En principio, se ajusta externamente T_G a un valor fijo constante (luego el µP se encarga de escoger T_G que sea lo más exactamente igual a un número entero de periodos de entrada posible)

Teniendo T_G fijo conocido ($T_G = n \cdot T_e$; de momento no sabemos n), en el contador de eventos obtenemos $N_E = f_e \cdot T_G = f_e \cdot n \cdot T_e = n$ de forma que ya sabemos n .

El μP tendrá un intervalo en el que intentará ajustar que T_G sea exactamente un múltiplo de T_e $T_G = n \cdot T_e$

Después de ese ajuste, se mide en el contador de tiempos

$$N_T = f_{BT} \cdot T_G = f_{BT} \cdot n \cdot T_e$$

Y el μP hace:

$$\frac{N_E}{N_T} = \frac{n}{f_{BT} \cdot n \cdot T_e} \Rightarrow$$

$$T_e = \frac{N_T}{N_E} \cdot T_{BT}$$

obteniendo así mucha precisión a baja frecuencia
 $f_e = \frac{N_E}{N_T} f_{BT}$

4.6.3 ¿Por qué no usar siempre contador recíproco?

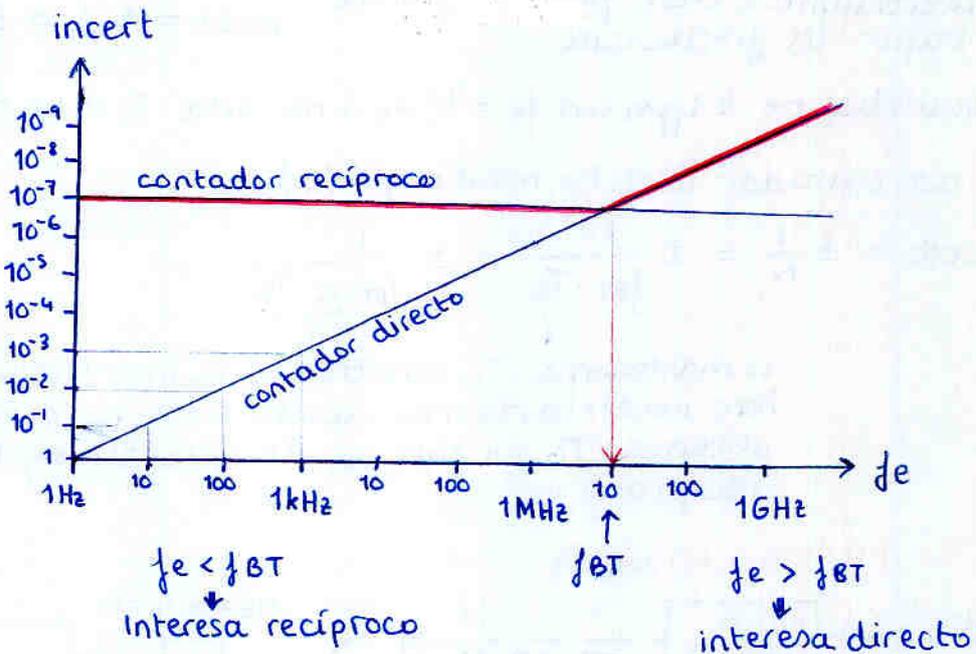
A altas frecuencias tiene mayor resolución un contador directo

contador directo: $incert = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_e \cdot T_G}$

contador recíproco: $incert = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_{BT} \cdot T_G} = cte$

ej: $T_G = 1s$
 $f_{BT} = 10 \text{ MHz}$

incertidumbre menor (decrece) \uparrow
 \downarrow mejor



Por eso los contadores recíprocos tienen un **conmutador a directo**.

4.6.4 Errores en la medida con contadores recíprocos

- Incert: de ± 1 cuenta $= \pm \frac{1}{N_T} = \pm \frac{1}{f_{BT} \cdot T_G}$ digitos/segundo
- Incertidumbre en base de tiempos: causado por incertidumbre en el cristal de cuarzo
- Error de disparo } no hay que tenerlos en cuenta
- Error sistemático }

4.7. Medida de frecuencia en el rango de microondas

En la actualidad, los contadores son capaces de realizar medidas hasta unos 500 MHz. Para incrementar este valor, se utilizan técnicas que reducen la frecuencia de la señal de entrada hasta valores incluidos en el rango de medida del contador. Dichas técnicas, junto con las frecuencias máximas aproximadas que se pueden llegar a medir, se muestran en la siguiente tabla:

Técnica de medida	Frecuencia máxima
Preescalado	1.5 GHz
Convertidor heterodino	20 GHz
Oscilador de transferencia	23 GHz
Convertidor heterodino armónico	40 GHz

4.7.1. Preescalado

En este caso, la señal de entrada atraviesa un divisor de frecuencias, que la rebaja hasta un valor admisible por el contador dividiéndola por un factor N . Los valores típicos de N oscilan entre 2 y 16. En este caso, la frecuencia a mostrar en la pantalla se obtiene multiplicando el contenido del contador por el factor N , o bien aplicando la división de frecuencias también a la base de tiempos, con lo que el tiempo de puerta se multiplica por N . De esta forma se evita la multiplicación y se mejora la resolución, a costa de aumentar el tiempo necesario para la medida.

4.7.2. Convertidor heterodino

En este caso se utiliza un mezclador para rebajar la frecuencia de entrada de la señal hasta un valor medible por el instrumento. En la figura 9 se muestra un diagrama de bloques básico.

La señal proveniente de la base de tiempos se eleva, por medio de un multiplicador, hasta una determinada frecuencia fundamental f_{in} , que suele estar entre los 100 y los 500 MHz. A continuación, un generador de armónicos produce un espectro en forma de “peine”, que contiene todos los múltiplos de f_{in} , de los cuales se selecciona uno, de valor Kf_{in} , por medio de un filtro de microondas seleccionable.

La señal de entrada se mezcla con la salida del filtro mediante un mezclador, a cuya salida encontramos las frecuencias suma y resta $f_x \pm Kf_{in}$, de las cuales se selecciona $f_x - Kf_{in}$ por medio del amplificador de frecuencia intermedia. Esta señal se utiliza como entrada al contador directo, que la mide y finalmente muestra en la pantalla el valor medido más el valor de Kf_{in} .

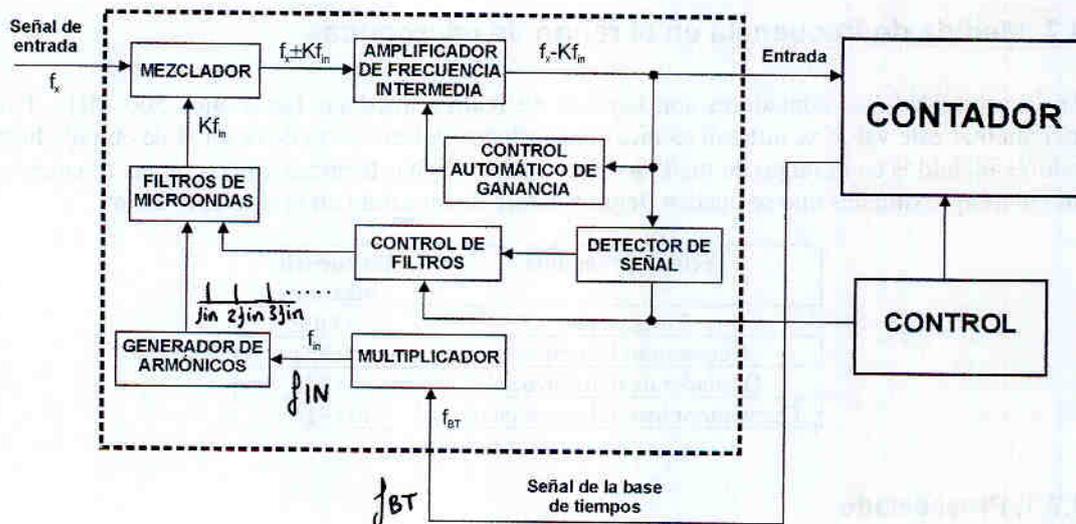


Figura 9. Convertidor heterodino

El valor de K debe ser tal que $f_x - Kf_{in}$ esté dentro del rango medible, y, dado que f_x no es conocida a priori, se obtiene mediante prueba y error: empezando por $K=1$, se comprueba, mediante el detector de señal, si se ha obtenido una señal dentro del rango de frecuencias del amplificador. En caso contrario, se incrementa K hasta obtener dicha señal. El bloque de control se encarga de gestionar este proceso, activando el contador cuando pueda comenzar la medida, e informando a éste del valor de K para que la medida mostrada en la pantalla sea correcta.

Por último, el sistema dispone también de un control automático de ganancia, encargado de evitar, mediante el ajuste de ganancia del amplificador de frecuencia intermedia, que componentes frecuenciales no deseadas lleguen al contador con suficiente amplitud como para disparar el trigger Schmitt.

4.7.3. Oscilador de transferencia

El diagrama simplificado de este convertidor se muestra en la figura 10. La mitad superior del esquema se utiliza para rebajar la señal de entrada a la frecuencia medible: una vez el bucle de enganche de fase llegue a su estado estacionario, la frecuencia F_{if1} valdrá

$$F_{if1} = N \cdot F_1 - f_x \quad [15]$$

La frecuencia F_1 es medida por el contador, y dado que F_{if1} viene fijada por el amplificador de frecuencia intermedia, faltará calcular el valor de N para obtener f_x . La mitad inferior del esquema de la figura 10 está dedicada a obtener dicho valor. La salida del segundo VCO está desplazada una frecuencia F_0 , de forma que F_2 vale

$$F_2 = F_1 + F_0 \quad [16]$$

y la frecuencia intermedia F_{if2} ,

$$F_{if2} = N(F_1 + F_0) - f_x = NF_1 - f_x + NF_0 = F_{if1} + NF_0 \quad [17]$$

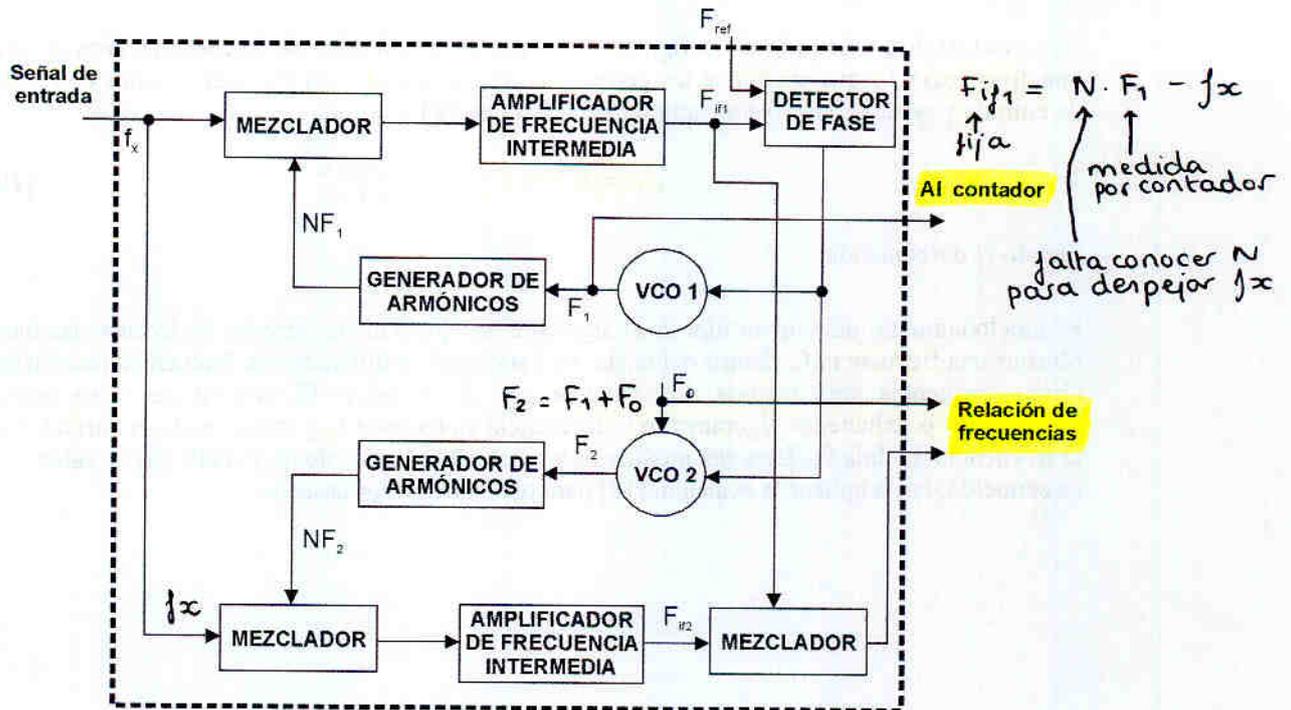


Figura 10. Oscilador de transferencia

Por último, se mezclan F_{if2} y F_{if1} para obtener $N F_0$. Bastará calcular la relación de frecuencias, como se vio en el apartado 4.3.3, para obtener N .

Una vez obtenido N , se puede calcular $N F_1$ realizando la operación matemática o aumentando el tiempo de puerta en un factor N . Se suma entonces F_{if1} al resultado obtenido para obtener f_x .

4.7.4. Convertidor heterodino armónico

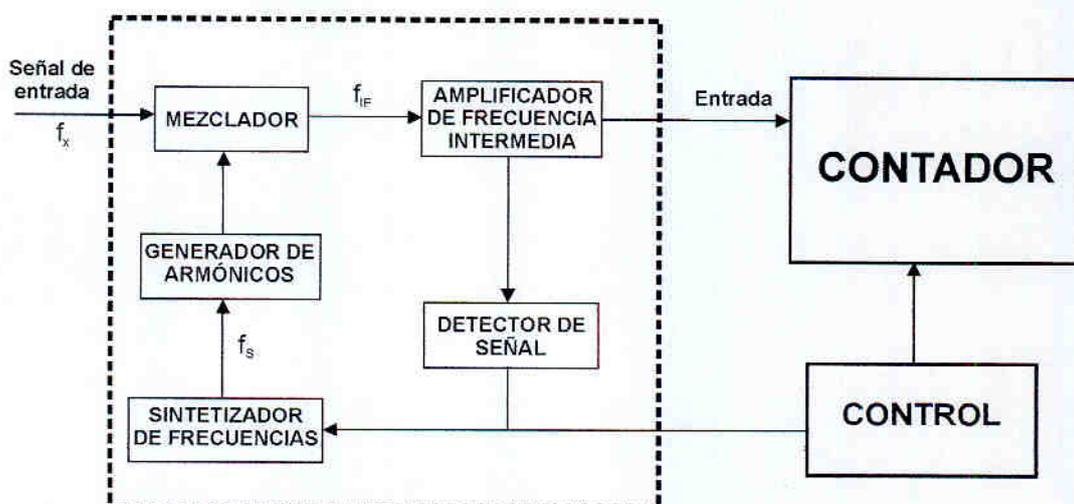


Figura 11. Convertidor heterodino armónico

Este convertidor, mostrado en la figura 11, utiliza un sintetizador de frecuencias para generar una frecuencia f_s , que pasa por un generador de armónicos para mezclarse todos con la señal de entrada y generar, entre otras, una señal de frecuencia f_{IF} .

$$f_{IF} = f_x - N \cdot f_s \quad \text{entre otras} \quad [18]$$

Siendo N desconocida.

El funcionamiento del convertidor es el siguiente: se ajusta el sintetizador de frecuencias hasta obtener una frecuencia f_{IF} dentro del ancho de banda del amplificador de frecuencia intermedia. Dicha frecuencia será medida directamente por el contador. El cálculo de N se realiza aumentando o reduciendo ligeramente la frecuencia sintetizada f_s , y observando la variación de la frecuencia medida f_{IF} . Una vez medida f_{IF} y calculado el valor de N, y dado que el valor de f_s es conocido, basta aplicar la ecuación [18] para obtener el valor deseado.

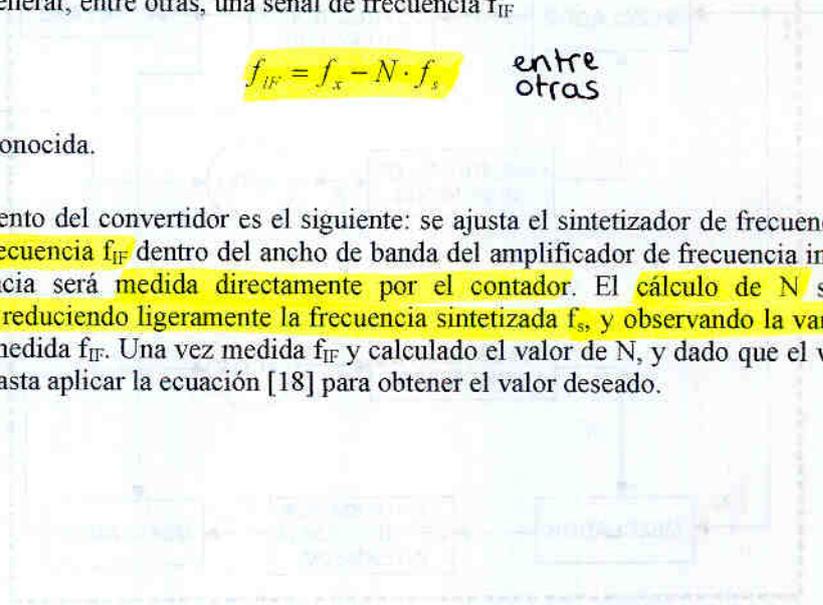
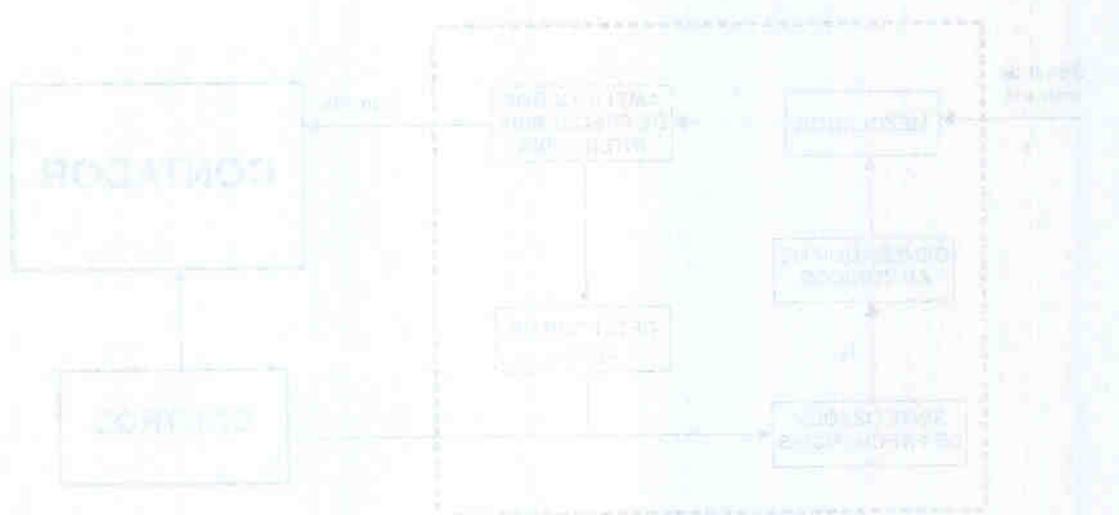


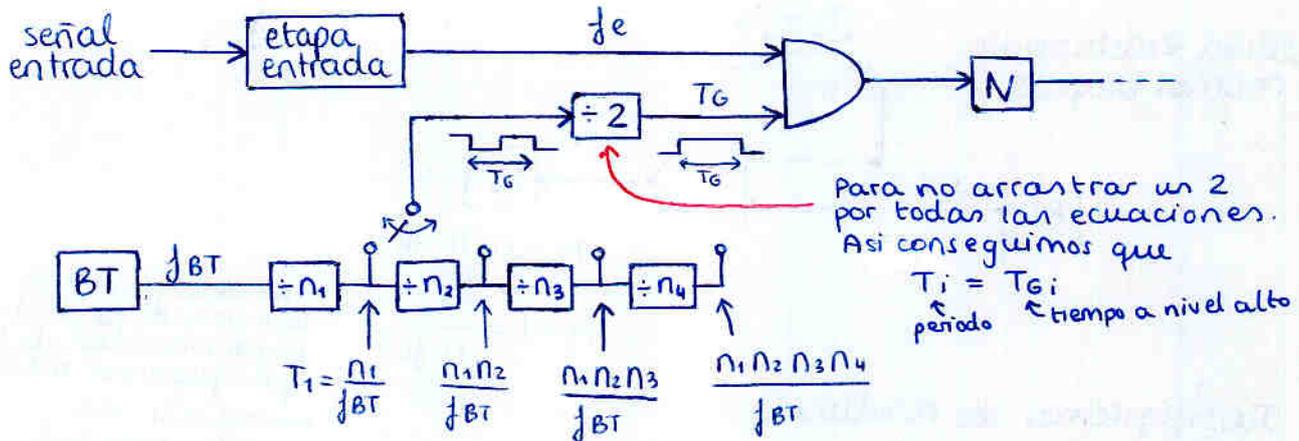
Figura 11. Convertidor de frecuencia. El diagrama muestra un flujo de señal desde un generador de entrada a través de un mezclador y un amplificador de frecuencia intermedia hasta un contador y una pantalla.



Problema

Contador directo de 8 décadas y 4 posibles resoluciones:
(8 dígitos) 0.1 Hz, 1 Hz, 10 Hz, 100 Hz

a) Esquema de bloques simplificado



b) Calcular los divisores para $f_{BT} = 10 \text{ MHz}$

¿Como sabemos qué resolución corresponde a cada posición?
 A mayor $T_G \rightarrow$ mayor resolución \Rightarrow Los 0.1 Hz corresponden a la posición 4

$$\begin{aligned} \text{Resol}_1 &= \frac{1}{T_{G_1}} = \frac{f_{BT}}{n_1} = 100 \text{ Hz} \rightarrow n_1 = 10^5 \\ \text{Resol}_2 &= \frac{1}{T_{G_2}} = \frac{f_{BT}}{n_1 n_2} = 10 \text{ Hz} \rightarrow n_2 = 10 \\ \text{Resol}_3 &= \frac{1}{T_{G_3}} = \frac{f_{BT}}{n_1 n_2 n_3} = 1 \text{ Hz} \rightarrow n_3 = 10 \\ \text{Resol}_4 &= \frac{1}{T_{G_4}} = \frac{f_{BT}}{n_1 n_2 n_3 n_4} = 0.1 \text{ Hz} \rightarrow n_4 = 10 \end{aligned}$$

c) Hallar f_{max} del instrumento en cada posición sabiendo que el ancho de banda (posiblemente viene dado por amplificador de entrada) es de 150 MHz

Recordando que el display tiene 8 décadas podemos hacer

Resol	N	f_{max}
100 Hz	1 5 0 0 0 0 0 0	150 MHz
10 Hz	1 5 0 0 0 0 0 0	150 MHz
1 Hz	9 9 9 9 9 9 9 9	100 MHz
0.1 Hz	9 9 9 9 9 9 9 9	10 MHz

← 8 décadas →
 La resolución es el valor del dígito menos significativo

} limitado por el ancho de banda
 } limitado por el desbordamiento
 ↓
 demasiada resolución implica que el fondo de escala estaría demasiado cerca

Nota: los instrumentos al desbordarse, para no reiniciar la cuenta desde abajo y dar un valor erróneo bloquean el número a 9...99 y activan un bit de overflow.

Un equipo proporciona frecuencia de salida 35'324 kHz
 Lo medimos usando contador directo, 6 dígitos completos
 $f_{BT} = 10 \text{ MHz} = \pm 50 \text{ ppm}$

Se toman 10 medidas

35320	35315	35326	35330	35322
35328	35318	35317	35331	35332

a) ¿ T_G ? $\text{Resol} = 1 \text{ Hz} = \frac{1}{T_G} \rightarrow T_G = 1 \text{ s}$

b) Valor de f_e con su incertidumbre

Lo que medimos es N , f_e es una medida indirecta

$$f_e = \frac{N}{T_G}$$

valor incertidumbre (for N)
 valor incertidumbre (for T_G) → error en la BT

Fijándonos en N

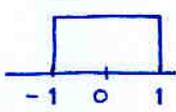
$$N = x + \delta_c$$

↑ valores leídos $\bar{x}, u(x)$
 ↑ error de ± cuenta $\delta_c = 0$
 $u(\delta_c)$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 35\,323'9$$

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = 1'9858\dots$$

$$\bar{\delta}_c = 0$$

$$u(\delta_c) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$


Por tanto Ley de propagación incertidumbre ($r=0$)

$$u_c(N)^2 = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)^2 u(x)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial \delta_c}\right)^2 u(\delta_c)^2$$

$$= 1^2 \cdot 3'94\bar{3} + 1^2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$u_c(N) = \sqrt{3'94\bar{3} + \frac{1}{3}} = 2'0680\dots = 2'1$$

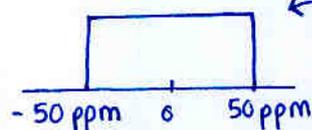
Fijándonos en T_G

$$\bar{T}_G = 1'0 \text{ s}$$

$u(T_G)$? → Truco: incertidumbre relativa de T_G es la misma que la de f_{BT}

$$\frac{u(T_G)}{T_G} = \frac{50 \text{ ppm}}{\sqrt{3}} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}}$$

CUIDADO
no olvidar el $\sqrt{3}$



Nota: suponemos que el dato $\pm 50 \text{ ppm}$ de la BT es la incertid. para el 100% cobertura y suponemos fdp rectangular

Ya podemos abordar f_e

$$f_e = \frac{N}{T_G}$$

$$\bar{f}_e = \frac{\bar{N}}{\bar{T}_G} = \frac{35323'9}{1'0} = 35323'9 = 35324 \text{ Hz}$$

resultado final
redondearlo a
la resolución

La incertidumbre combinada la obtenemos con la ley de propagación ($r=0$)

$$U_c(f_e)^2 = \frac{\partial f_e^2}{\partial N} \cdot U(N)^2 + \frac{\partial f_e^2}{\partial T_G} U(T_G)^2$$

$$\text{siendo } \frac{\partial f_e}{\partial N} = \frac{1}{T_G} \quad \frac{\partial f_e}{\partial T_G} = -\frac{N}{T_G^2}$$

$$U_c(f_e)^2 = \left(\frac{1}{T_G}\right)^2 U(N)^2 + \left(\frac{N}{T_G^2}\right)^2 U(T_G)^2$$

$$= \left[\frac{1}{T_G} U(N)\right]^2 + \left[\frac{N}{T_G} \cdot \frac{U(T_G)}{T_G}\right]^2$$

$$U_c(f_e) = \sqrt{\left[\underbrace{\frac{1}{T_G}}_{\text{resol } 1\text{Hz}} U(N)\right]^2 + \left[\underbrace{\frac{N}{T_G}}_{f_e} \cdot \underbrace{\frac{U(T_G)}{T_G}}_{\text{incert relativa } \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}}}\right]^2} = 2'33448... \text{ Hz}$$

$$U_c(f_e) = 2'3 \text{ Hz}$$

La incertidumbre expandida, ya que $\nu_i \geq 9 \forall i$, $k=2$

$$U(f_e) = 2 \cdot U_c(f_e)$$

$$U(f_e) = 4'6 \text{ Hz} = 5 \text{ Hz}$$

ajustar resultado final a la resolución

Así que, finalmente:

$$f_e = (35324 \pm 5) \text{ Hz}$$

Problema

Equipo electrónico proporciona salida senoidal de periodo 235'742 μ s
 Se utiliza contador directo para medir periodo
 6 digitos completos
 $f_{BT} = 10 \text{ MHz} \pm 50 \text{ ppm}$
 $\text{Edisparo} = \pm 0'01\%$

Se toman 10 medidas

235750	235740	235735	235745	235741
235738	235736	235734	235742	235743

a) ¿Promediado n?

sabiendo $N = f_{BT} n T_e$

$$\text{resol} = \frac{1}{n \cdot f_{BT}} = 0'001 \mu\text{s}$$

$$n = \frac{1}{f_{BT} \cdot \text{resol}} = 100$$

Recuerda:
 n se determina a partir de la resolución.

b) Hallar la medida de T_e con su incertidumbre

N se mide de forma directa

T_e se mide indirectamente \rightarrow aunque ahora (por venir la puerta de fuera) se añade el error de disparo

$$T_e = \frac{N}{n \cdot f_{BT}} + \delta_d$$

Annotations: $\frac{N}{n \cdot f_{BT}}$ is labeled "valor incert"; δ_d is labeled "error de disparo (valor incert)".

+ δ_s
 error sistemático (si fuera medida de intervalo)

\leftarrow hay que hallar las 6 cosas antes de poder abordar T_e

• para N

$$N = x + \delta_{\text{cuenta}}$$

Annotations: x is labeled "valores medidos"; δ_{cuenta} is labeled "error de ± 1 cuenta (valor incert)".

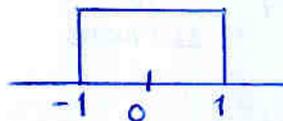
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 235740'4 = 235740$$

$$U(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (x_k - \bar{x})^2} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = 1'5578...$$

$\infty = 9$

$$\overline{\delta_{\text{cuenta}}} = 0$$

$$U(\delta_{\text{cuenta}}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$\infty = \infty$

Por tanto:

$$U_c(N) = \sqrt{\left[\frac{\partial N}{\partial x} U(x) \right]^2 + \left[\frac{\partial N}{\partial \delta_{\text{cuenta}}} U(\delta_{\text{cuenta}}) \right]^2}$$

$$= \sqrt{[1 \cdot 1'5578...]^2 + [1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}]^2} = 1'7$$

$$\bar{N} = \bar{x} + \overline{\delta_{\text{cuenta}}} = 235740'4$$

• para f_{BT}

$$\overline{f_{BT}} = 10 \text{ MHz}$$

$$\frac{U(f_{BT})}{f_{BT}} = \frac{50 \text{ ppm}}{\sqrt{3}} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}}$$

del enunciado

$$f_{BT} = 10 \text{ MHz} \pm 50 \text{ ppm}$$



$\infty = \infty$

• para δ_d : error de disparo

afortunadamente lo dan en el enunciado como $\pm 0.01\%$

$$\overline{\delta_d} = 0$$

$$U(\delta_d) = \frac{0.01\% \cdot T_e}{\sqrt{3}}$$

$\infty = \infty$

como siempre, calculos intermedios a un dígito más q la resolución

$$= \frac{0.01}{100} \cdot \frac{235'742 \mu\text{s}}{\sqrt{3}} = 0.0136 \mu\text{s} = 13.6 \text{ ns}$$

• ya podemos abordar T_e

$$T_e = \frac{N}{n \cdot f_{BT}} + \delta_d$$

$$\overline{T_e} = \frac{\overline{N}}{n \cdot \overline{f_{BT}}} + \overline{\delta_d} = \frac{235'740.4 \text{ ns}}{100 \cdot 10 \text{ MHz}} + 0 = 235'740.4 \mu\text{s} = 235'740 \mu\text{s}$$

resultado final mismos dígitos que resolución

En cuanto a la incertidumbre combinada

Ley de propagación ($r=0$)

$$U_c(T_e) = \sqrt{\left[\frac{\partial T_e}{\partial N} U(N) \right]^2 + \left[\frac{\partial T_e}{\partial f_{BT}} U(f_{BT}) \right]^2 + \left[\frac{\partial T_e}{\partial \delta_d} U(\delta_d) \right]^2}$$

siendo $\frac{\partial T_e}{\partial N} = \frac{1}{n \cdot f_{BT}}$

$$\frac{\partial T_e}{\partial f_{BT}} = -\frac{N}{n \cdot f_{BT}^2}$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial \delta_d} = 1$$

$$U_c(T_e) = \sqrt{\left[\underbrace{\frac{1}{n \cdot f_{BT}}}_{\text{resol } 0.001 \mu\text{s}} \cdot \underbrace{U(N)}_{1.7} \right]^2 + \left[\underbrace{\frac{N}{n \cdot f_{BT}}}_{T_e \text{ } 235'740 \mu\text{s}} \cdot \underbrace{\frac{U(f_{BT})}{f_{BT}}}_{\text{incert relativa } \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}}} \right]^2 + \left[\underbrace{U(\delta_d)}_{0.0136 \mu\text{s}} \right]^2}$$

$$U_c(T_e) = \sqrt{(0.001 \cdot 1.7)^2 + (235'740 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}})^2 + (0.0136)^2} = 0.0153 \mu\text{s}$$

↑
todo en μs

Finalmente, ya que $\infty_i \geq 9 \cdot \delta_i$, la incertidumbre expandida es:

$$U(T_e) = 2 \cdot U_c(T_e) = 0.0306 \mu\text{s} = 0.031 \mu\text{s}$$

Finalmente: $T_e = (235'740 \pm 0.031) \mu\text{s}$

Problema:

Diseñar pulsómetro digital

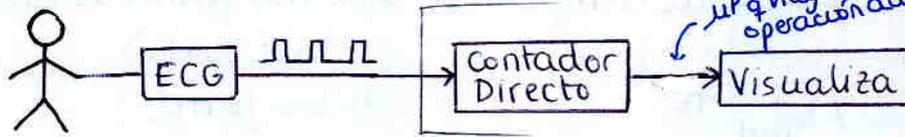
- que mida latidos/minuto
- con resolución de 0'1 latidos/minuto

Ritmo cardiaco máximo: 220 latidos/minuto

Incertidumbre de base de tiempos: $\pm 1\%$

Incertidumbre de disparo: ± 50 ppm

Frecuencia de la base de tiempos: 100 kHz



① es clave para entender el problema

Lo que se visualiza es directamente la N con punto decimal donde toque

a) Hallar T_G

$$N = f_e [\text{Hz}] \cdot T_G = \frac{1}{60} \cdot f_e [\text{lat/min}] \cdot T_G \Rightarrow f_e [\text{lat/min}] = \frac{60}{T_G} \cdot N$$

la resolución es la inversa de la constante de proporcionalidad en N de lo que queremos medir = $f_e [\text{lat/min}]$

$$\text{Resol} = \frac{60}{T_G} = 0'1 \text{ lat/min}$$

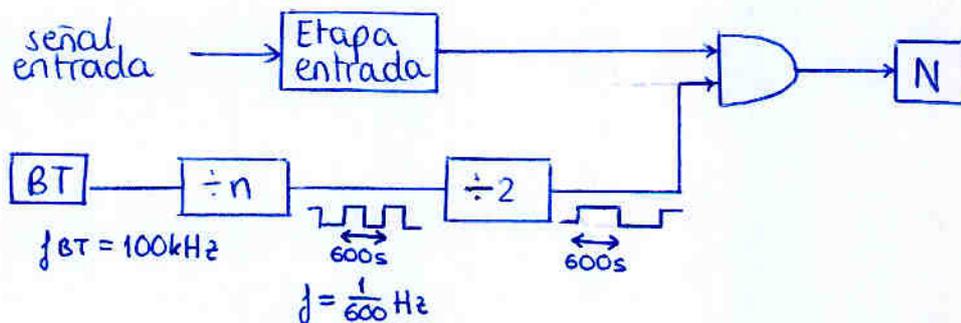
$$T_G = 600 \text{ s}$$

b) Número de dígitos completos

máximo: 220 latidos/min $\Rightarrow N = \frac{1}{60} \cdot 220 \cdot 600 = 2200$ cuentas

2200 cuentas \rightarrow 4 dígitos 2200 puls/min

c) Diagrama de bloques del contador directo especificando el divisor utilizado en la base de tiempos

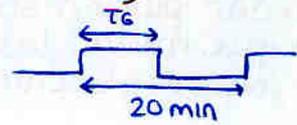


$$\frac{f_{BT}}{n} = f \rightarrow n = \frac{f_{BT}}{f} = \frac{100 \text{ kHz}}{\frac{1}{600} \text{ Hz}} = 60 \cdot 10^6$$

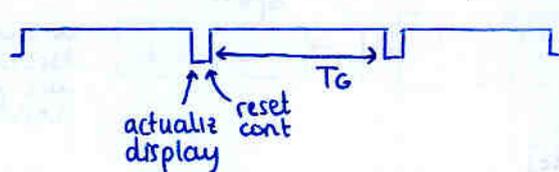
No es una potencia de 10

d) Calcular frecuencia de actualización del display
¿Cómo podría mejorarse?

$$\text{Tactualización} = 2 \cdot T_G = 1200\text{s} = 20\text{ min!}$$



- Posible solución: disminuir la resolución ($T_G = \frac{60}{\text{resolución}}$)
- Posible solución: no desaprovechar todo el semiciclo en que la señal de puerta está a 0.
Mejorar la base de tiempos con una máquina de estados



(ver teoría)
de esa forma
 $\text{Tactualización} \geq T_G$

- Posible solución: estamos a frecuencias muy bajas; sabemos que un contador directo tiene poca resolución a bajas frecuencias y hay que compensarlo con altos T_G
La mejor solución sería usar un contador recíproco (ya requiere un μP)

e) Estimación del mensurando junto con la incertidumbre para:

600 602 598 601 599
603 597 600 598 601

estas 10 medidas

$$f_e (\text{lat/min}) = \frac{60}{T_G} \cdot N + \delta_d$$

\downarrow
 error disparo

requiero valor e incertidumbre para N, T_G, δ_d antes de calcular f_e

Para N :

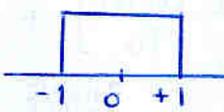
$$N = x + \delta_c$$

\downarrow medidas \downarrow error ± 1 cuenta

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 599'9$$

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = 0'6046\dots$$

$$\bar{\delta}_c = 0$$

$$u(\delta_c) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$


$$\bar{N} = 599'9$$

La incertidumbre, mediante ley de propag con $r=0$

$$u_c(N) = \sqrt{\left[\frac{\partial N}{\partial x} u(x)\right]^2 + \left[\frac{\partial N}{\partial \delta_c} u(\delta_c)\right]^2}$$

$$= \sqrt{0'37 + \frac{1}{3}} = 0'84$$

Para T_G

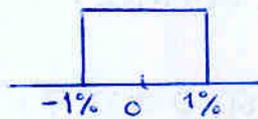
$$\bar{T}_G = 600 \text{ s}$$

$$\frac{u(T_G)}{T_G} = \frac{u(f_{BT})}{f_{BT}} = \frac{1\%}{\sqrt{3}} = \frac{0'01}{\sqrt{3}}$$

del enunciado

incertidumbre BT = $\pm 1\%$

recuerda: incert. relativa de T_G coincide con la de f_{BT}



cuidado, aunque dan la incert. no dicen con que cobertura.

Por tanto suponemos cobertura 100% y fdp rectangular para calcular la del 68% (la de siempre)

no olvidar! \rightarrow de ahí el $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Para δ_d

$$\bar{\delta}_d = 0$$

$$u(\delta_d) = \frac{50 \text{ ppm} \cdot f_e}{\sqrt{3}} = \frac{50 \cdot 10^{-6} \cdot 60'0}{\sqrt{3}}$$

esto es el f_e que lo calculamos luego

ya podemos abordar f_e

$$f_e = \frac{60}{T_G} \cdot N + \delta d$$

$$\bar{f}_e = \frac{60}{T_G} \cdot \bar{N} + \bar{\delta d} = \frac{60}{600} \cdot 599.9 + 0 = 60.0 \text{ lat/min}$$

Para la incertidumbre combinada ($r=0$)

$$U_c(f_e) = \sqrt{\left[\frac{\partial f_e}{\partial N} \cdot u(N)\right]^2 + \left[\frac{\partial f_e}{\partial T_G} u(T_G)\right]^2 + \left[\frac{\partial f_e}{\partial \delta d} u(\delta d)\right]^2}$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial T_G} = -\frac{60N}{T_G^2}$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial \delta d} = 1$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial N} = \frac{60}{T_G}$$

$$= \sqrt{\left[\underbrace{\frac{60}{T_G}}_{\substack{\text{resol} \\ 0.1 \text{ lat/min}}} \cdot u(N)\right]^2 + \left[\underbrace{\frac{60N}{T_G}}_{\substack{f_e \\ 60.0 \text{ lat/min}}} \cdot \frac{u(T_G)}{T_G}\right]^2 + \left[u(\delta d)\right]^2}$$

\downarrow 0.84 \downarrow $\frac{\text{incert relat}}{0.01}$ \downarrow $\frac{60 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}}$

$$= 0.36 \text{ lat/min}$$

La incertidumbre expandida, puesto que $\nu_i \geq 9 \forall i \Rightarrow k=2$

$$U(f_e) = 2 \cdot U_c(f_e) = 0.72 \text{ lat/min} = 0.7 \text{ lat/min}$$

\swarrow resultado final, misma resolución que medidas

\uparrow redondear hacia abajo sólo si $\frac{0.02}{0.72} < 5\%$ de 0.72
lo que quitas

Por tanto se obtiene:

$$f_e = (60.0 \pm 0.7) \text{ lat/min}$$

4. Se dispone de dos contadores (directo y recíproco) de 8 dígitos para la medida de frecuencia.

CONTADOR DIRECTO

Oscilador de cristal de 10 MHz.

Base de tiempos seleccionable entre 0.01 s, 0.1 s, 1 s y 10 s.

Frecuencia máxima de entrada de 500 MHz.

- Dibuje el diagrama de bloques del contador (indique el valor de los divisores utilizados en la base de tiempos).
- Represente gráficamente el número de dígitos de la lectura para todo el rango de frecuencias de entrada y para cada posición de la base de tiempos.

CONTADOR RECÍPROCO:

Oscilador de cristal de 10 MHz.

Tiempo de puerta de 1 s.

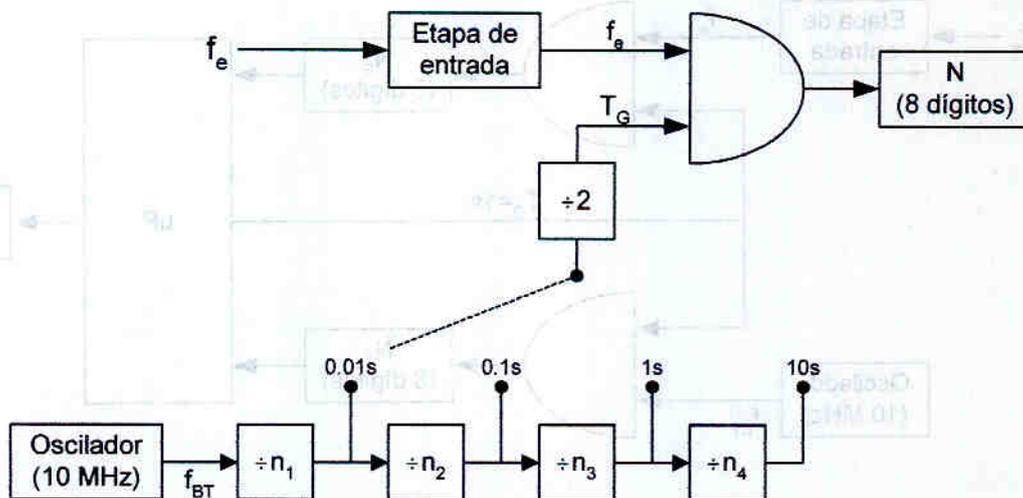
Frecuencia máxima de entrada de 500 MHz.

- Dibuje el diagrama de bloques del contador.
- Represente gráficamente el número de dígitos de la lectura para todo el rango de frecuencias de entrada.

SOLUCIÓN

CONTADOR DIRECTO

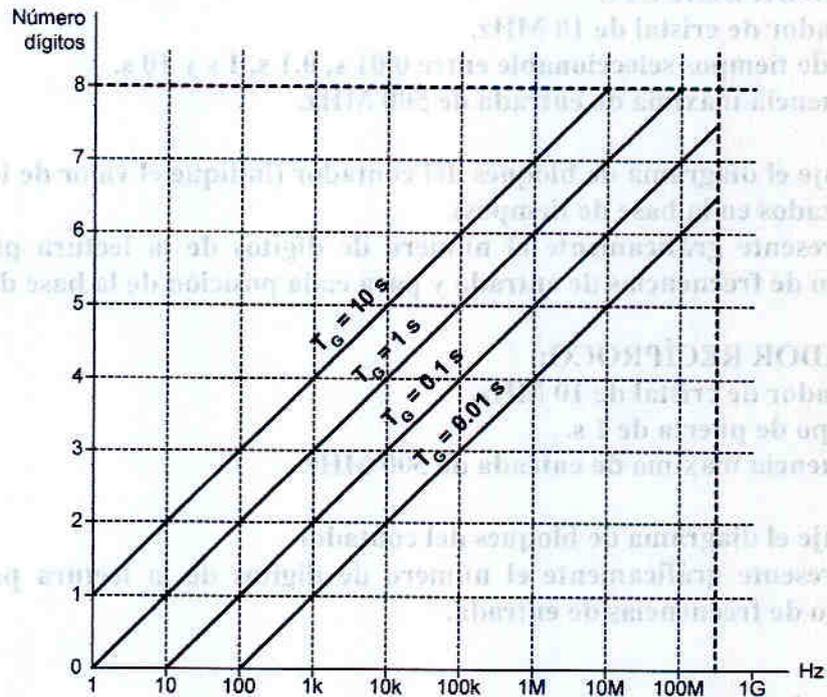
a)



Base de tiempos	Divisor	Resolución
0.01 s	$n_1 = 10^5$	100 Hz
0.1 s	$n_2 = 10$	10 Hz
1 s	$n_3 = 10$	1 Hz
10 s	$n_4 = 10$	0.1 Hz

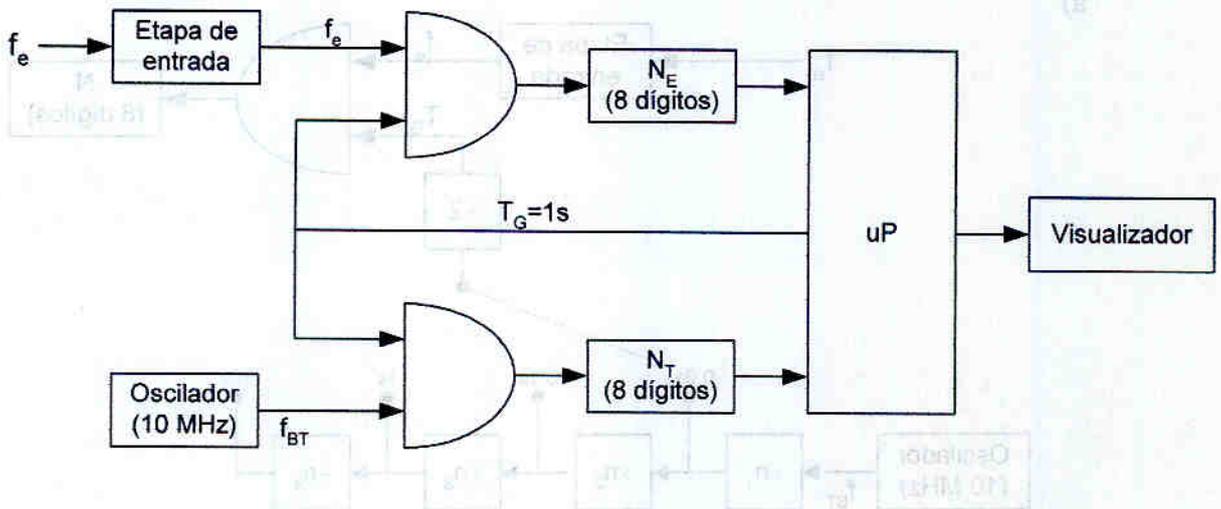
b)

$$\text{Número dígitos} = \log(N) = \log(f_e \cdot T_G)$$



CONTADOR RECÍPROCO

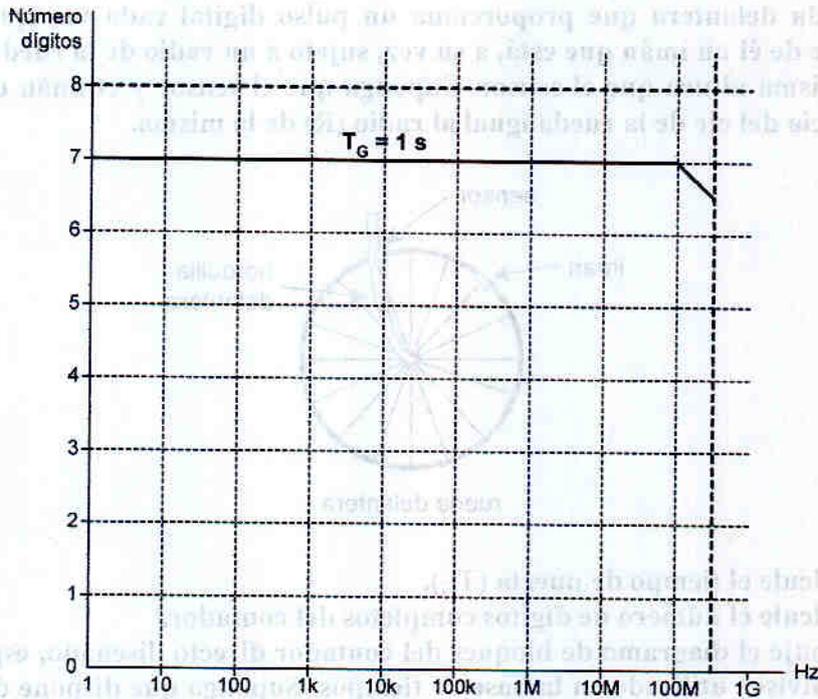
c)



Base de tiempo	Divisor	Resolución
10 s	$n = 10$	0.1 Hz
1 s	$n = 10$	1 Hz
0.1 s	$n = 10$	10 Hz
0.01 s	$n = 10$	100 Hz

- d) Se pretende diseñar un sistema de transmisión de datos que permita transmitir un código de 7 dígitos por segundo. Para ello se dispone de un sensor analógico dispuesto en la interfaz de la tarjeta de expansión que proporciona un pulso digital cada T_G segundos.

$$\text{Número dígitos} = \log(N_T) = \log(f_{BT} \cdot T_G) = 7$$



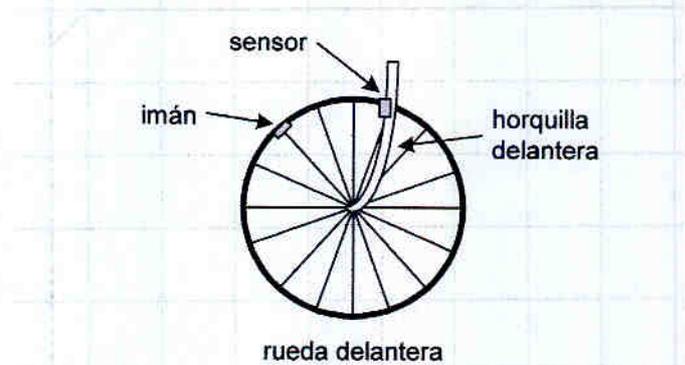
NOTA:

$$N_E = f_e \cdot T_G = f_e$$

Si $f_e \leq 100\text{ MHz} \rightarrow N_E$ correcto

Si $f_e > 100\text{ MHz} \rightarrow N_E$ desborda \rightarrow Hay que disminuir T_G

5. Se pretende diseñar un velocímetro para una bicicleta mediante un contador directo que visualice directamente la velocidad en km/h con una resolución de 1 km/h. Para ello se dispone de un sensor magnético dispuesto en la horquilla de la rueda delantera que proporciona un pulso digital cada vez que pasa por delante de él un imán que está, a su vez, sujeto a un radio de la rueda delantera a la misma altura que el sensor. Suponga que el sensor y el imán están a una distancia del eje de la rueda igual al radio (R) de la misma.



- Calcule el tiempo de puerta (T_G).
- Calcule el número de dígitos completos del contador.
- Dibuje el diagrama de bloques del contador directo diseñado, especificando el divisor utilizado en la base de tiempos. Suponga que dispone de divisores de frecuencia que pueden tomar cualquier valor entero.
- Calcule el tiempo de actualización del display.
- Determine la estimación del mensurando junto con su incertidumbre expandida, para las siguientes 10 medidas:

40	41	40	39	41
40	39	40	41	39

- Repita el apartado anterior si el sensor y el imán se sitúan a una distancia $R/2$ del eje de la rueda.

Datos:

- Diámetro de la rueda: 65 cm.
- Velocidad máxima de la bicicleta: 80 km/h.
- Incertidumbre de la base de tiempos: ± 1 %.
- Incertidumbre de disparo: ± 50 ppm.
- Frecuencia de la base de tiempos: 100 kHz.

Solución:

- La frecuencia de la señal de salida del detector coincidirá con la frecuencia de giro de la rueda:

$$f_c = f_{\text{giro}} = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot R}$$

En el contador directo el número de cuentas vendrá dado por la expresión:

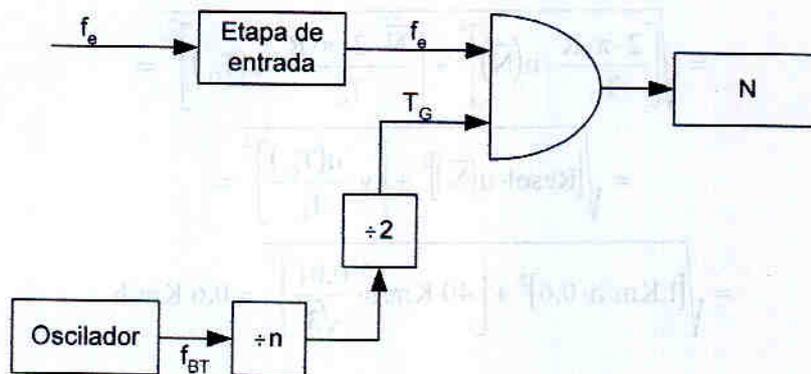
$$N = f_c \cdot T_G = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot T_G \quad \text{con} \quad \begin{cases} v & [\text{km/h}] \\ R & [\text{km}] \\ T_G & [\text{h}] \end{cases}$$

El tiempo de puerta se calculará para que cumpla la resolución especificada:

$$\text{Resol} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T_G} \rightarrow T_G = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\text{Resol}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.325 \cdot 10^{-3}}{1} \approx 2.042 \cdot 10^{-3} \text{ h} \approx 7.35 \text{ s}$$

b) $v_{\max} = 80 \text{ km/h} \rightarrow N_{\max} = 80 \rightarrow 2 \text{ dígitos completos}$

c)



$$\frac{f_{BT}}{n} = \frac{1}{T_G} \rightarrow n = f_{BT} \cdot T_G = 735132.68 \rightarrow 735133$$

Nótese que se está introduciendo un error de +0.43 ppm al redondear el valor del divisor obtenido al entero más próximo.

d) $T_{\text{actualización}} = 2 \cdot T_G \approx 14.7 \text{ s}$

e)

$$N = v(\text{Km/h}) \cdot \frac{T_G}{2 \cdot \pi \cdot R} \rightarrow v(\text{Km/h}) = N_i \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T_G} \rightarrow \begin{cases} v \text{ mensurando} \\ N_i \text{ valores medidos} \end{cases}$$

Estimación del mensurando:

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= \frac{1}{n} \cdot \sum N_i = 40 \\ \delta_i &\text{ truncamiento (despreciable)} \end{aligned} \right\} \rightarrow v = \bar{N} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T_G} + \delta_i = 40 \text{ Km/h}$$

Estimación de la incertidumbre:

$$u(\bar{N}) = \sqrt{\left[\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum (N_i - \bar{N})^2 \right] + \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \right]^2} = \sqrt{[6,7 \cdot 10^{-2}] + \frac{1}{3}} = 0,6$$

$$u(T_G) = T_G \cdot \frac{0,01}{\sqrt{3}}$$

Incertidumbre combinada:

$$\begin{aligned} u_c(v) &= \sqrt{\left[\frac{\partial v}{\partial N} \cdot u(\bar{N}) \right]^2 + \left[\frac{\partial v}{\partial T_G} \cdot u(T_G) \right]^2} = \\ &= \sqrt{\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T_G} \cdot u(\bar{N}) \right]^2 + \left[\frac{\bar{N} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R}{T_G^2} \cdot u(T_G) \right]^2} = \\ &= \sqrt{\left[\text{Resol} \cdot u(\bar{N}) \right]^2 + \left[v \cdot \frac{u(T_G)}{T_G} \right]^2} = \\ &= \sqrt{[1 \text{ Km/h} \cdot 0,6]^2 + \left[40 \text{ Km/h} \cdot \frac{0,01}{\sqrt{3}} \right]^2} = 0,6 \text{ Km/h} \end{aligned}$$

Incertidumbre expandida:

$$U = k \cdot u_c(v) = 2 \cdot 0,6 \text{ Km/h} = 1,2 \text{ Km/h}$$

Expresión del mensurando junto con su incertidumbre expandida:

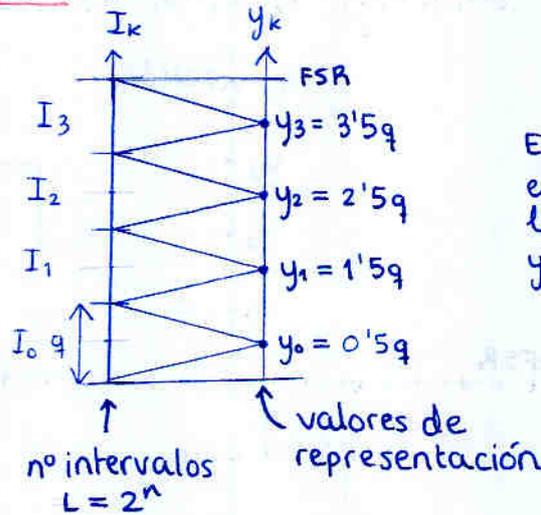
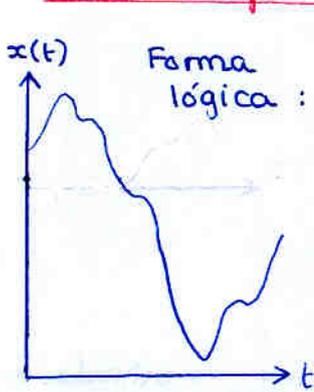
$$f_c \pm U = (40 \pm 2) \text{ Km/h}$$

- f) La distancia del sensor y el imán al eje de la rueda no influye en el resultado de la medida puesto que independientemente de ésta se cumplirá que:

$$f_c = f_{\text{giro}} = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot R}$$

Tema 4. Sistemas de adquisición

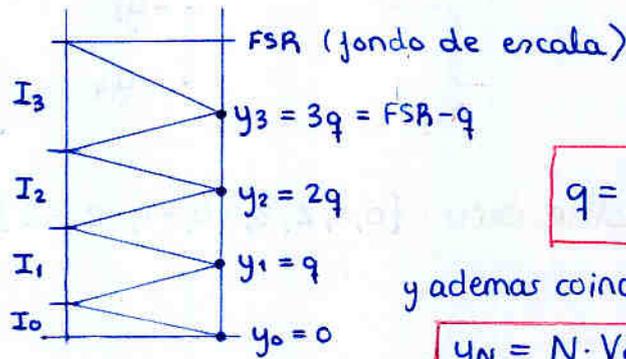
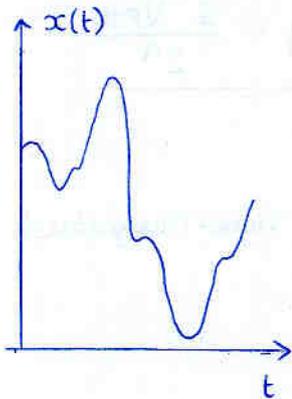
1 Cuantificación



El problema con esto es que los ceros de la señal se pierden ya que $y_0 = 0.5q$

$$q = \frac{FSR}{2^n}$$

Lo que se hace en la práctica para solucionar el problema es:

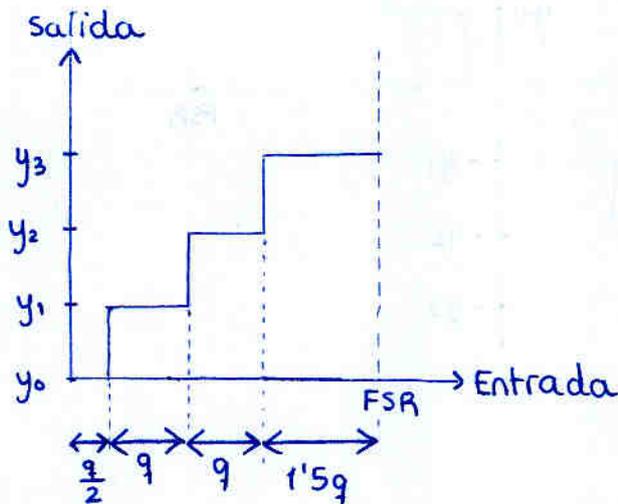


$$q = \frac{FSR}{2^n} \quad \text{Caso unipolar}$$

y además coincide

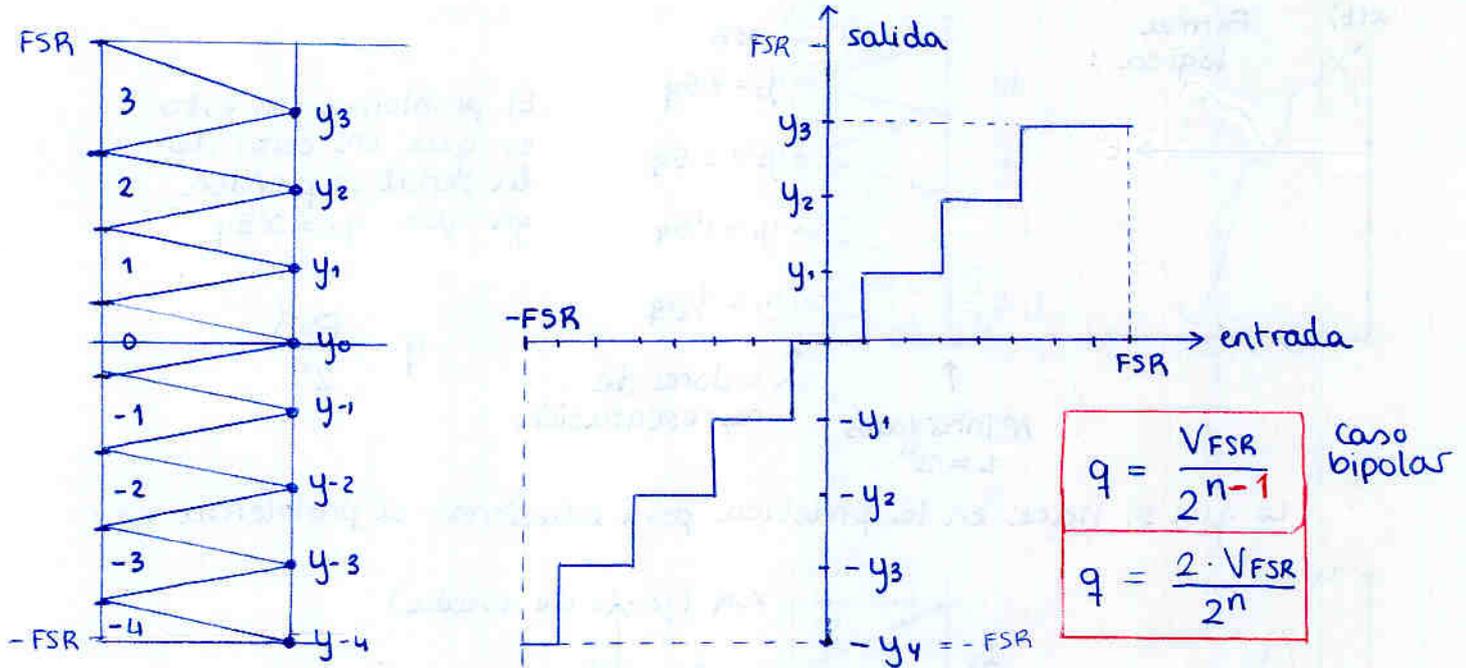
$$y_N = N \cdot Vq \quad \text{será lo que haga un D/A}$$

Función de transferencia

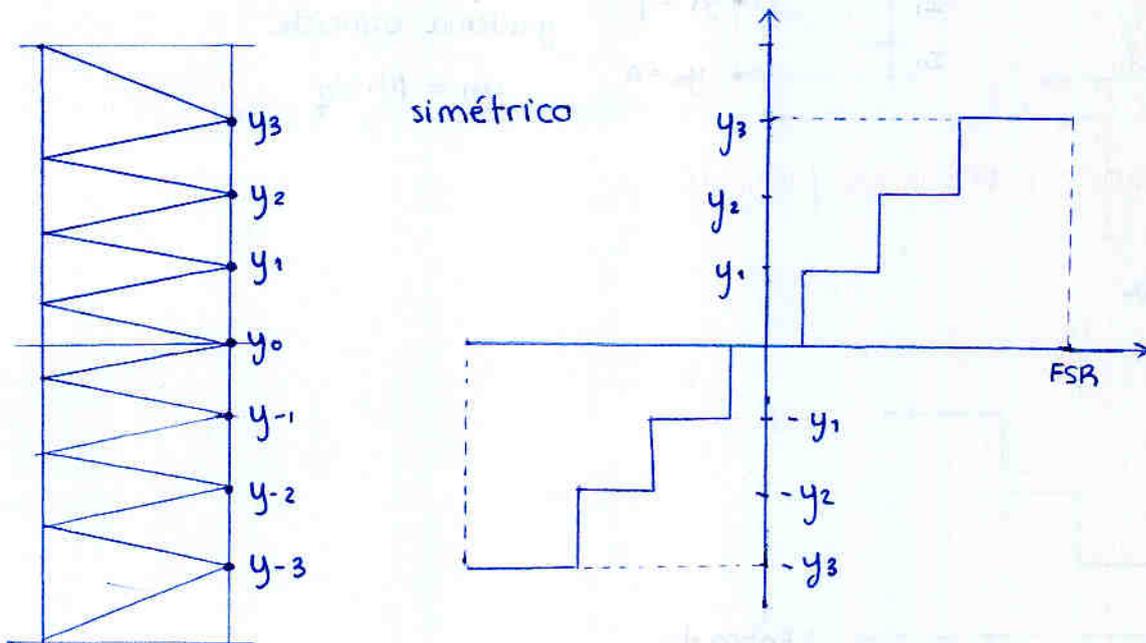


Cuantificación bipolar

- Codificación simple cero $\{0, 1, 2, 3, -1, -2, -3, -4\}$ ej Ca-2

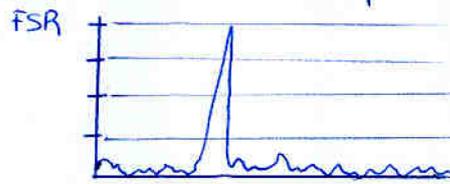


- Codificación doble cero $\{0, 1, 2, 3, -0, -1, -2, -3\}$ ej Signo-Magnitud



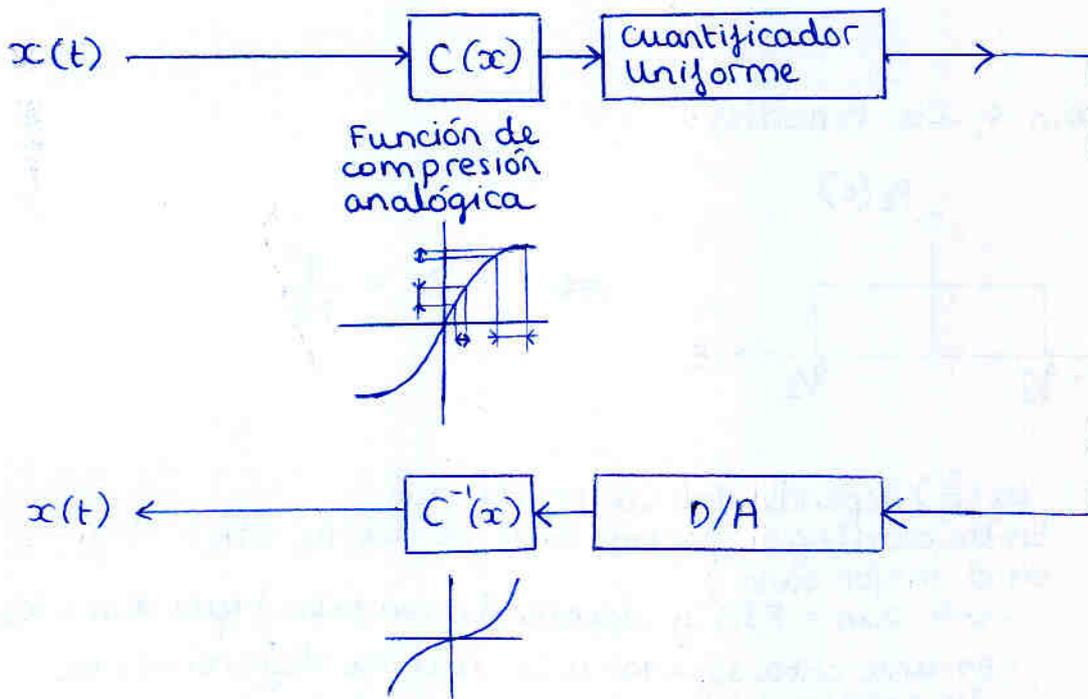
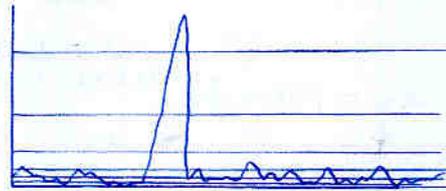
Cuantificación no uniforme

Problema: señales como la voz tienen picos muy grandes (ya que el oído tiene respuesta logarítmica)



se pierde mucha información

Solución: concentrar los intervalos en la zona de interés

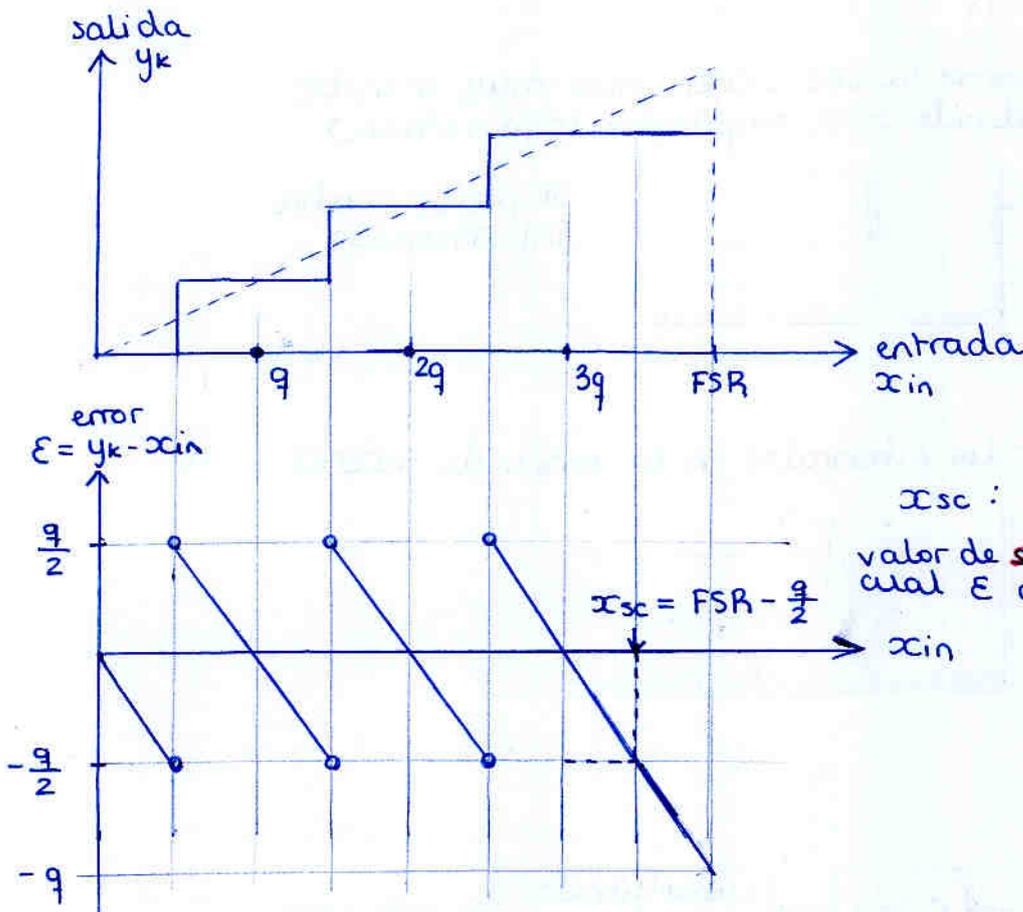


La función $C(x)$ es una ecuación

Ley A : en Europa

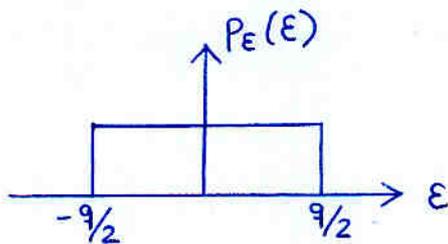
Ley μ : en USA y Japón

Ruido de cuantificación



x_{sc} :
 valor de **sobrecarga** a partir del cual E deja de estar limitado a $[-\frac{q}{2}, \frac{q}{2}]$

Para $x_{in} < x_{sc}$ tenemos:



$$\Rightarrow \bar{E}^2 = \frac{q^2}{12}$$

$(\frac{S}{N})_q$

La $(\frac{S}{N})$ depende del valor de x_{in} .
 En los catálogos, por convenio se da la $(\frac{S}{N})$ en el mejor caso ;

- con $x_{in} = FSR$ y suponiendo (en falso) que $x_{in} < x_{sc}$
- es una cota superior a la cual no llegaremos en la práctica

$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_q = \frac{FSR^2 \leftarrow \text{pot. señal}}{\bar{E}^2 \leftarrow \text{pot. ruido}} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{E}^2 = \frac{q^2}{12} \\ q = \frac{FSR}{2^n} \end{array} \right\} = 12 \cdot 2^{2n} = 6'02 \cdot n + 10'8 \text{ dB}}$$

2. Codificación

Unipolares:

	Binario Natural	BCD	Gray
3	11	0011	10
2	10	0010	11
1	01	0001	01
0	00	0000	00

← evita glitches

Bipolares:

	Binario Desplaz.	Signo Magnitud	Ca-1	Ca-2
1	11	01	01	01
0	10	00	00	00
(-0)	-	10	11	-
-1	01	11	10	11
-2	00	-	-	10

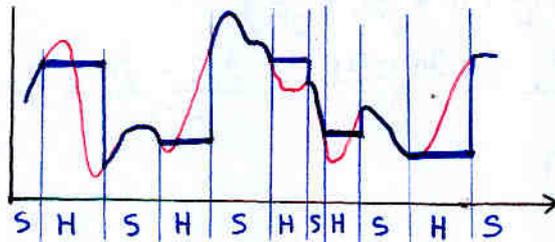
invertir bit a bit
invertir y sumar uno

3. Muestreo

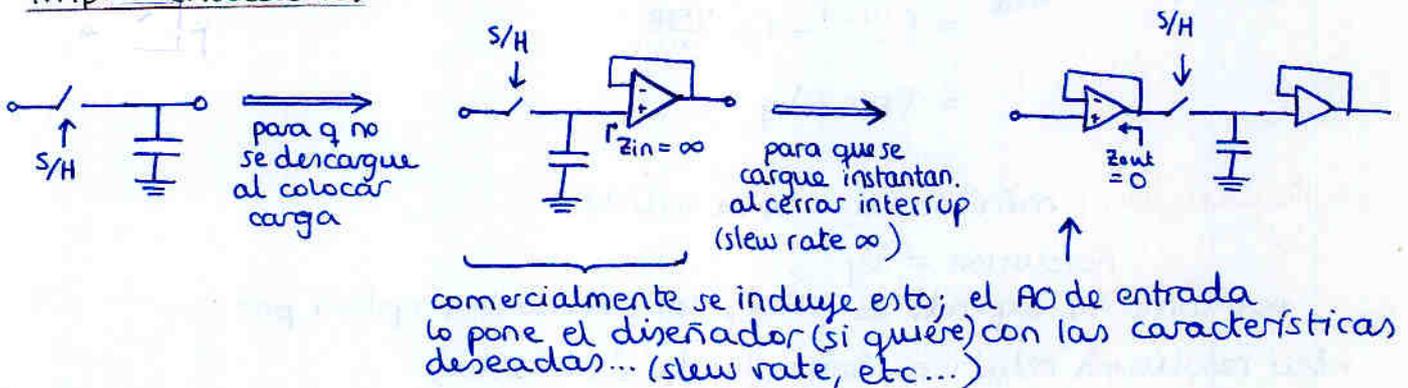
No puedo hacer cuantificación si la entrada está variando.
Solución: Sample and Hold



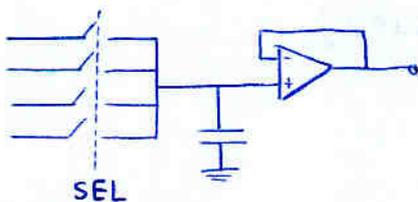
Funcionamiento ideal:



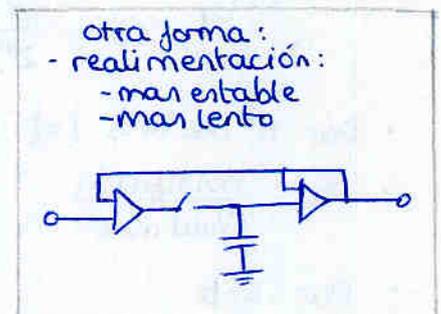
Implementaciones:



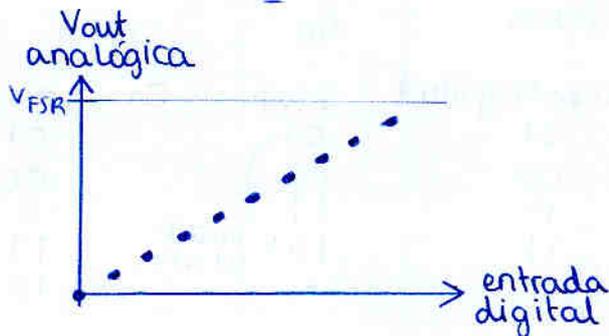
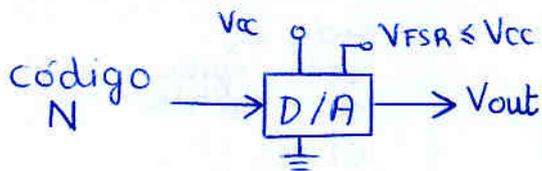
además comercialmente se suele incluir un multiplexor analógico



Cuidado si las entradas son de amplitudes muy distintas ej ($V, \mu V$)



4 5. Conversión Digital-Analógica



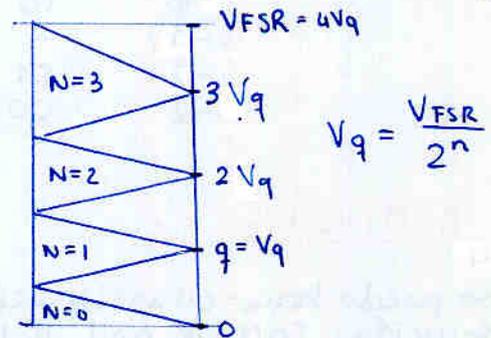
En decimal:

$$V_{out} = N \cdot V_q = N \cdot \frac{V_{FSR}}{2^n}$$

En binario:

$$V_{out} = d_n V_q + 2d_{n-1} V_q + 4d_{n-2} V_q + \dots$$

$$= V_{FSR} \cdot \left(\frac{d_{n-1}}{2} + \frac{d_{n-2}}{4} + \dots + \frac{d_1}{2^{n-1}} + \frac{d_0}{2^n} \right)$$



5.2 Especificaciones de los D/A

• Amplitud máxima de salida

• Unipolar

en decimal:
$$V_{out\ max} = N_{max} \cdot V_q = (2^n - 1) \cdot \frac{V_{FSR}}{2^n} = V_{FSR} - V_q$$

en binario:
$$V_{out\ max} = V_{FSR} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^n} \right)$$

{ progresión geométrica $S = \frac{a_n R - a_1}{R - 1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{2^n}}{2 - 1} = 1 - \frac{1}{2^n}$ }

$$= V_{FSR} - V_q$$

• Bipolar

en decimal
$$V_{out\ max} = N_{max} \cdot V_q = (2^{n-1} - 1) \cdot \frac{V_{FSR}}{2^{n-1}} = V_{FSR} - V_q$$

• Resolución: mínimo salto a la salida

$$\text{Resolución} = V_q$$

pero como V_q depende de V_{FSR} , los fabricantes optan por:

• Dar resolución relativa (sobre fondo de escala)

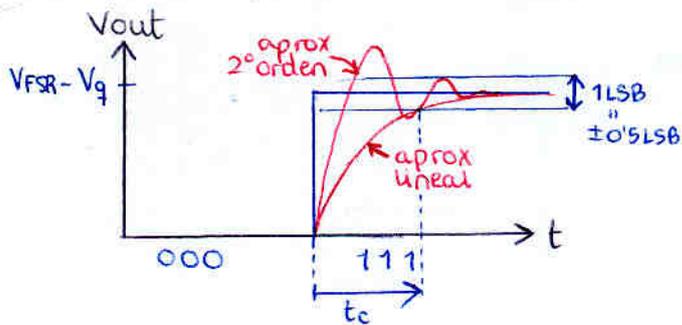
$$\frac{V_q}{V_{FSR}} (\%) = \frac{1}{2^n} \text{ ó } \frac{1}{2^{n-1}}$$

• Dar nº de bits (el usuario ya sabe la ecuación)

• Dar $\frac{\text{resolución}}{V_{out\ max}}$

• Dar LSB

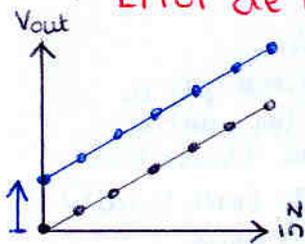
• Tiempo de conversión



Se define para el cambio máximo en la salida (i.e. 00...0 → 11...1) como el tiempo que tarda en alcanzar el valor final $\pm 0.5 \text{ LSB}$

• Error de ganancia

• Error de offset



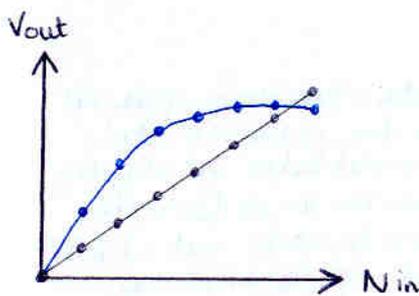
Se define para la 1ª cuenta.
Fácil de compensar
si es bipolar, la 1ª es la más negativa i.e. 4º cuadrante



se define en el código máximo y con el offset corregido

Se puede compensar offset y ganancia en un mismo AO.

• Error de linealidad



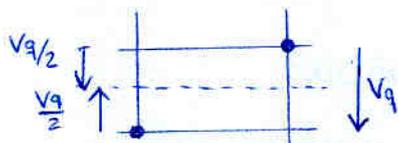
Dos tipos:

- error de linealidad integral (ELI) (ILN)
valor absoluto del máximo error $\forall N_{in}$
- error de linealidad diferencial (ELD)
máxima desviación (respecto al ideal) de V_o para dos códigos consecutivos

= máxima diferencia de V_o para dos códigos consecutivos - V_q

Si el error diferencial es bajo, la curva tendrá una evolución suave.

D/A monótonico: la curva de transferencia siempre sube



$ELI < \pm \frac{1}{2} \text{ LSB}$
 $ELD < \pm 1 \text{ LSB}$ } \rightarrow D/A monótonico
implica \neq

Un D/A no monótonico puede ser muy problemático para realimentación

• Errores relacionados con la temperatura

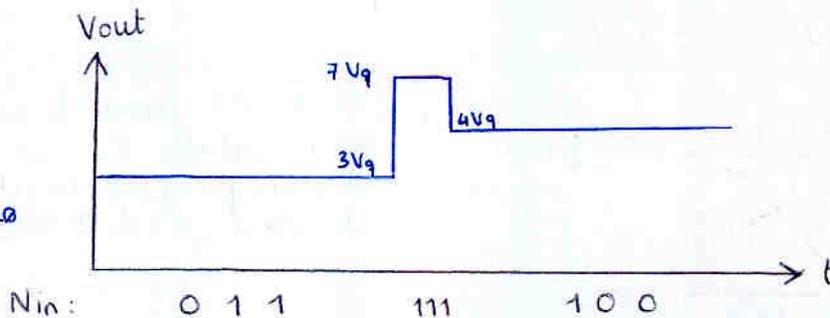
Cuidado; el error de offset y de ganancia pueden variar con la temperatura, lo que requeriría recompensar

• Glitches

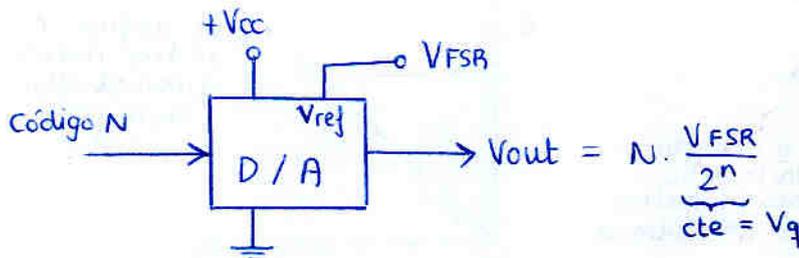
$t_{0a1} \neq t_{1a0}$

Soluciones:

- procurar $t_{0a1} \approx t_{1a0}$
- codif. Gray
- filtrar salida



• Convertidores como multiplicadores

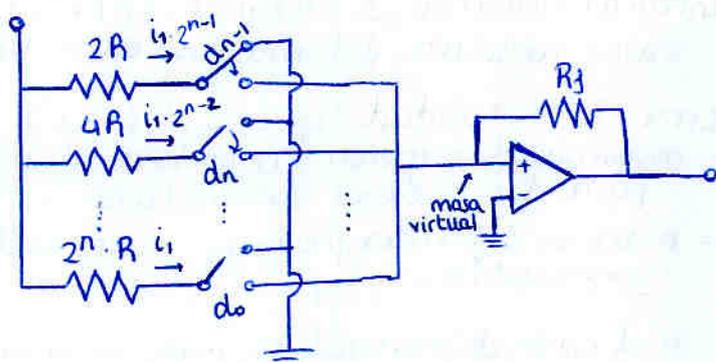


Nota:

- $V_{FSR} \leq V_{cc}$
- en más, sabemos que a los AO no les gusta llegar a V_{cc} ($V_{sat} < V_{cc}$)
- mejores AO (rail to rail)
- menor V_{FSRmax}

5.3. Implementaciones de convertidores D/A

5.3.1. Convertidor ponderado



Nota: hacemos que en las dos posiciones del conmutador se vea la misma impedancia (en este caso nula) para que no cambie la corriente al conmutar

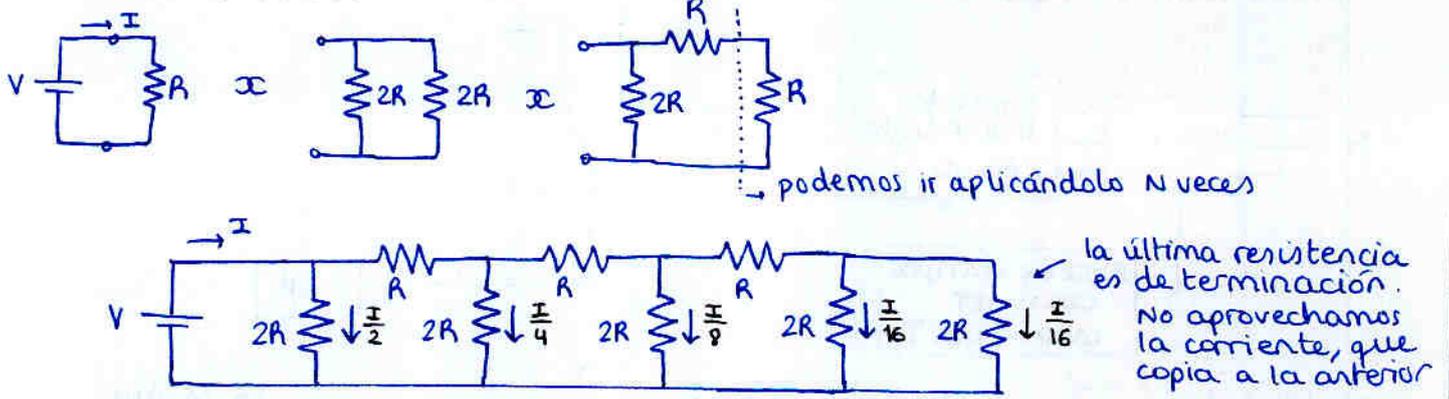
$t_{1a0} \approx t_{0a1}$

Por la rama de $2R$ va el doble de corriente que por la de $4R$, y así sucesivamente. controlando el conmutador (transistor) con el bit correspondiente, obtenemos el D/A.

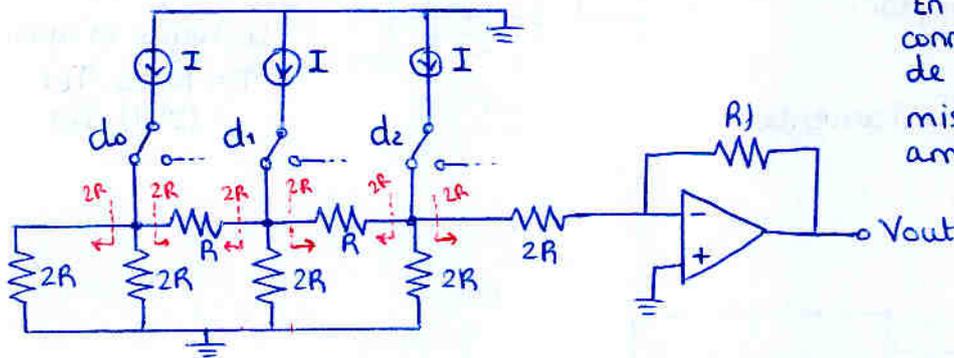
Problema: Necesitamos un rango ENORME de resistencias (imagínate $n = 32$!!)
Interesaría tener todas las resistencias iguales para facilitar el C.I.

5.3.2. Convertidor en escalera R-2R

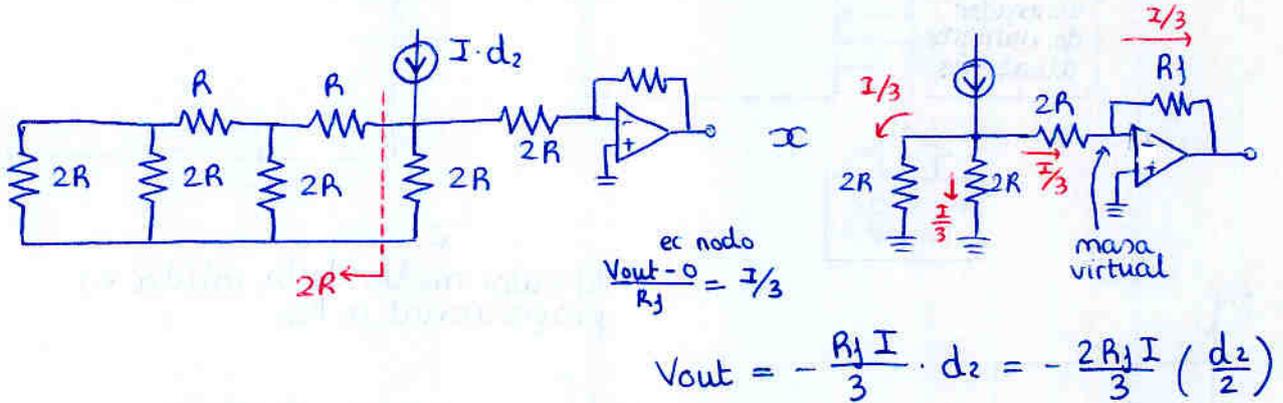
Escalera R-2R



El circuito es:



Analizando por superposición: ej para bit d_2

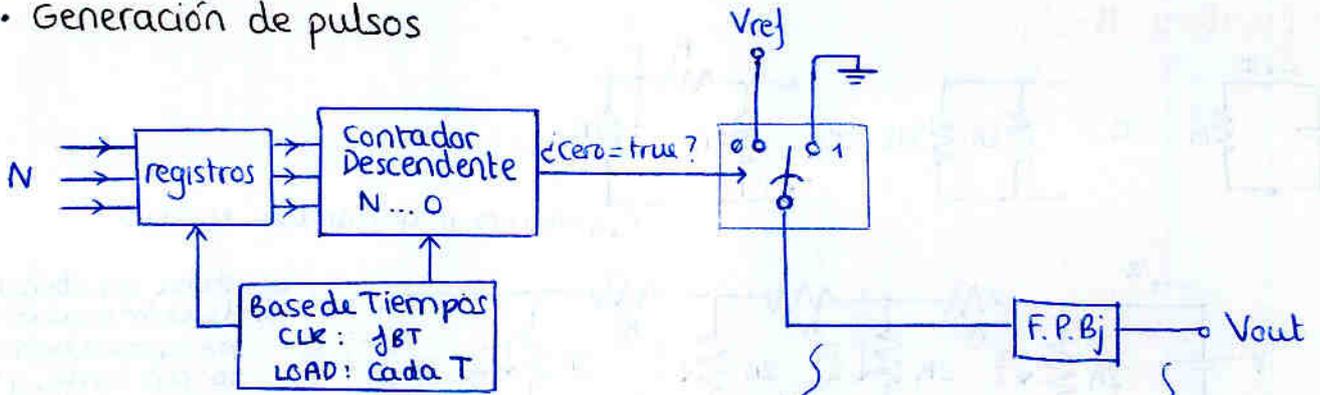


Repetiendo para cada bit...

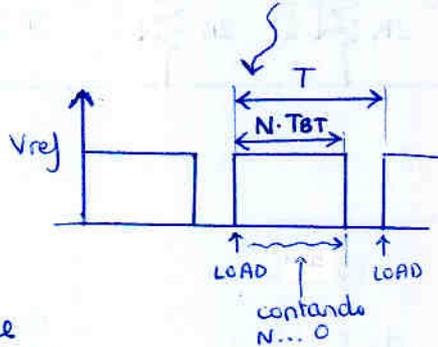
$$V_{out} = -\frac{2R_f I}{3} \left(\frac{d_0}{8} + \frac{d_1}{4} + \frac{d_2}{2}\right)$$

5.3.3. Contadores Indirectos

- Generación de pulsos



- es fácil de hacer
- Inconveniente:
 - tiempo de conversión depende de N. si tomamos caso peor:
 - $t_{max} = T$
 - muy elevado
 - solo sirve si V_e varía lentamente



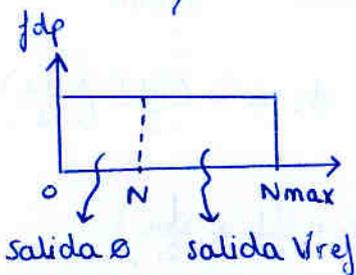
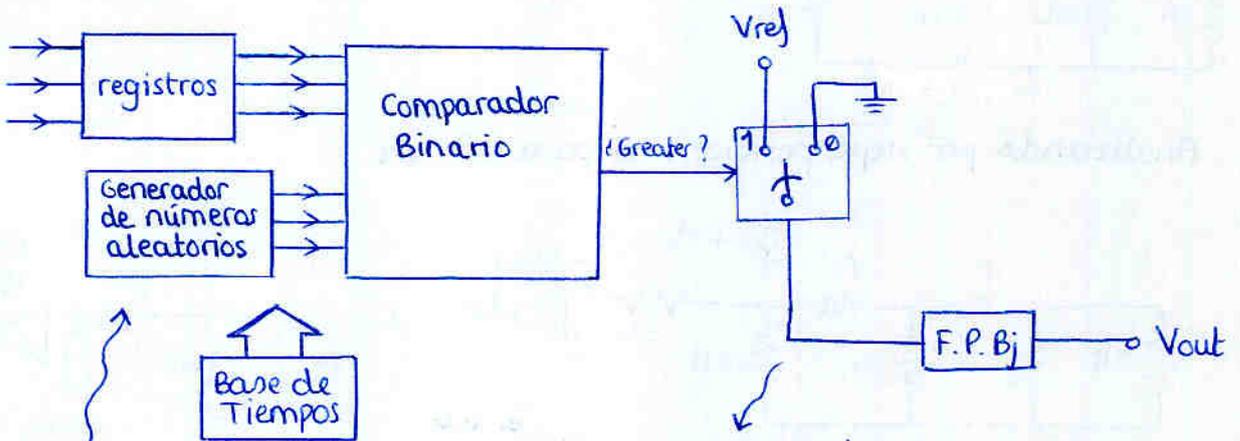
la media

$$V_{out} = \frac{N \cdot T_{BT}}{T} \cdot V_{ref}$$

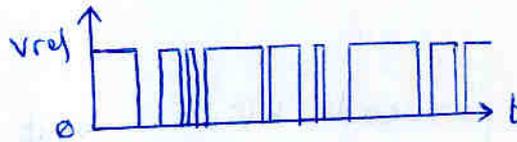
lo lógico es ajustar

$$T = N_{max} \cdot T_{BT} = (2^n - 1) \cdot T_{BT}$$

- Estocástico



El valor medio de la salida es proporcional a N_{in}



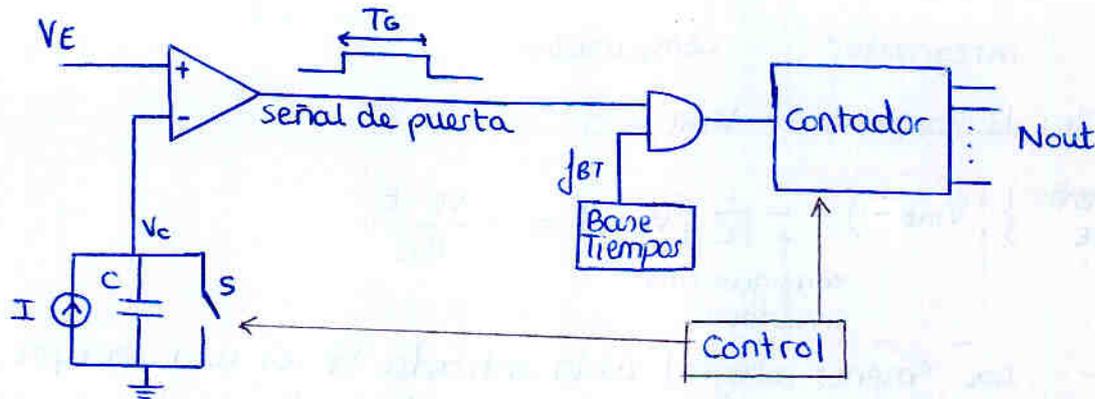
No hay porque generar todos los N posibles, basta con una muestra representativa (ej 10%).
 Reducimos el tiempo de conversión.

6. Convertidores AD

6.1. Implementaciones de convertidores AD

6.1.1. Convertidores de integración

- Convertidor de rampa sencilla o de anchura de pulso



Inicialmente:

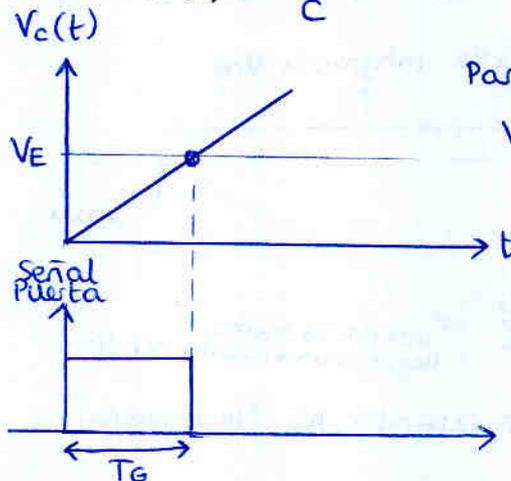
S cerrado: descarga condensador: $V_c = 0$

Después:

S abierto: carga condensador con I cte (rampa de tensión)

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$V_c(t) = \frac{I \cdot t}{C}$$



Particularizando:

$$V_c(T_G) = \frac{I \cdot T_G}{C} = V_E$$

$$T_G = \frac{V_E \cdot C}{I} \propto V_E$$

y luego ya el contador directo hace el resto

$$N = T_G \cdot f_{BT} = \frac{V_E \cdot C}{I} \cdot f_{BT}$$

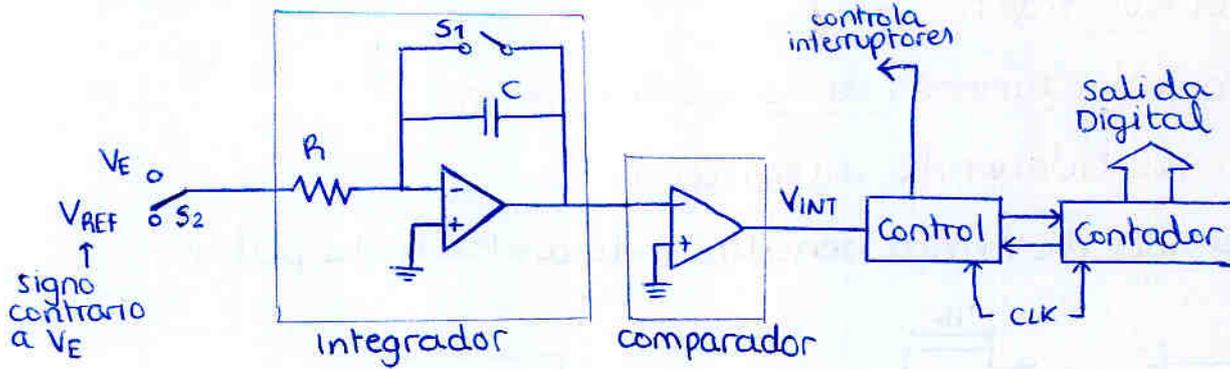
Habitualmente se toma

$$N_{max} = 2^n - 1 \iff V_E = V_{FSR}$$

$$2^n - 1 = \frac{V_{FSR} \cdot C}{I} \cdot f_{BT}$$

sólo permite señales unipolares

• Convertidor de doble rampa



① Cierro S_1 : descargo C $\rightarrow V_{int} = 0$

② S_1 abierto } S_2 a V_E }
$$V_{int}(t) = -\frac{1}{RC} \int V_E \cdot dt = -\frac{V_E \cdot t}{RC}$$

 configuración inversora

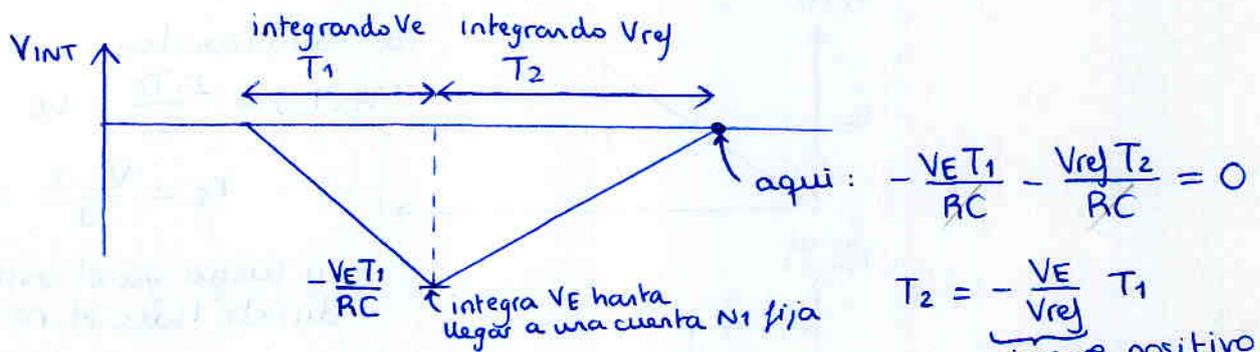
La 'menos integral' de la entrada V_E es una rampa. Se mantiene así un tiempo T_1 definido por el instrumento

Llega hasta $V_{int}(T_1) = -\frac{V_E \cdot T_1}{RC}$

③ S_1 abierto } S_2 a V_{ref} } V_{ref} de signo contrario a V_E

$$V_{int}(t) = -\frac{1}{RC} \int V_{ref} \cdot dt + \left(-\frac{V_E T_1}{RC}\right) = -\frac{V_E T_1}{RC} - \frac{V_{ref}(t-T_1)}{RC}$$

durante un tiempo T_2 hasta que $V_{int} = 0$



Durante ②, el contador cuenta N_1 (walmacera)

$$N_1 = T_1 \cdot f_{BT}$$

Durante ③, el contador cuenta N_2

$$N_2 = T_2 \cdot f_{BT}$$

$$T_2 = \left| \frac{V_E}{V_{ref}} \right| T_1 \Rightarrow N_2 = \left| \frac{V_E}{V_{ref}} \right| \cdot N_1$$

ver ejercicios del final para entender a fondo este A/D

Es habitual hacer

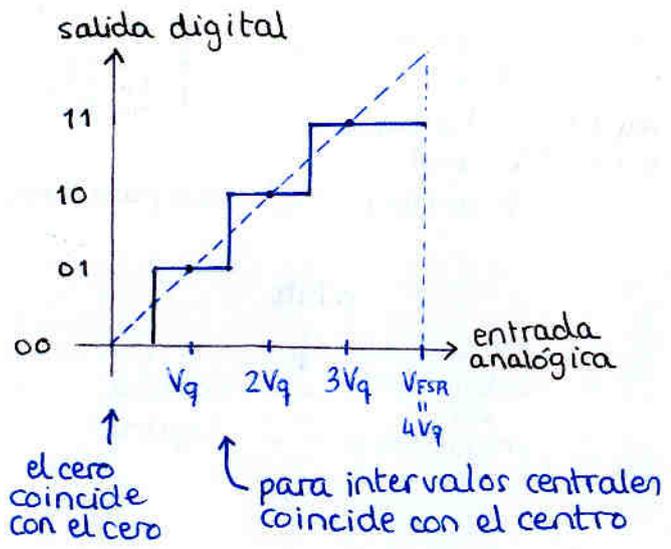
$$N_{1max} = N_{2max} \iff V_E = V_{FSR} = 2^n - 1$$

$$N_{2max} = \left| \frac{V_{FSR}}{V_{ref}} \right| \cdot N_{1max}$$

$$V_{ref} = V_{FSR}$$

6.2 Introducción ADC

Función de transferencia

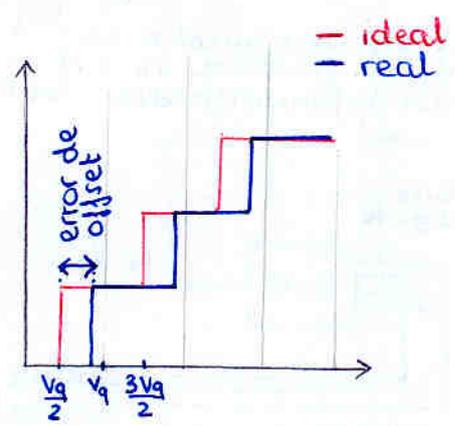


$$\text{Salida} = \begin{cases} 2^n - 1 & \text{si } V_{in} \in [V_{FSR} - 3\frac{V_q}{2}, V_{FSR}) \\ 2^n - 2 & \text{si } V_{in} \in [V_{FSR} - 5\frac{V_q}{2}, V_{FSR} - 3\frac{V_q}{2}) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \text{si } V_{in} \in [V_q, 3\frac{V_q}{2}) \\ 0 & \text{si } V_{in} \in [0, V_q) \end{cases}$$

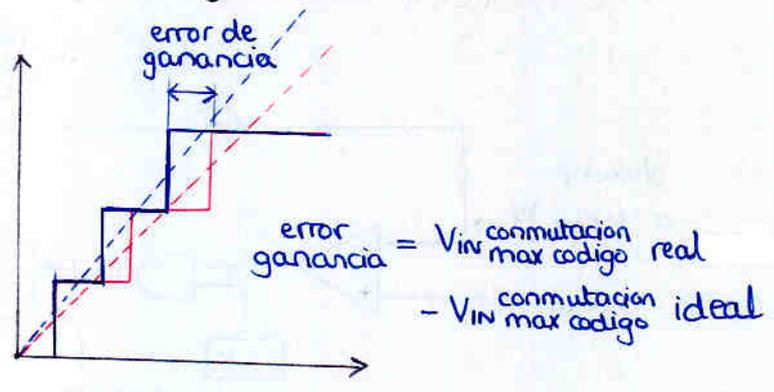
Errores

Corregir SIEMPRE los errores en el orden correcto: offset > ganancia > linealidad

error de offset



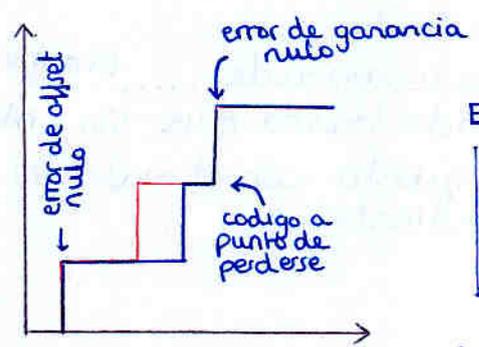
error de ganancia



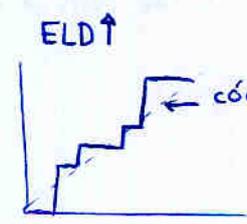
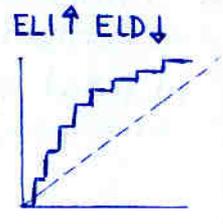
Se compensan ambos con un único OA a la entrada (en lugar de a la salida como en el caso del DAC... darse cuenta de que en ambos, el error se calcula en el eje analógico, en este caso entrada y en aquel salida)

error de linealidad

se calcula con offset y ganancia compensados



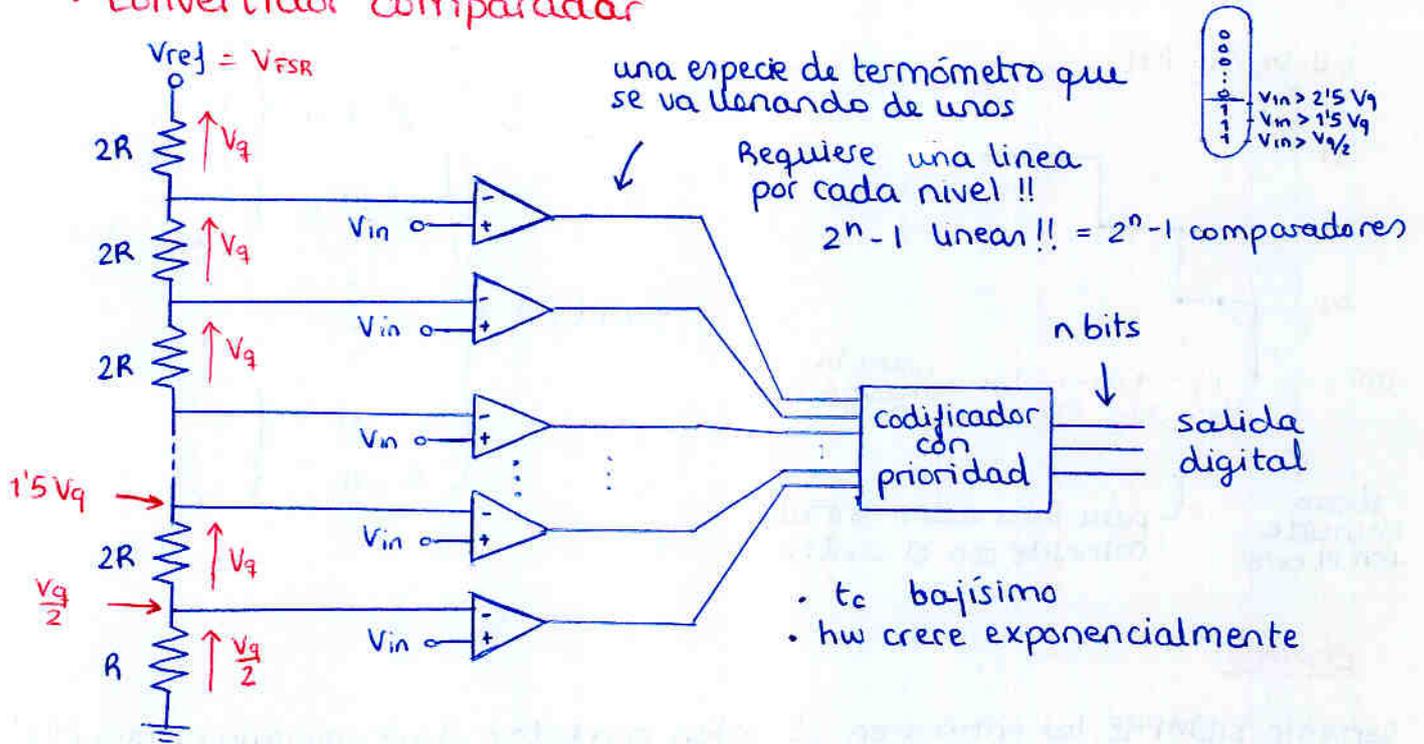
- error linealidad integral: ELI
- error linealidad diferencial: ELD



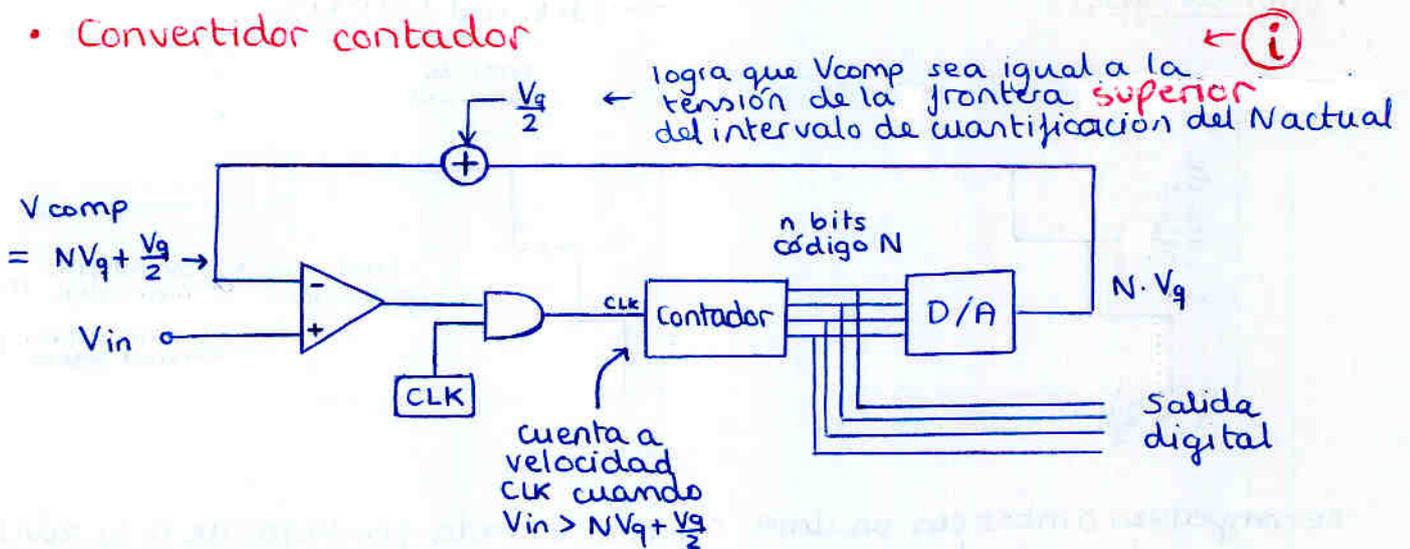
$$\left. \begin{matrix} ELI < \pm \frac{1}{2} \text{ LSB} \\ ELD < \pm 1 \text{ LSB} \end{matrix} \right\} \rightarrow \text{A/D no tiene códigos perdidos}$$

6.3 Otras implementaciones

Convertidor comparador



Convertidor contador



• Inicialmente: contador reset $\rightarrow N=0 \rightarrow V_{comp} = \frac{V_q}{2}$

si $V_{in} < \frac{V_q}{2} \rightarrow$ se queda $N=0$

si $V_{in} > \frac{V_q}{2} \rightarrow$ contador avanza $\rightarrow N=1 \rightarrow V_{comp} = \frac{3V_q}{2}$

si $V_{in} < \frac{3V_q}{2} \rightarrow$ se queda $N=1$

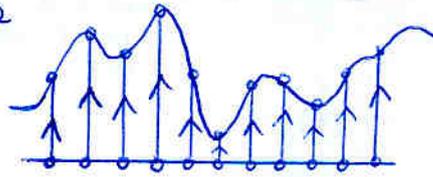
si $V_{in} > \frac{3V_q}{2} \rightarrow$ continua avanzando... (a ritmo de CLK)
 va contando hasta que $V_{in} < NV_q + \frac{V_q}{2}$
 al final queda con el valor N correspondiente

• tiempo conversión:

siempre (cada T_{conv}) hay que empezar con el contador a cero.

caso peor:

$$t_c = (2^n - 1) \cdot T_{BT}$$



Cada vez tarda en subir

$$N_{final} \cdot T_{BT}$$

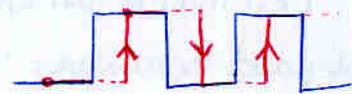
(ritmo al que cuenta) = ritmo al que sube)

• hardware: lineal con número de bits

• mejora: seguimiento

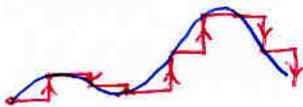
En lugar de resetear el contador, parte del último valor. El contador puede contar hacia arriba y hacia abajo.

• Entrada arbitraria → no mejora nada ej: cuadrada



• Entrada limitada en AB

→ Pendiente máxima



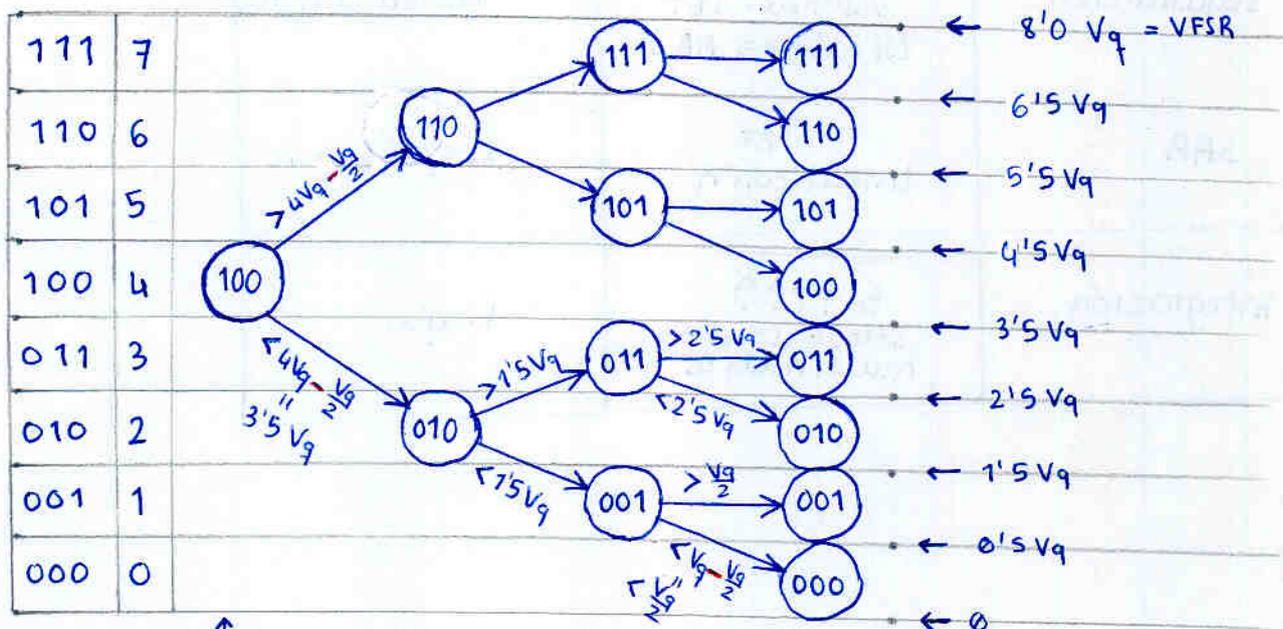
Incremento de códigos máximo entre dos instantes de muestreo → $t_c = \Delta N_{max} \cdot T_{BT}$

• Convertidor de aproximaciones sucesivas (SAR)

máquina de estados con una entrada que compara

$$V_{in} \text{ con } NV_q - \frac{V_q}{2}$$

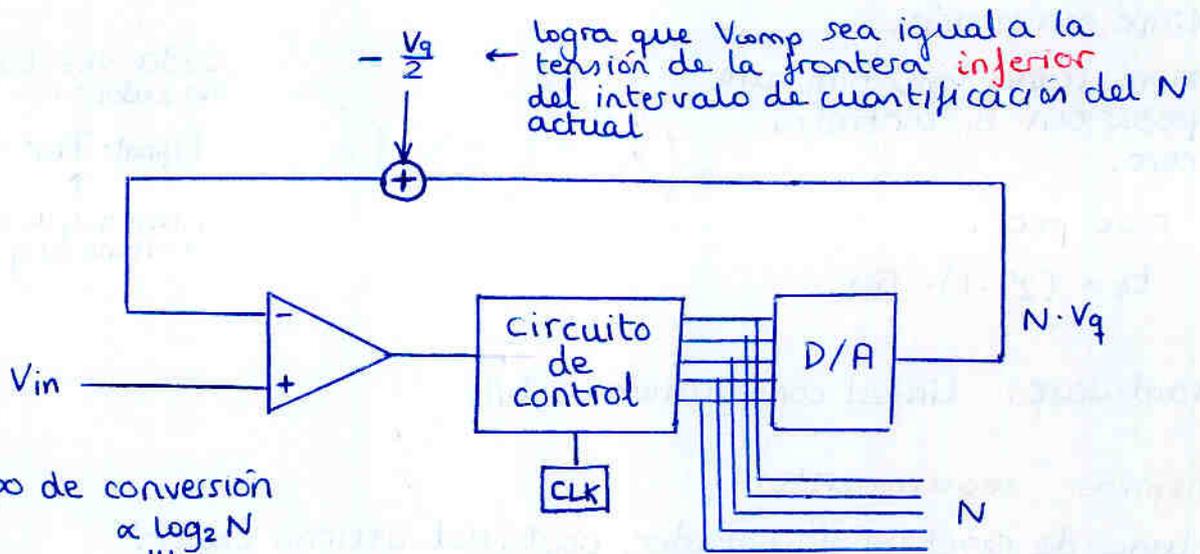
Realiza una búsqueda binaria



↑ se inicia en la mitad redondeando hacia arriba

→ ese redondeo

↑ se compara en la elección final: o te quedas igual o bajas



- tiempo de conversión $\propto \log_2 N$
 lineal con n (número bits)
 1 bit mas \Rightarrow un ciclo de reloj mas
 $t_c = n \cdot T_{BT}$
- complejidad hardware: lineal con n (1 bit mas \Rightarrow un FF mas)

Comparativa

A / D	t_c	complejidad hardware
comparador	$t_c \downarrow \downarrow \downarrow$	exponencial con n
contador	$(2^n - 1) T_{BT}$ exponencial con n	lineal con n
seguimiento	$\Delta N_{max} \cdot T_{BT}$ (si sabemos AB)	lineal con n
SAR	$n \cdot T_{BT}$ lineal con n	lineal con n
integración	$t_c \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$ sólo se usan en multímetros	baja

Problemas Tema 4

14) DAC unipolar 3 bits. calcular los errores en LSB y % sobre VFSR

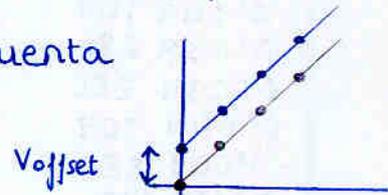
Código entrada	Salida Ideal (V)	Salida Real (V)
0	0'000 000	0'050 000
1	0'312 500	0'393 750
2	0'625 000	0'668 750
3	0'937 500	1'012 500
4	1'250 000	1'425 000
5	1'562 500	1'768 750
6	1'875 000	2'043 750
7	2'187 500	2'387 500

i.e. sobre V_q

$V_q = 0'312500 \text{ V}$

$V_{FSR} - V_q$
 $\Rightarrow V_{FSR} = 2'5 \text{ V}$

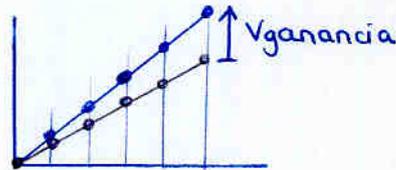
• Primero: error de offset \rightarrow se define para la 1ª cuenta
 $V_{offset} = 0'05 \text{ V}$ ($\frac{0'05}{V_q} \text{ LSB} = 0'16 \text{ LSB}$)



• Una vez corregido el error de offset (restar V_{offset} a todo)

Código	Salida sin offset (V)
0	0'000 000
1	0'343 750
2	0'618 750
3	0'962 500
4	1'375 000
5	1'718 750
6	1'993 750
7	2'337 500

con el offset corregido hayamos el error de ganancia, que se define para la última cuenta



Se obtiene $V_{ganancia} = [V_{real \text{ sin offset}} - V_{ideal}]_{\text{codigo mayor}}$

$= 0'150 \text{ V}$
 $= 0'48 \text{ LSB}$
 $= 6\% \text{ V}_{FSR}$

• Corregimos el error de ganancia ponderado para cada código

$N=7: V_{\text{sin offset sin gan}} = V_{\text{sin offset}} - \frac{7}{7} \cdot V_{ganancia}$

$N=6: V_{\text{sin offset sin gan}} = V_{\text{sin offset}} - \frac{6}{7} \cdot V_{ganancia}$

⋮

$N=1: V_{\text{sin offset sin gan}} = V_{\text{sin offset}} - \frac{1}{7} \cdot V_{ganancia}$

$N=0: V_{\text{sin offset sin gan}} = 0$

Código	Salida sin offset ni ganancia (V)
0	0'000 000
1	0'322 321
2	0'575 893
3	0'898 214
4	1'289 286
5	1'611 607
6	1'865 179
7	2'187 500

Ahora calculamos sobre la ultima columna sin error de offset ni ganancia el Error de Linealidad Integral (ELI) y el Error de Linealidad Diferencial (ELD)

$$ELI = \max |V_{real} - V_{ideal}|$$

ELD = max. desviación en el cambio de la salida de dos estados consecutivos

= max. diferencia en salida para dos estados consecutivos
- V_q

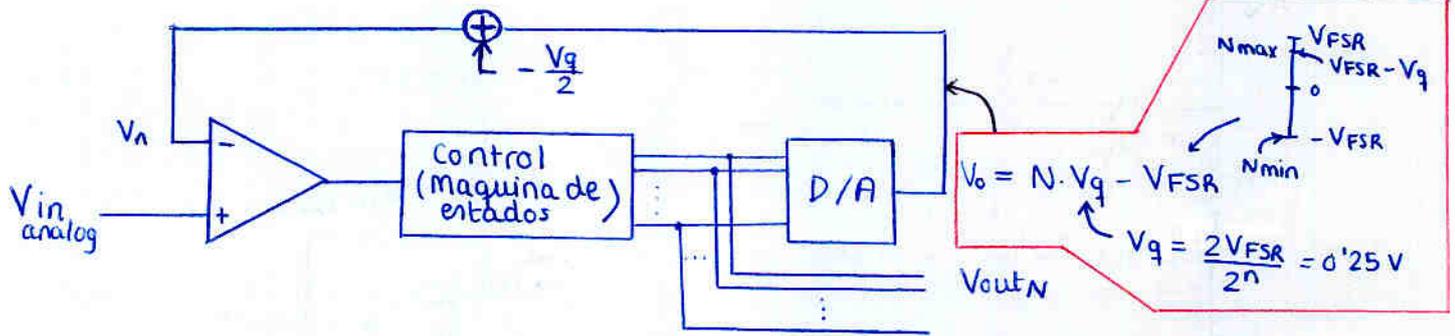
Código	ELI	ELD
0	0'000 000	-
1	0'009 821	0'009 821
2	-0'049 107	-0'058 929
3	-0'039 286	0'009 821
4	0'039 286	0'078 571
5	0'049 107	0'009 821
6	-0'009 821	-0'058 929
7	0'000 000	0'009 821

$$ELI = 0'049 107 V$$

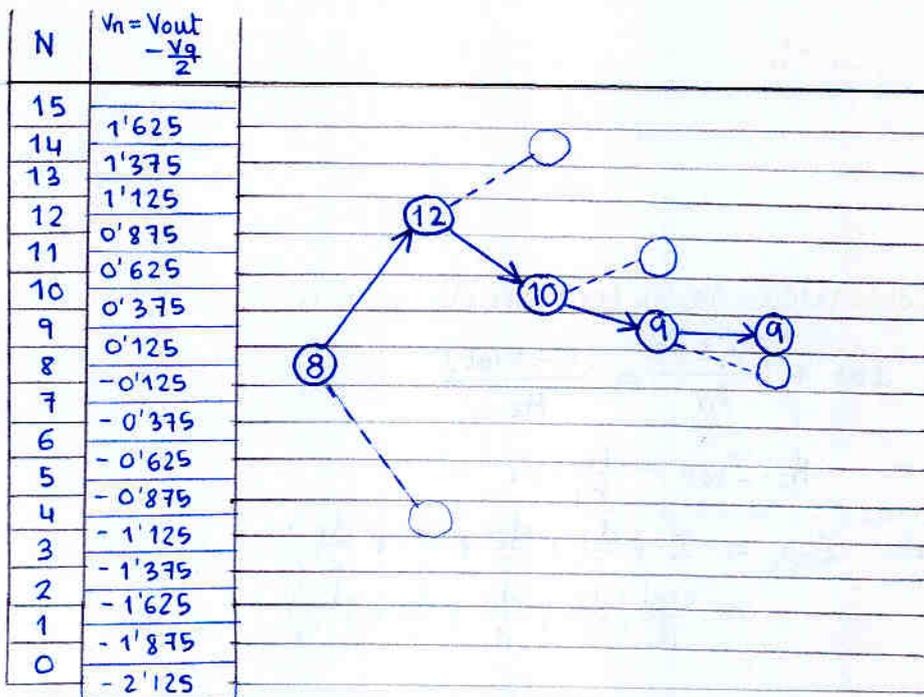
$$ELD = 0'078 571 V$$

1) SAR bipolar 4 bits. $V_{FSR} = 2V$

a) Dibujar esquemáticamente

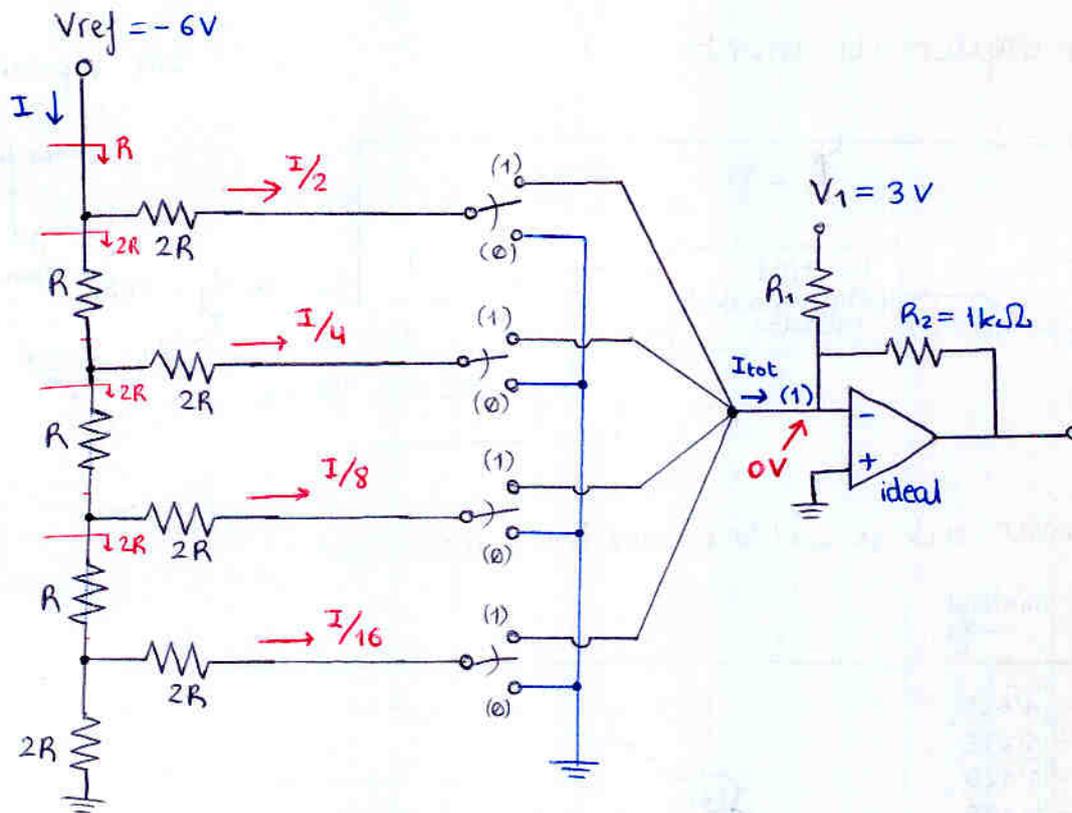


b) Representar tabla con los estados sucesivos



son las fronteras entre los intervalos de cuantificación
 ||
 corresponden al V_n con el cual se compara

6) Viendo el circuito de la figura:



a) Expresión algebraica de la tensión de salida

$$\text{Nodo (1)} \quad I_{\text{tot}} + \frac{(V_1 - 0)}{R_1} = \frac{(0 - V_{\text{out}})}{R_2}$$

$$\Rightarrow V_{\text{out}} = -R_2 \cdot I_{\text{tot}} - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_1$$

$$\begin{aligned} \text{siendo } I_{\text{tot}} &= I \cdot \left(\frac{d_3}{2} + \frac{d_2}{4} + \frac{d_1}{8} + \frac{d_0}{16} \right) \\ &= \frac{V_{\text{ref}}}{R} \left(\frac{d_3}{2} + \frac{d_2}{4} + \frac{d_1}{8} + \frac{d_0}{16} \right) \end{aligned}$$

Por tanto

finalmente

$$V_{\text{out}} = -\frac{R_2 \cdot V_{\text{ref}}}{R} \left(\frac{d_3}{2} + \frac{d_2}{4} + \frac{d_1}{8} + \frac{d_0}{16} \right) - \frac{R_2 \cdot V_1}{R_1}$$

b) Calcular componentes para DAC bipolar $V_{\text{FSR}} = 3\text{V}$ siendo -3V para la combinación binaria de menor valor

• R_1 determina el offset

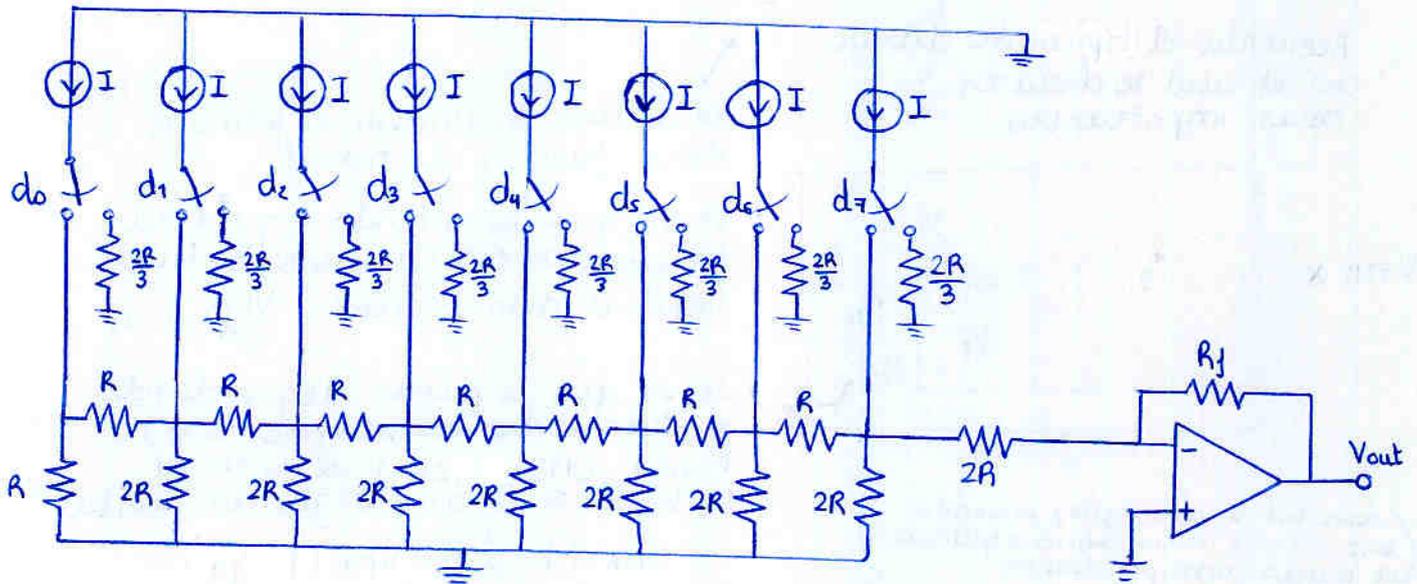
$$V_{\text{out}}(0000) = -3\text{V} \Rightarrow -\frac{R_2 V_1}{R_1} = -3\text{V} \Rightarrow R_1 = 1\text{k}\Omega$$

• R determina V_q (restando 2 valores logramos deshacernos del offset)

$$\begin{aligned} V_{\text{out}}(0001) - V_{\text{out}}(0000) &= V_q \\ -\frac{R_2 \cdot V_{\text{ref}}}{16 \cdot R} &= \frac{2 V_{\text{FSR}}}{2^n} \Rightarrow R = 1\text{k}\Omega \end{aligned}$$

c) Valor máximo de salida $V_{\text{out}}(1111) = V_{\text{FSR}} - V_q = 2'625\text{V}$

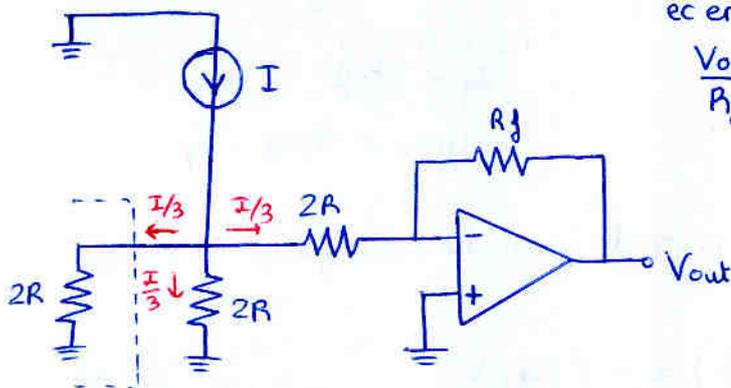
9] Esquema de convertidor D/A de 8 bits en escalera invertida



a) Función de transferencia

Truco: hacerlo por superposición

• con únicamente d_7 a 1.

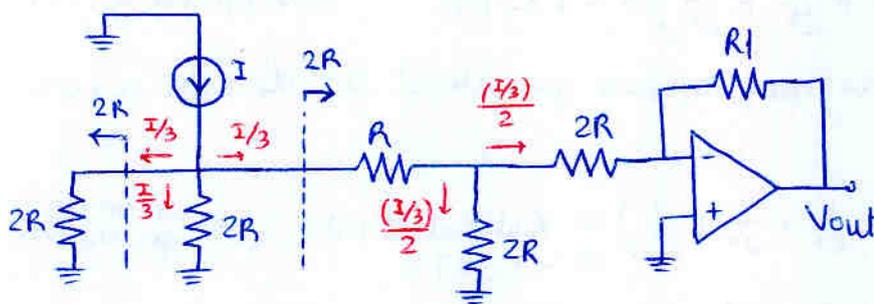


ec en nodo:

$$\frac{V_{out}}{R_f} = -\frac{I}{3}$$

$$\Rightarrow V_{out} = -\frac{I R_f}{3} \cdot d_7$$

• con únicamente d_6 a 1



$$V_{out} = -\frac{I R_f}{3} \cdot \frac{d_6}{2}$$

la mitad, como cabía esperar;

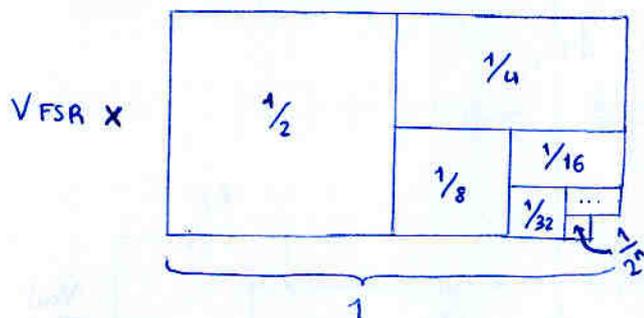
y es muy deducible que irán saliendo sucesivamente la mitad

Función de transferencia: truco para recordar

$$V_o = V_{FSR} \left(\frac{d_7}{2} + \frac{d_6}{4} + \frac{d_5}{8} + \dots + \frac{d_0}{2^n} \right)$$

(2ⁿ) ← resolución

Recuerda el siguiente dibujo con el cual se deducen 3 cosas importantes



(cada bit es un bloque; poniendo bits a 1 o a 0 añadimos o quitamos el bloque correspondiente)

- Se deduce fácilmente la fórmula de la función de transf.
- Se ve que añadiendo o quitando bloques se consigue una resolución igual al más pequeño $\frac{V_{FSR}}{2^n} = V_q$
- Se ve que se puede llegar desde 0 (con todos los bloques a 0) hasta CASI $V_{FSR} \cdot 1$ de V_q en V_q . De hecho se ve que llegamos hasta $V_{FSR} \cdot (1 - \frac{1}{2^n}) = V_{FSR} - V_q$

Hay que expresar el resultado en forma de f. de transf.

$$V_{out} = -\frac{2 \cdot I \cdot R_f}{3} \left(\frac{d_7}{2} + \frac{d_6}{4} + \dots + \frac{d_0}{2^8} \right)$$

↑
queremos q este bit se divida entre 2, por eso mult por 2 fuera

b) Fondo de escala
 $V_{FSR} = -\frac{2 I R_f}{3}$

Resolución:
 $V_q = \frac{V_{FSR}}{2^n}$

$$V_{out\max} = V_{FSR} - V_q$$

Si se introduce el código 10011100

Cuál será la tensión de salida en cada uno de los siguientes casos:

c) Condiciones ideales

$$V_{out} = -\frac{2 R_f I}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} \right) = -1'341 V$$

d) R_f aumenta un 2%: no hay cambios

e) I_4 disminuye un 10%

$$V_{out} = -\frac{2 R_f I}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{0'9}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} \right) = -1'327 V \Rightarrow \text{error de linealidad (solo afecta a 1 bit)}$$

f) I_6 disminuye un 1%: no hay cambios ya que el bit d_6 está a cero

g) R_f aumenta un 2%

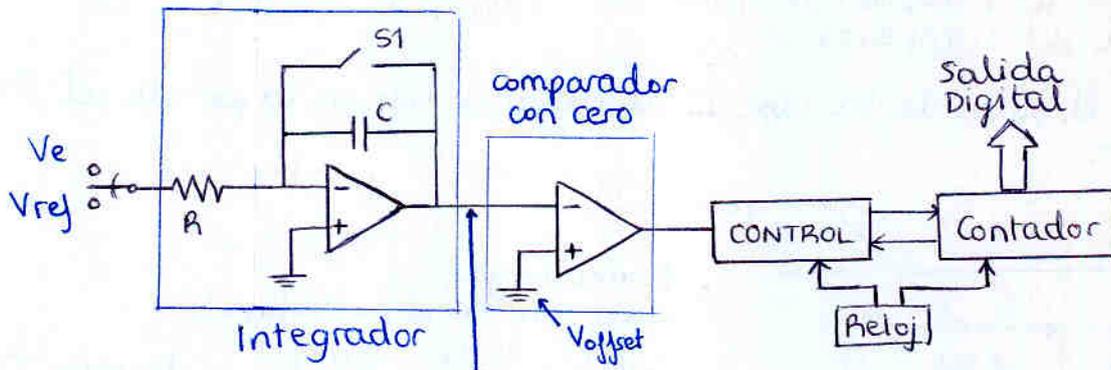
$$V_{out} = -\frac{2 \cdot R_f \cdot 1'02 \cdot I}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} \right) = V_{out\text{ideal}} \cdot 1'02 \Rightarrow \text{error de ganancia} = -1'367 V$$

h) Qué ocurre si sustituimos resistencias $\frac{2R}{3}$ por otras.

Esas resistencias están para que se vea la misma impedancia en ambas posiciones del interruptor. \rightarrow no varía corriente ni tensión al cambiar \Rightarrow conmutación $t_{on} = t_{off}$.

Si no están, aumenta la posibilidad de glitches

8 Convertidor A/D de doble rampa

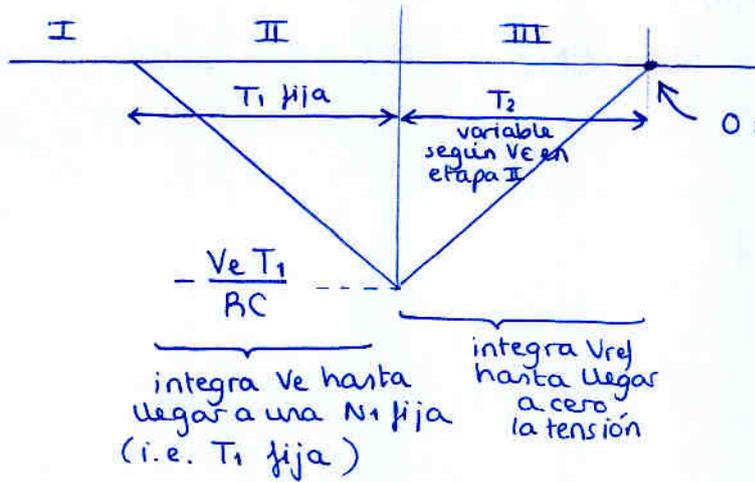


$$V_{INT} = -\frac{1}{RC} \int V_{in}(t) dt$$

$$= -\frac{V_{IN} \cdot T}{RC}$$

Datos:
 $N_1 = 1500$
 $R = 300 \text{ k}\Omega$
 $C = 100 \text{ nF}$
 $f_{BT} = 10 \text{ kHz}$

a) V_{ref} para que $N_2 = V_e$ [mV]



$$0 = -\frac{V_e T_1}{RC} - \frac{V_{ref} \cdot T_2}{RC}$$

$$N_1 = T_1 \cdot f_{BT} \quad N_2 = T_2 \cdot f_{BT}$$

se despeja:

$$N_2 = \left(\frac{V_e}{V_{ref}} \right) N_1 \text{ cte}$$

para que $N_2 = V_e$ [mV]

$$\frac{N_1}{V_{ref} [\text{mV}]} = 1$$

$$\Downarrow$$

$$V_{ref} [\text{mV}] = 1500 \text{ mV}$$

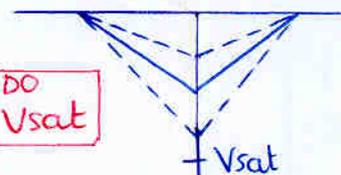
Si a la entrada tenemos 3'2 V, ¿cual será el código digital de salida en los siguientes casos?

b) Valores nominales de R y C $\rightarrow N_2 = 3200 \text{ mV}$

c) Aumento del 5% en R $\rightarrow N_2$ no varía (se cancela)

d) Disminuyo la f_{BT} un 3%
 N_2 no varía

SIEMPRE Y CUANDO NO SE ALCANCE V_{sat}



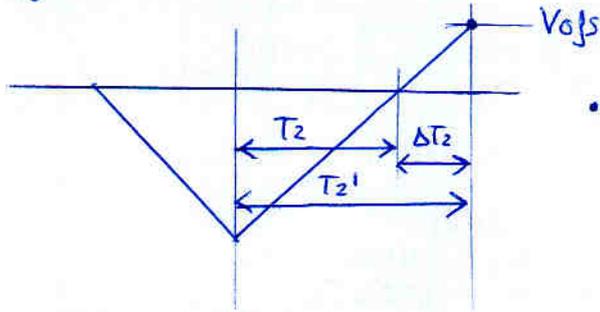
e) Aumenta 1% $|V_{ref}| \rightarrow N_2$ disminuye un 1%

$$N_2 = \frac{V_e}{V_{ref} \cdot 1.01} \cdot N_1$$

① Siempre sale en integradores de doble rampa esta pregunta

f) Si aparece una tensión de offset $V_{ofs} = +38\text{ mV}$ en la entrada no inversora del comparador

se detecta el final de la fase III al llegar a V_{ofs} en lugar de al llegar a cero



⚠ cuidado con el signo del offset

• Forma larga: sustituir en el punto final

$$V_{ofs} = -\frac{V_e T_1}{RC} - \frac{V_{ref} \cdot T_2'}{RC} \Rightarrow \text{despejar } T_2'$$

$$N_2' = f_{BT} \cdot T_2'$$

• Forma fácil:

$$T_2' = T_2 + \Delta T_2$$

calculamos ΔT_2

obtenemos ΔN_2

$$V_{ofs} = -\frac{V_{ref} \cdot \Delta T_2}{R \cdot C} \Rightarrow \Delta T_2 \Rightarrow \Delta N_2 = \frac{\Delta T_2 \cdot f_{BT}}{1} = 7$$

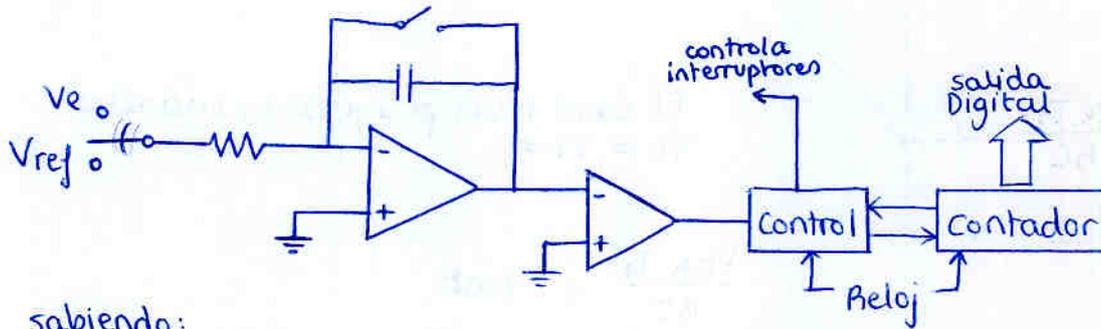
y entonces

$$N_2' = N_2 + \Delta N_2 = 3200 + 7 = 3207$$

- 13) Diseñar convertidor A/D de doble rampa
 $V_{FSR} = +5V$
 Resolución $\leq 0.1mV$
 Rechazo de interferencias de 50 y 60 Hz

Hay varios comentarios importantes para los doble rampa

a) Número de bits del contador



sabiendo:

$$V_q = \frac{V_{FSR}}{2^n}$$

Nota importante: usamos la fórmula unipolar y no la bipolar que sería $V_q = \frac{2 \cdot V_{FSR}}{2^n}$ porque el A/D de doble rampa soporta tensiones positivas o negativas cambiando el signo de V_{ref} . Es decir, es como tener dos convertidores unipolares

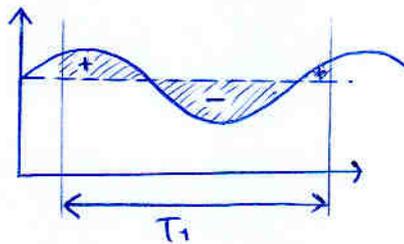
(i)

$$n = \frac{\log\left(\frac{V_{FSR}}{V_q}\right)}{\log 2} = 15.6 = 16 \text{ bits}$$

b) N_1 , V_{ref} , f_{BT}

$N_1 = f_{BT} \cdot T_1$ la duración de la integración de la entrada nos permitirá rechazar interferencias si integramos en un número entero de veces el periodo de la interferencia

(i)



$$T_1 = n_1 \cdot T_{50Hz} = n_2 \cdot T_{60Hz}$$

$$T_1 = \frac{n_1}{50Hz} = \frac{n_2}{60Hz}$$

para minimizar t_c , tomamos

$$\left. \begin{matrix} n_1 = 5 \\ n_2 = 6 \end{matrix} \right\} \rightarrow T_1 = 0.1s$$

(i)

(i) Si no exigen nada, parece sensato aprovechar los bits al máximo

$$N_1 = N_{max} = 2^{16} - 1$$

$$\text{Podemos ahora despejar } f_{BT} = \frac{N_1}{T_1} = 655.35 \text{ kHz}$$

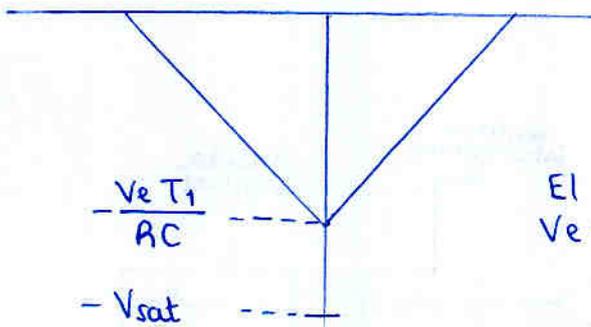
Para obtener V_{ref} utilizamos la condición de que para una entrada analógica de V_{FSR} se obtenga código salida máximo

(i)

$$N_2 = \frac{|V_e|}{|V_{ref}|} \cdot N_1 \Rightarrow N_{2max} = \frac{|V_{FSR}|}{|V_{ref}|} \cdot N_{max} \Rightarrow |V_{ref}| = |V_{FSR}| = 5V$$

vemos que tuvo sentido escoger $N_1 = N_{max}$

c) Calcular valores de R y C
 Sabiendo que $V_{satOA} = \pm 15\text{ V}$



El caso más peligroso es cuando
 $V_e = V_{FSR}$

$$\frac{V_{FSR} \cdot T_1}{RC} \leq V_{sat}$$

⇓

$$RC \geq \frac{V_{FSR}}{V_{sat}} \cdot T_1 = 33'33\text{ ms}$$

por ejemplo $C = 1\ \mu\text{F}$
 $R = 33\text{ k}\Omega$

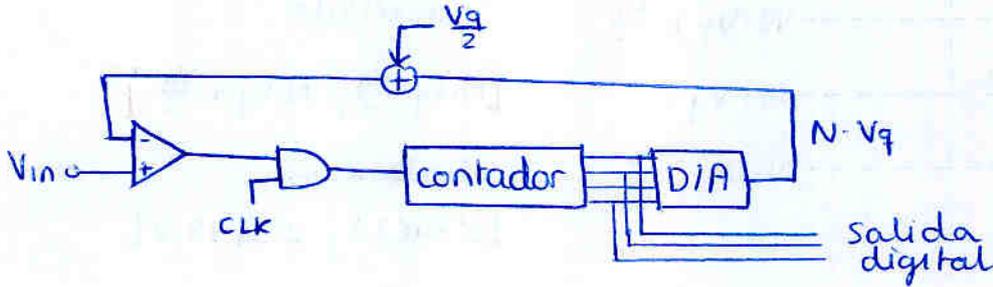
12] se desea digitalizar tensión analógica

- entre 0 y $V_{FSR} = +4V$
- Resol $\leq 1mV$
- $t_c < 2\mu s$

a) Calcular f_{BT} para un convertidor contador y un convertidor SAR

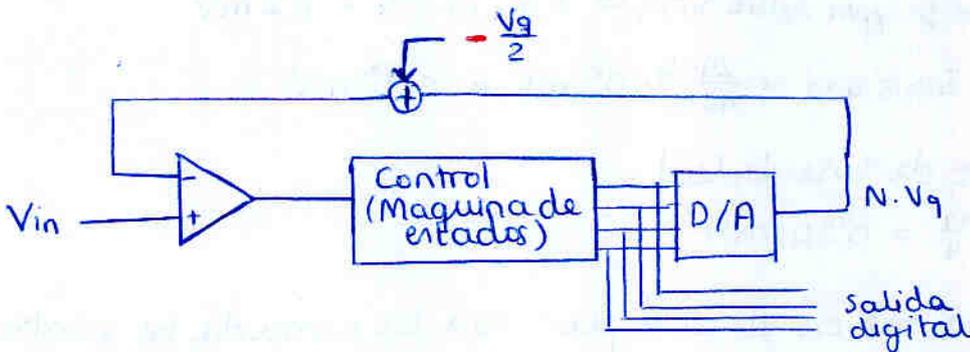
$$\text{Resol} = V_q = \frac{V_{FSR}}{2^n} \Rightarrow n = \frac{\log \frac{V_{FSR}}{V_q}}{\log 2} = 11.96 = 12 \text{ bits}$$

• convertidor contador :



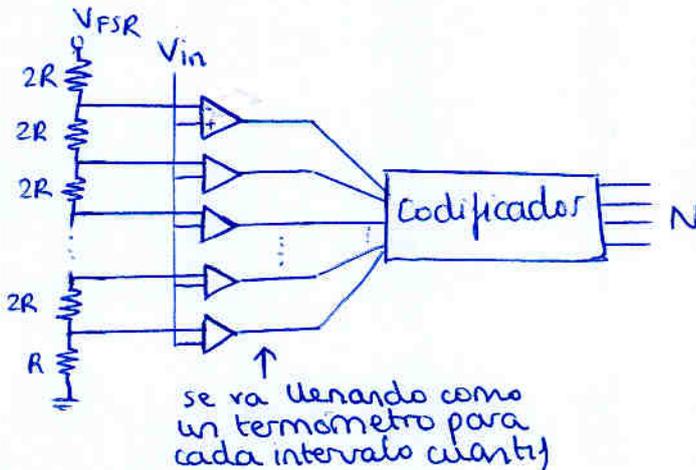
$$t_{c_{max}} = \frac{N_{max}}{f_{BT}} \Rightarrow f_{BT} = \frac{N_{max}}{t_{c_{max}}} = \frac{2^n - 1}{t_c} = 2.0745 \text{ GHz}$$

• SAR



$$t_c = \frac{\log_2 2^n}{f_{BT}} = \frac{n}{f_{BT}} \Rightarrow f_{BT} = \frac{n}{t_c} = 6 \text{ MHz}$$

b) Ventajas e inconvenientes de convertidor comparador (flash)



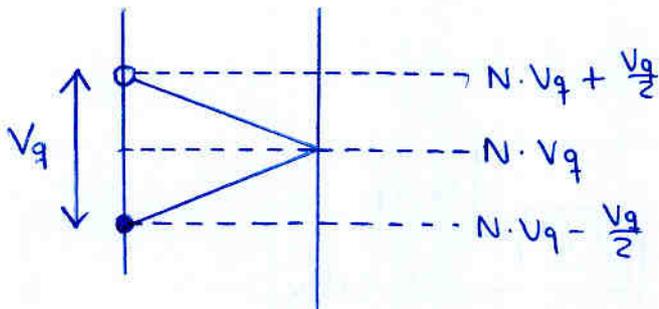
- t_c rapidísimo
- necesitaría 4095 comparadores

c) calcular el rango de valores (i.e. intervalo de cuantía) que daría lugar al código 100101100101 (i.e. 2405) teniendo:

- incertidumbre de offset = $\pm 0.2 \text{ mV}$
- incertidumbre de ganancia = $\pm 50 \text{ ppm}$ de VFSR
- incertidumbre linealidad = $\pm \frac{1}{4} \text{ LSB}$

$$V_q = \frac{V_{FSR}}{2^n} = 0.9766 \text{ mV}$$

Caso ideal:



intervalo

$$\left[N \cdot V_q - \frac{V_q}{2}, N \cdot V_q + \frac{V_q}{2} \right]$$

calculando...

$$[2.3482 \text{ V}, 2.3492 \text{ V}]$$

- la incertidumbre de offset se suma directamente a los extremos ($\pm 0.2 \text{ mV}$)

- la incertidumbre de ganancia

para VFSR : $\pm 50 \text{ ppm}$ sobre VFSR = $\pm 50 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 0.2 \text{ mV}$

par 2405 : $\text{Incert. gan} = \frac{2405}{4096} \cdot 0.2 \text{ mV} = 0.12 \text{ mV}$

- la incertidumbre de linealidad :

$$\pm \frac{1}{4} \text{ LSB} = \frac{V_q}{4} = 0.24 \text{ mV}$$

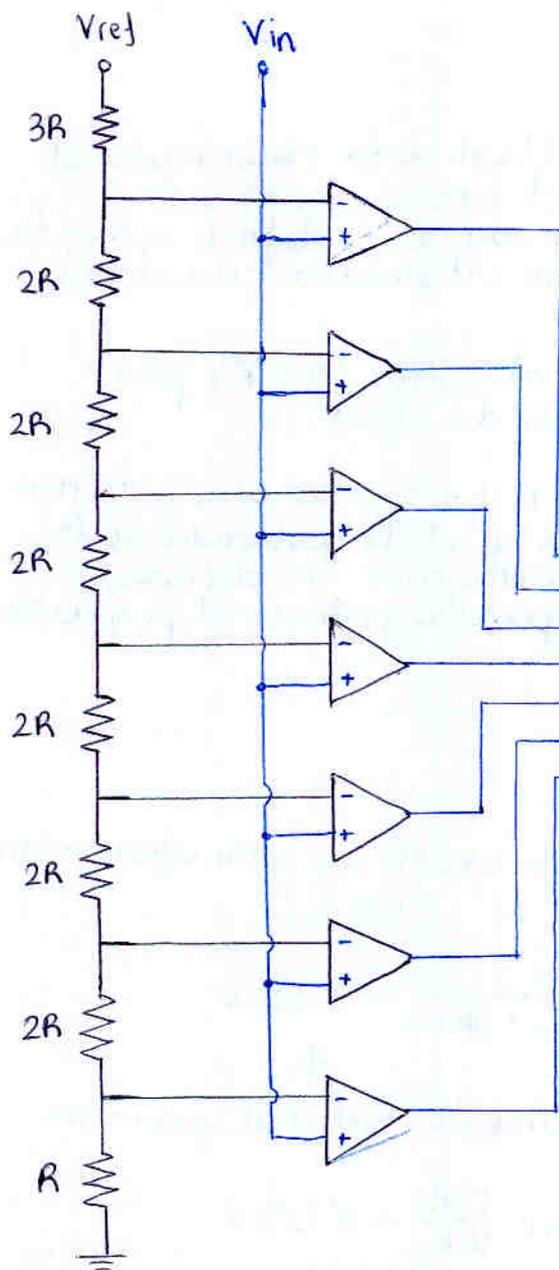
la incertidumbre total en el caso peor será la suma de los 3 anteriores

$$\pm 0.56 \text{ mV}$$

Por tanto, restándolo al límite inferior y sumándolo al superior :

$$[2.3476 \text{ V}, 2.3497 \text{ V}]$$

11 Convertidor A/D



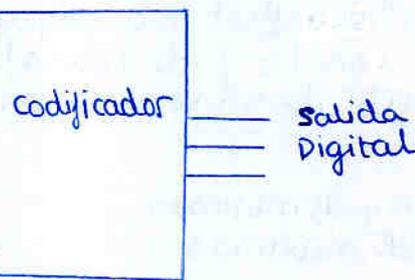
a) Tipo y ventajas

Es un convertidor comparador (también llamado flash) es el más rápido con diferencia

b) Número bits y resolución

Hay 8 niveles (contando 00000000) $n = \log_2 8 = 3$
 $n = 3$ bits

$$V_q = \frac{V_{FSR}}{2^n} = \frac{V_{ref}}{2^n} = 1'25 V$$



Datos:

Valor nominal $R = 1k\Omega$

Dispersión valores de $R = \pm 1\%$

$V_{ref} = 10V \pm 2\%$

c) Calcular máximo error de offset y ganancia

• Error de offset:

Diferencia entre el primer umbral entre intervalos con su valor ideal

caso ideal: 1^{er} umbral = $\frac{V_q}{2} = 0'625 V$

caso peor:

- por debajo: $\cdot V_{ref}$ mínima
 $\cdot R$ de abajo mínima
 \cdot las demás máximas

$$V_{umbral_{min}} = V_{ref_{min}} \cdot \frac{R_{min}}{15R_{max} + R_{min}} = 0'601 V$$

- por arriba: $\cdot V_{ref}$ máxima
 $\cdot R$ de abajo máxima
 \cdot las demás mínimas

$$V_{umbral_{max}} = V_{ref_{max}} \cdot \frac{R_{max}}{15R_{min} + R_{max}} = 0'649 V$$

vemos que el error de offset es simétrico y vale $\pm 24 \text{ mV} = 0.019 \text{ LSB}$

• error de ganancia :

Aquí hay un pequeño problema; lo ideal sería hacer nulo el error de offset y luego maximizar el error de ganancia (ya que recordemos q. el error de ganancia se define como la desviación del mayor umbral entre intervalos cuando el error de offset es mínimo)

Pero no podemos hacer esto, ya que al variar las R's para hacer error de ganancia creamos error de offset.

La solución es fácil; escogemos las R para crear una f. de transf. donde el error de offset sea pequeña y el de ganancia alto, para después, con la f. de transferencia que se obtiene, calcular el error de ganancia corrigiendo primero el pequeño error de offset

- Resistencias R y 3R mínimas
- Resistencias 2R máximas

$$V_{\text{primer umbral}} = V_{\text{refmax}} \cdot \frac{R_{\text{min}}}{12R_{\text{max}} + 4R_{\text{min}}} = 0.628 \text{ V} \rightarrow \text{error offset} = 3 \text{ mV}$$

(ideal 0.625V)

$$V_{\text{ultimo umbral}} = V_{\text{refmax}} - V_{\text{refmax}} \frac{3R_{\text{min}}}{12R_{\text{max}} + 4R_{\text{min}}} = 8.316 \text{ V}$$



error de offset más ganancia

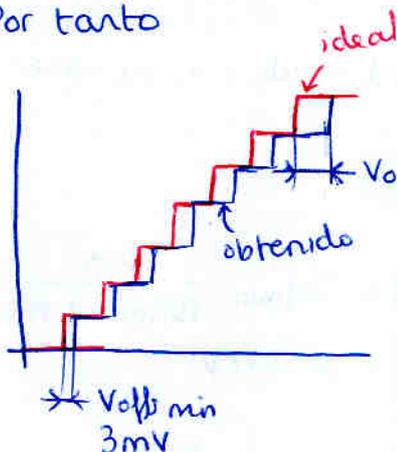
caso ideal

$$V_{\text{ultimo umbral}} = V_{\text{ref}} \cdot \frac{13R}{16R} = 8.125 \text{ V}$$

↓
ambos sumándose como suele ocurrir siempre

$$\text{error de offset más ganancia} = 0.191 \text{ V}$$

Por tanto



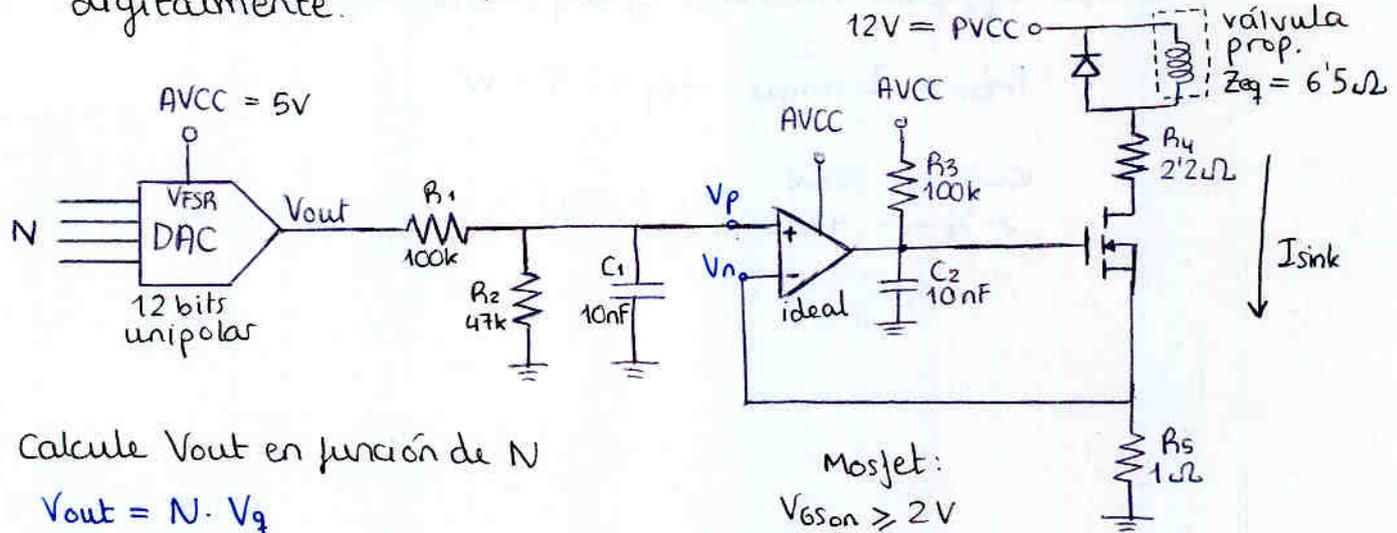
por tanto $V_{\text{gan}} = \pm 188 \text{ mV}$

↑
corrigiendo el error de offset 3mV

18

válvula proporcional (apertura proporcional a la corriente de excitación que la atraviesa)

se ha diseñado una fuente de corriente variable controlada digitalmente.



a) Calcule V_{out} en función de N

$$V_{out} = N \cdot V_q$$

$$V_q = \text{resolución} = \frac{V_{FSR}}{2^n}$$

b) Calcule I_{sink} en función de N (AO realim negativamente)

$$V_p = V_n$$

$$V_{out} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_{sink} \cdot R_5 \Rightarrow I_{sink} = \frac{R_2}{R_5(R_1 + R_2)} \cdot N \cdot V_q$$

Dato del problema: considere que la frec variación de las señales entra por debajo de la frec corte \rightarrow podemos ignorar condensador

$$I_{sink} = N \cdot 0.39 \text{ mA}$$

c) calcule $I_{sink \text{ max}}$

Nota: Existen 3 condiciones. Tome la más restrictiva

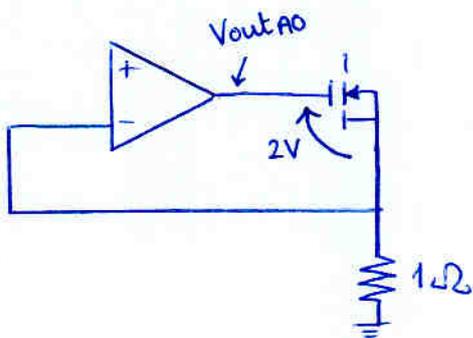
1. $I_{sink \text{ max}} = N_{\text{max}} \cdot 0.39 \text{ mA} = 1.597 \text{ A}$

2. $PVCC = I_{sink \text{ max}} (R_4 + R_5 + Z_{eg} + R_{ds})$

$$I_{sink \text{ max}} = 1.215 \text{ A}$$

3. $V_{gs \text{ min}} = 2 \text{ V}$

$$V_{out \text{ AO max}} = AVCC$$



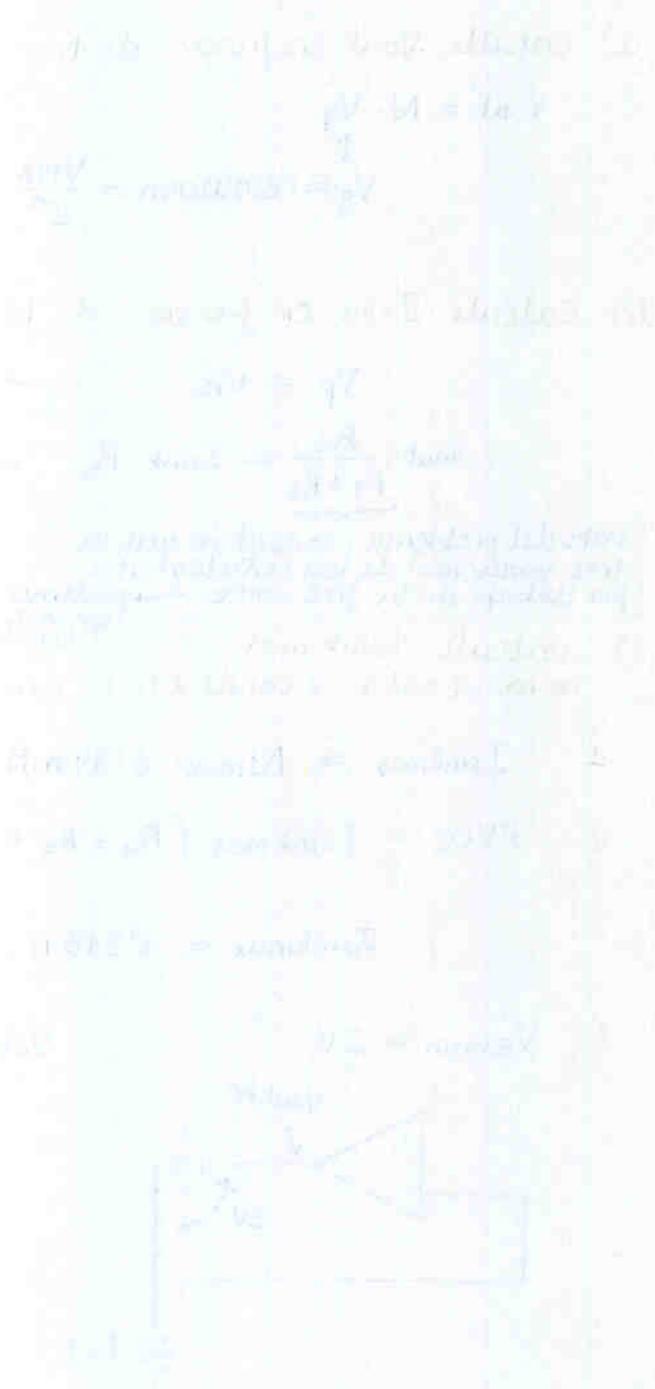
$$I_{sink \text{ max}} = \frac{AVCC - 2}{1 \Omega} = 3 \text{ A}$$

Nos quedamos con el límite $I_{sink \text{ max}} = 1.215 \text{ A} \Rightarrow N = 3115$

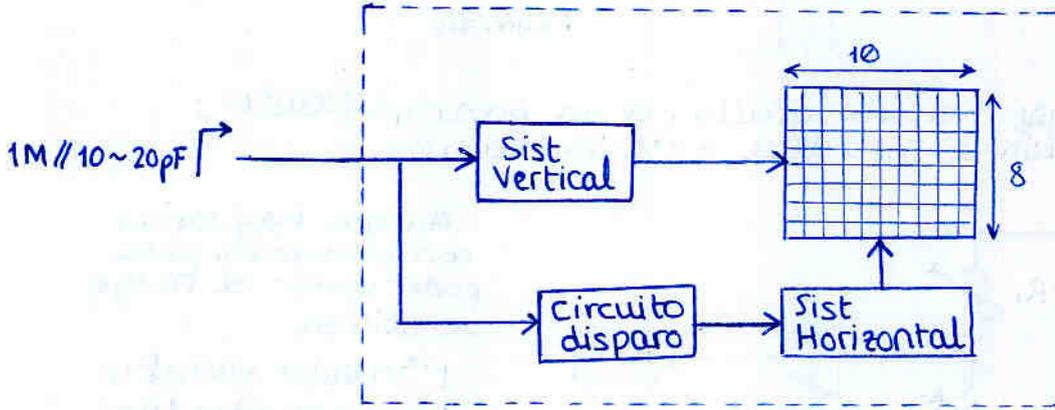
d) Si para una apertura del 100%, la potencia es 20W
Calcule apertura maxima que podemos obtener

$$P_{max} = I_{sinkmax}^2 \cdot Z_{eq} = 9'6 W$$

$$\left. \begin{array}{l} 100\% - 20W \\ x\% - 9'6W \end{array} \right\} \rightarrow x = 48\%$$



Tema 5. Osciloscopios Digitales

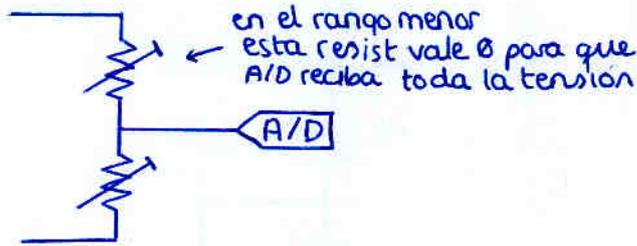


2. Sistema Vertical

2.1 Comparación de multímetro con osciloscopio.

Multímetro:

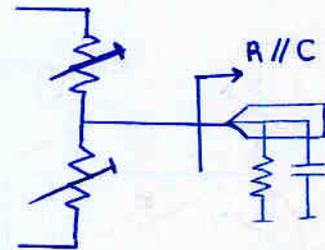
- Rango mínimo $\sim 0.1\text{ V}$



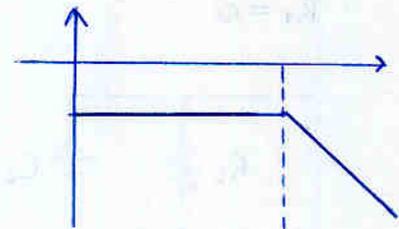
↑
variando los potenciómetros podemos hacer que el A/D reciba sólo fracciones de la tensión, y permitir así entradas de mayor tensión sin requerir A/D de mayor FSR

↓
Permite rangos mayores.

- Ancho de banda



la $f.$ de transferencia del atenuador es:



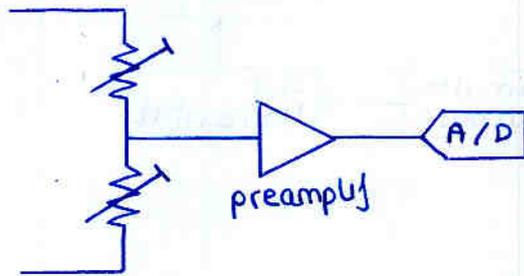
- multímetros
- de mano: $1\text{ kHz} \sim 10\text{ kHz}$
 - de mesa: 300 kHz

Osciloscopio

Rango mínimo = 16mV



Se logran rangos menores gracias a un preamplificador; en contraposición se introduce $\pm 2\%$ imprecisión.



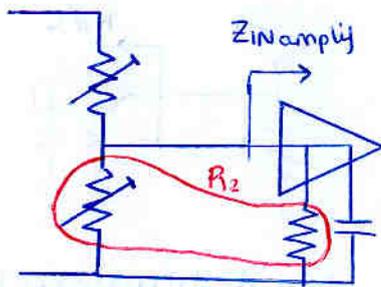
Aunque hay varias combinaciones para poder variar el rango, se utiliza:

- atenuador variable
- preamplificador fijo

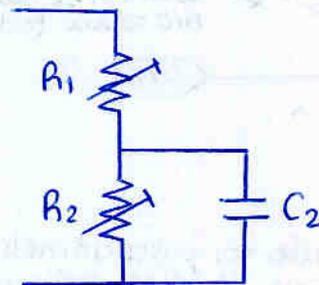
2.2. Impedancia entrada y ancho de banda teórico

En un instrumento de medida es imprescindible que la impedancia de entrada no varíe al cambiar de rango

Circuito equiv entrada:

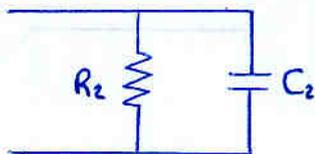


\propto

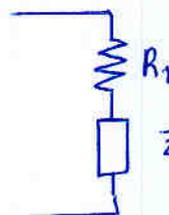
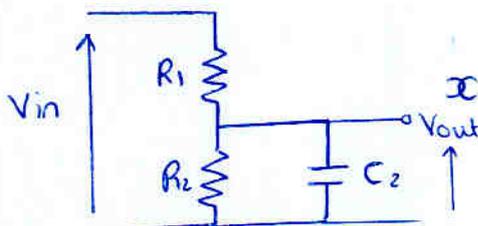


Para el rango menor
 $R_1 = 0$

$$R_2 \parallel C_2 = 1M \parallel 10 \sim 20 pF$$



Para rangos mayores, nos aparecería un filtro paso bajo
 $R_1 > 0$

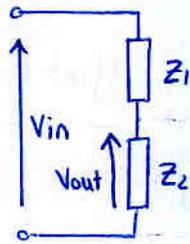
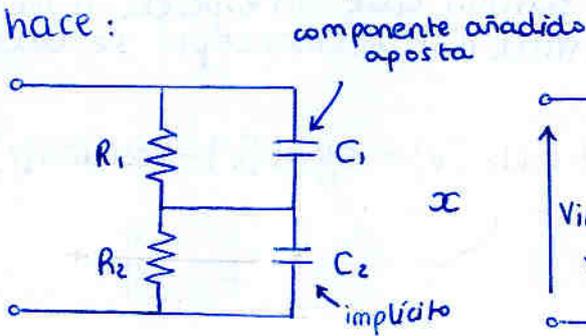


$$Z_2 = R_2 \parallel C_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{R_1 + Z_2} = \frac{R_2}{R_1(1 + j\omega R_2 C_2) + R_2}$$

Solución: compensación:

se hace:



$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

de forma que la función de transferencia es:

$$(1) \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}} \stackrel{=}{=} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

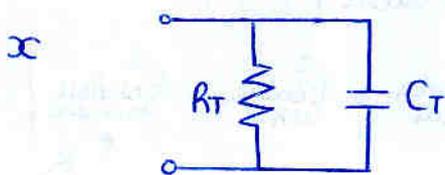
$$(2) \text{Condición de compensación } R_1 C_1 = R_2 C_2 = T$$

Nos sale un atenuador que es teóricamente independiente de la frecuencia: ancho de banda infinito.

Pero obviamente la impedancia de entrada cambiará

$$Z_{in} = Z_1 + Z_2 = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2} \stackrel{=}{=} \frac{R_1 + R_2}{1 + j\omega T} = \frac{R_T}{1 + j\omega R_T C_T}$$

↑
condición de comp.



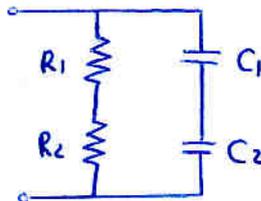
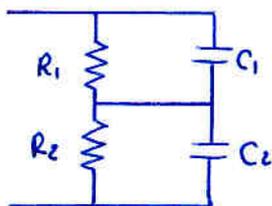
$$R_T = R_1 + R_2$$

CT?

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\begin{aligned} T &= R_T C_T = T = T \cdot \frac{(C_1 + C_2)}{(C_1 + C_2)} \\ &= T \frac{C_1}{C_1 + C_2} + T \frac{C_2}{C_1 + C_2} \\ &= (R_1 + R_2) \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = R_T C_T \end{aligned}$$

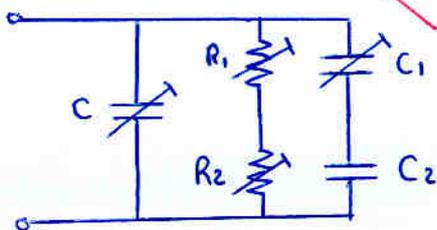
Así que curiosamente:



$$Z_{in} = R_T \parallel C_T = 1M \parallel 10 \sim 20 pF$$

- No nos preocupamos de los resist puento que al ser variables podemos ajustarlas a placer
- C1 en serie con C2 obviamente será menor que C2 = 10 ~ 20 pF
↑
recuerda: rango menor
- lo cual es un gran problema

Solución: **(3)** añadimos C (variable) que vuelva a aumentar la capacidad a 10 ~ 20 pF



2.3 Offset

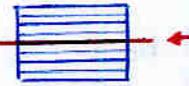
Hay 2 formas de subir y bajar la señal en pantalla

- posición [divisiones]
- offset [tensión]

La tensión que corresponde a la línea central del osciloscopio se llama

$$\text{Offset Neto [V]} = \text{Offset [V]} - \text{Posición [div]} \cdot \frac{V}{\text{div}}$$

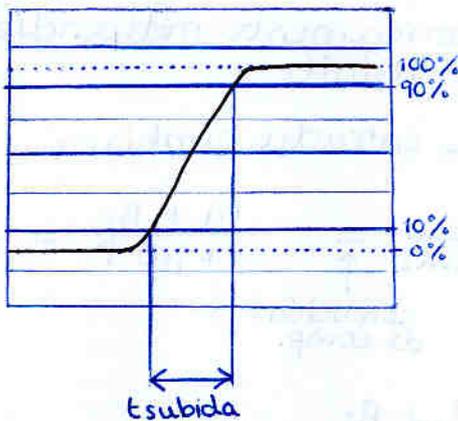
El offset neto corresponde con el nivel cero del convertidor A/D



2.4. Ancho de Banda

Nota: el osciloscopio ignora totalmente si hay cuestiones de aliasing, por tanto $f_s = 1 \text{ GHz} \Rightarrow BW = 500 \text{ MHz}$

La forma más rápida de conocer el BW de un osciloscopio es mediante el tiempo de subida con señal cuadrada en entrada



$$BW [\text{Hz}] = \frac{k}{t_{\text{subida}} [\text{s}]}$$

$$k = \begin{cases} 0.35 & \text{para } BW < 1 \text{ GHz} \\ 0.45 & \text{para } BW > 1 \text{ GHz} \end{cases}$$

el tiempo de subida que se ve en el osciloscopio será el de la señal original + el cable + el oscilosc

$$t_{\text{subida}}^2 = t_{\text{subida, señal}}^2 + t_{\text{subida, cable}}^2 + t_{\text{subida, oscilosc}}^2$$

↑ visualizado

↑ $\frac{k}{BW}$

2.5. Especificaciones

TDS340	
Scale range	2 mV/div - 10 V/div
Offset Accuracy	2 mV/div - 99.5 mV/div; $\pm(0,4\% * \text{Net.Offs} + 3 \text{ mV} + 0,1 \text{ div})$ 100 mV/div - 995 mV/div; $\pm(0,4\% * \text{Net.Offs} + 30 \text{ mV} + 0,1 \text{ div})$ 1 V/div - 10 V/div; $\pm(0,4\% * \text{Net.Offs} + 300 \text{ mV} + 0,1 \text{ div})$
Gain Accuracy	$\pm 2\%$
DC measurement accuracy (avg $n \geq 16$)	Absolute; $\pm(2,0\% * \text{Rdg} - \text{Net.Offs} + \text{Offset Acc.} + 0,1 \text{ div})$ Delta; $\pm(2,0\% * \text{Rdg} + 0,3 \text{ mV} + 0,15 \text{ div})$
Digitizers	8 bit. Separate digitizer for each channel.
Input Impedance	1 M Ω $\pm 1\%$, in parallel with 20 pF ± 2 pF.
Analog Bandwidth	DC coupled; DC - $\geq 100 \text{ MHz}$
Lower frequency limit	AC coupled; $\leq 10 \text{ Hz}$
Maximum voltage at input BNC	CAT I Environment; $\pm 400 \text{ V}$ (DC + AC), derate at 20 db/decade above 100 kHz at 13 V peak at 3 MHz and above..

Problema 1.1.

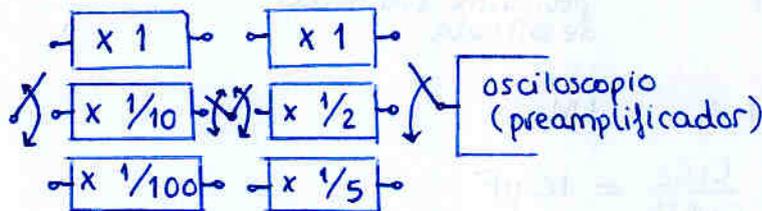
Diseño de atenuador compensado:

se desean las sensibilidades: 10 mV/div 0'1 V/div 1 V/div
 20 mV/div 0'2 V/div 2 V/div
 50 mV/div 0'5 V/div 5 V/div

$Z_{in} : 1M\Omega // 10pF$

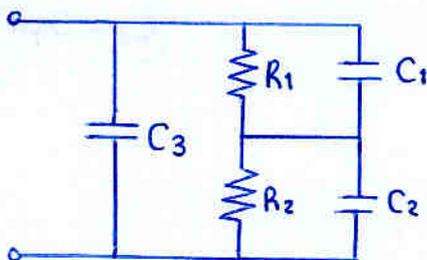
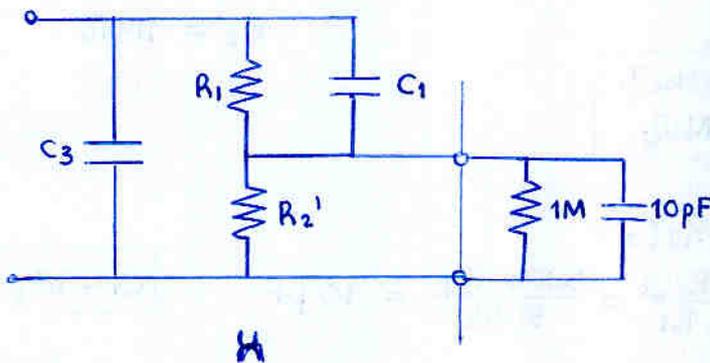
sabiendo que el osciloscopio trabaja en realidad a la escala más baja (10mV/div), para esta sensibilidad la entrada será directa y para las demás habrá que atenuar adecuadamente

Podemos lograr todas las atenuaciones que se piden de forma astuta con dos etapas



Pasemos a diseñar cada etapa, sabiendo que la impedancia a la salida de cada etapa es $1M\Omega // 10pF$ y debe mantenerse a la entrada de cada una

Esquema de un bloque, tal y como hemos visto en teoría



$$R_2 = R_2' // 1M$$

$$C_2 = 10pF$$

Como hemos visto en teoría hay que lograr 3 cosas:

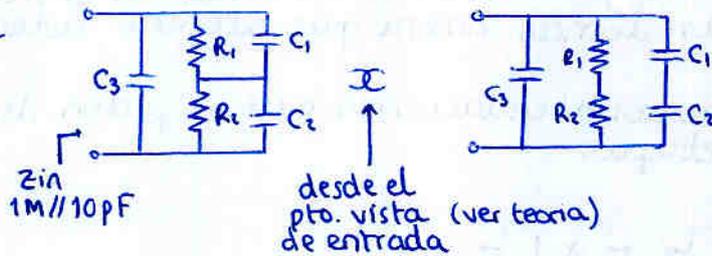
- Atenuación correcta

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \text{Aten.}$$

- Condición de compensación

$$R_1 C_1 = R_2 C_2 = \tau$$

- Impedancia de entrada correcta



$$R_1 + R_2 = 1M$$

$$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 10pF$$

Atenuador de $\frac{1}{2}$:

Atenuación: $\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = R_2$

$R_1 + R_2 = 1M \Rightarrow R_1 = R_2 = 500k$

$R_2 = \frac{R_2' \cdot 1M}{R_2' + 1M} = 500k$

$R_2' = 1M\Omega$

Obtenemos:

$$R_1 = 500k\Omega$$

$$R_2' = 1M\Omega$$

Condición de compensación

$$R_1 C_1 = R_2 C_2$$

$$C_1 = \frac{R_2 C_2}{R_1} = \frac{500k \cdot 10p}{500k} = 10pF$$

$$C_1 = 10pF$$

Impedancia de entrada:

$$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C_3 + 5pF = 10pF$$

$$C_3 = 5pF$$

$$C_3 = 5pF$$

Atenuador de 1/5

$$\left. \begin{aligned} \text{Atenuación} \quad \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{5} &\rightarrow R_2 = 4R_1 \\ R_1 + R_2 = 1\text{M} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} R_1 &= 200\text{k} \\ R_2 &= 800\text{k} \rightarrow R_2' = 4\text{M} \end{aligned}$$

$$\text{Compensación} \quad C_1 = \frac{C_2 R_2}{R_1} = 40\text{ pF}$$

$$\text{Imped. entrada} \quad C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C_3 + 8\text{ pF} = 10\text{ pF} \rightarrow C_3 = 2\text{ pF}$$

Atenuador de 1/10

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{10} \\ R_1 + R_2 = 1\text{M} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} R_1 &= 100\text{k} \\ R_2 &= 900\text{k} \rightarrow R_2' = 9\text{M} \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{C_2 R_2}{R_1} = 90\text{ pF}$$

$$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C_3 + 9\text{ pF} = 10\text{ pF} \rightarrow C_3 = 1\text{ pF}$$

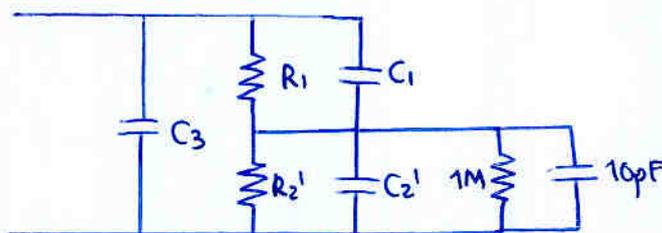
Atenuador de 1/100

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{100} \\ R_1 + R_2 = 1\text{M} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} R_1 &= 10\text{k} \\ R_2 &= 990\text{k} \rightarrow R_2' = 99\text{M} \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{C_2 R_2}{R_1} = 990\text{ pF}$$

$$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C_3 + 99\text{ pF} \rightarrow C_3 = 0.1\text{ pF}$$

En el enunciado dicen que $C_{\text{minimo}} = 1\text{ pF}$
 ¿solución? Hacemos que C_2 sea mas grande añadiendo
 condensador C_2'



$$C_2 = C_2' + 10\text{ pF}$$

Ahora tenemos 1 grado de libertad

$$\text{ej: pedimos } C_1 = 99\text{ pF} \rightarrow C_2 = \frac{R_1 C_1}{R_2} = 1\text{ pF} \rightarrow \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 0.99\text{ pF}$$

$$\downarrow$$

$$C_3 = 10\text{ pF} - 0.99\text{ pF} = 9.01\text{ pF}$$

Algebra für die

$$\begin{aligned}
 \text{Maximiere } & \pi = 1000 - 20Q \\
 \text{unter } & \begin{cases} 20Q = 1000 - 20Q \\ 20Q = 1000 - 20Q \end{cases} \\
 \text{Ergebnis } & Q = 25, \pi = 500
 \end{aligned}$$

$$1000 - 20Q = 1000 - 20Q \Rightarrow \frac{20Q}{20} = \frac{1000 - 20Q}{20}$$

Algebra für die

$$\begin{aligned}
 \text{Maximiere } & \pi = 1000 - 20Q \\
 \text{unter } & \begin{cases} 20Q = 1000 - 20Q \\ 20Q = 1000 - 20Q \end{cases} \\
 \text{Ergebnis } & Q = 25, \pi = 500
 \end{aligned}$$

$$1000 - 20Q = 1000 - 20Q$$

$$1000 - 20Q = 1000 - 20Q \Rightarrow \frac{20Q}{20} = \frac{1000 - 20Q}{20}$$

Algebra für die

$$\begin{aligned}
 \text{Maximiere } & \pi = 1000 - 20Q \\
 \text{unter } & \begin{cases} 20Q = 1000 - 20Q \\ 20Q = 1000 - 20Q \end{cases} \\
 \text{Ergebnis } & Q = 25, \pi = 500
 \end{aligned}$$

$$1000 - 20Q = 1000 - 20Q$$

$$1000 - 20Q = 1000 - 20Q \Rightarrow \frac{20Q}{20} = \frac{1000 - 20Q}{20}$$

Die Cournot-Gleichung für zwei Unternehmen lautet:

$$Q_1 = \frac{a - bQ_2}{2b}$$

Beispiel für die

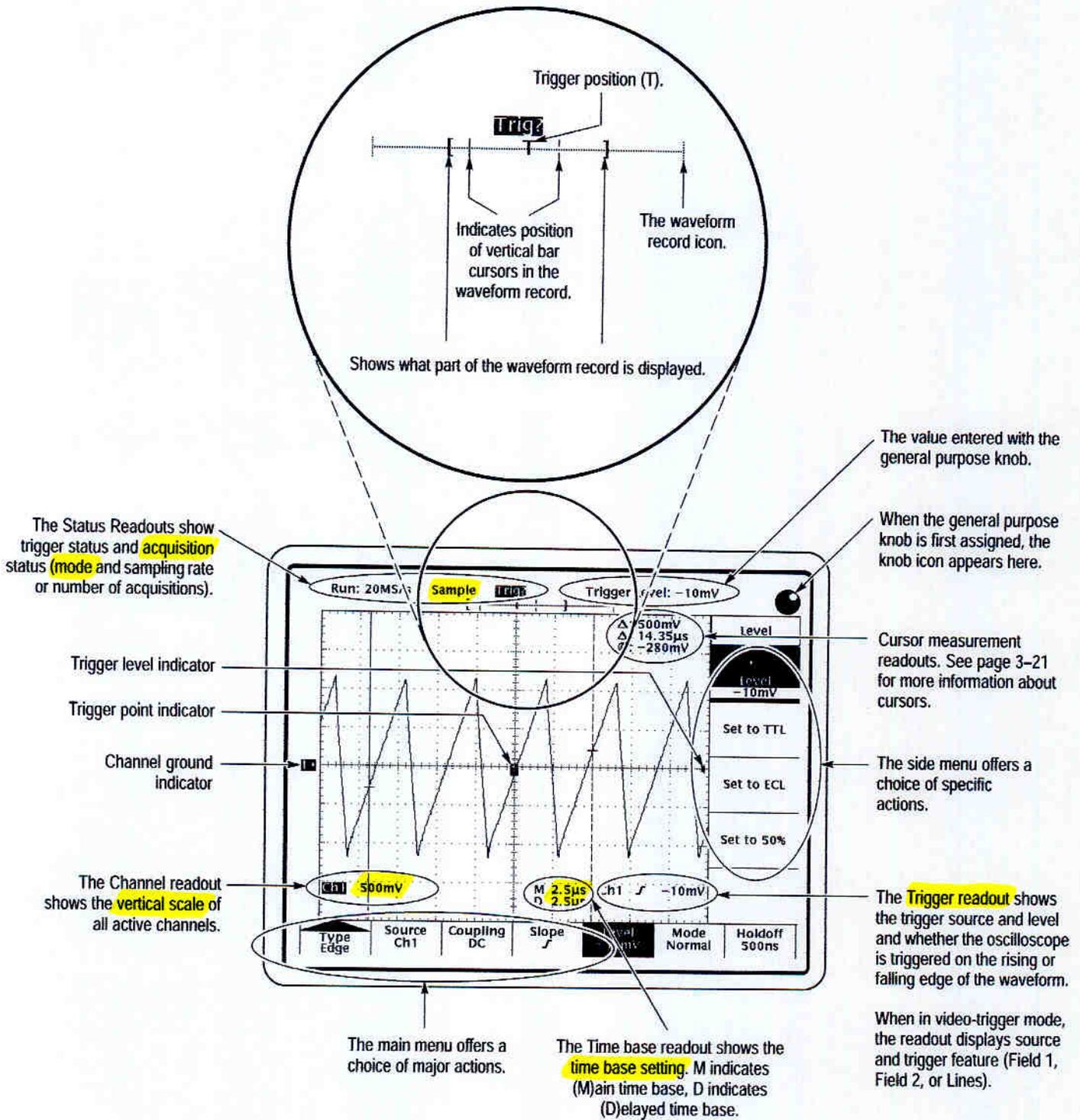


Die Cournot-Gleichung für zwei Unternehmen lautet:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \frac{a - bQ_2}{2b} \\
 Q_2 &= \frac{a - bQ_1}{2b}
 \end{aligned}$$

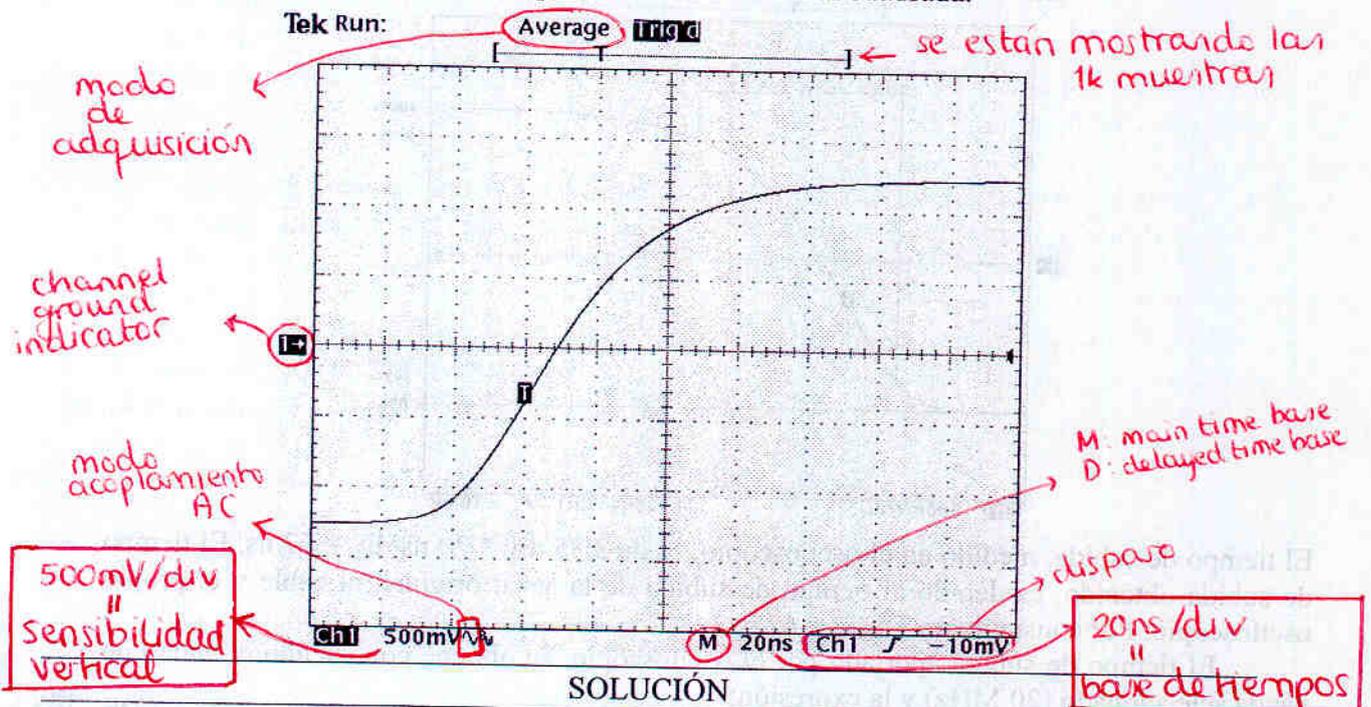
$$\begin{aligned}
 \text{Ergebnis } & Q_1 = 25, Q_2 = 25 \\
 \text{Ergebnis } & \pi_1 = 500, \pi_2 = 500
 \end{aligned}$$

Display Map



P 1.2) La pantalla que se suministra a continuación, procede de un osciloscopio digital con un ancho de banda de 500 MHz, profundidad de memoria máxima de 1 k y frecuencia máxima de muestreo de 1 GHz (TEKTRONIX TDS360). A partir de la información que se desprende de la misma y teniendo en cuenta que se ha seleccionado el modo *BW LIMIT* (20 MHz), se pide;

- Determinar la posición del disparo sobre el total de la memoria.
- Modo de adquisición, memoria de pantalla, velocidad de adquisición y acoplamiento utilizado.
- Si se conecta una señal cuadrada de 1103 Hz y amplitud de 2,5 V_{pp}, procedente de un generador PROMAX GF-232, con un cable de 50 Ω de 5 ns de tiempo de subida. Calcular razonadamente el tiempo de subida de la señal cuadrada.



a) La posición del disparo queda reflejada por la T, tanto en la cuadrícula como en el registro de memoria "[.T.]" situado en la parte superior. La mejor forma de cuantificarlo, es observando su posición en la cuadrícula. Como se encuentra en la división nº 3, sobre el total de 10 divisiones y en la pantalla se representa la totalidad de la memoria de adquisición (los corchetes abarcan la totalidad de la línea de puntos), podemos calcular la posición $p = 3/10 = 0,3$, es decir al 30% de la profundidad de memoria. En resumen 30% de predisparo y 70% de postdisparo.

b) De acuerdo con la información que suministra la pantalla, el modo de adquisición es el promediado (Average).

La memoria de pantalla empleada es la totalidad de la memoria de adquisición del osciloscopio (como se ha explicado anteriormente), por tanto es de 1000 muestras.

La velocidad de adquisición, como es sabido, depende de la memoria de pantalla y de la base de tiempos, mediante la siguiente expresión:

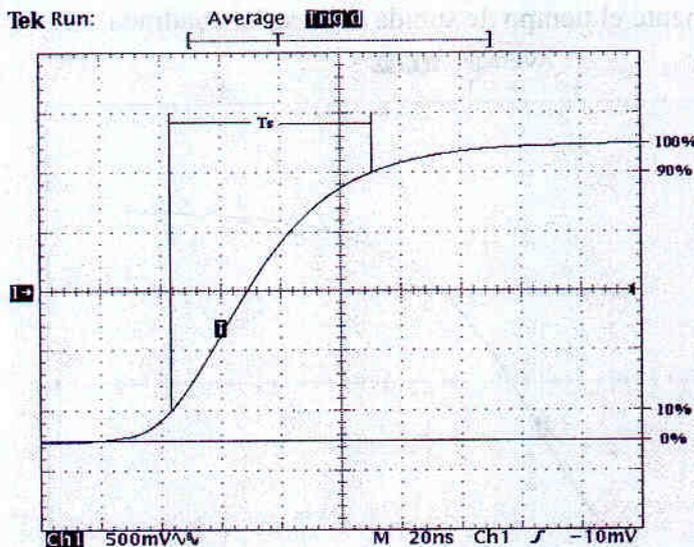
$$f_s = \frac{1000 \text{ muestras}}{20 \text{ ns/div} \cdot 10 \text{ div}} = 5 \cdot 10^9 \text{ muestras/s}$$

$$= \frac{N [\text{samp/pantalla entera}]}{10 \cdot BT [\text{s/div}]}$$

Teniendo en cuenta que la máxima frecuencia es de 1 GHz, podemos deducir que el osciloscopio muestrea en tiempo equivalente y la velocidad de conversión será la máxima.

El acoplamiento empleado es AC, como indica el carácter ~ situado en la esquina inferior izquierda, a la derecha del indicador de sensibilidad.

c) El tiempo de subida, por convenio, es el que necesita la señal para pasar del 10% al 90% del valor final. Por tanto, el primer paso será determinar dichos instantes. Como se puede observar, la diferencia entre el valor mínimo y el máximo es de 5 divisiones, lo que corresponde a $100/5 = 20\%$ por cada división, resultando que el tiempo de subida T_s , es el representado en la gráfica:



El tiempo de subida, medido en el osciloscopio, es de $3,35 \text{ div} * 20 \text{ ns/div} = 67 \text{ ns}$. El tiempo de subida obtenido, es debido al tiempo de subida de la señal original, al cable y el propio osciloscopio. Por consiguiente $T_{\text{total}}^2 = 67 \text{ ns}$.

El tiempo de subida aportado por el osciloscopio, se obtiene conociendo el ancho de banda seleccionado (20 MHz) y la expresión;

$$T_{s(\text{osc.})} = \frac{0,35}{\text{BW}} = \frac{0,35}{20 * 10^6} = 17,5 \text{ ns}$$

$$T_{s(\text{osc.})} = \frac{k}{\text{BW}} \quad \begin{matrix} k = 0,35 & \text{BW} < 1 \text{ GHz} \\ k = 0,45 & \text{BW} > 1 \text{ GHz} \end{matrix}$$

Como el tiempo de subida del cable es un dato, es posible determinar el tiempo de subida de la señal original:

$$67^2 = T_s^2 + 5^2 + 17,5^2 \Rightarrow T_s = \sqrt{67^2 - 5^2 - 17,5^2} = 64,5 \text{ ns}$$

$$T_{s \text{ total}}^2 = T_{s \text{ señal original}}^2 + T_{s \text{ cable}}^2 + T_{s \text{ oscilosc}}^2$$

el que se ve en el osciloscopio

el que calculamos

$$\text{BW} [\text{Hz}] = \frac{k}{T_{\text{subida}} [\text{s}]}$$

$$k = \begin{matrix} 0,35 & \text{BW} < 1 \text{ GHz} \\ 0,45 & \text{BW} > 1 \text{ GHz} \end{matrix}$$

Problema 1 Junio 2005

Configuración del osciloscopio:

- BW completo
- Promediado con 32 adquis.
- 500 Msamp/s como máximo (no especifica cual se ha usado)

b) Calcular la incertidumbre en la med. tensión absoluta y diferencial (siempre con punteros)

Δ 1'61V ← diferencial
 $@$ 2'20V ← absoluto

Para Δ)

$$V = X + \underbrace{\delta_r + \delta_E}_{\substack{\uparrow \text{resolución} \quad \uparrow \text{exactitud}}}$$

las dos correcciones \Rightarrow podrían requerirse otras estándar

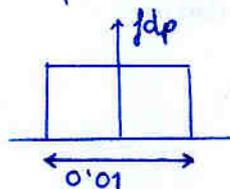
	Concepto	(v) Valor	$u(x_i)$ Incert. Típica	Distribución	C_i	$C_i \cdot u(x_i)$ contribución	ν
$u(\bar{X})$	Medida	1'61	0	-	1	0	31
$u(\delta_r)$	Resol.	0	0'003	rectang.	1	0'003	∞
$u(\delta_E)$	Exactitud.	0	0'062	rectang.	1	0'062	∞
						0'062	∞

• Valor: el valor leído con los punteros ya corresponde a la media de 32 adquisiciones.

• Incertidumbre Típica:

medida: El osciloscopio no da la desv. típica de las 32 medidas así que lo consideramos 0 i

Resolución: Ya que la resolución es 0'01V, tenemos



$$\text{incert típica} = \frac{0'01}{\sqrt{2}} = 0'003 \text{ V} = u(\delta_r)$$

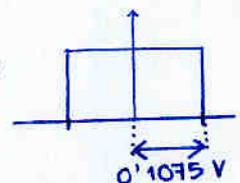
Exactitud: obtenemos los **límites de la exactitud (no su desv. típica)** a partir del catálogo

Para medida diferencial:

$$\pm 2'0\% \cdot |R_{0g}| + 0'3 \text{ mV} + 0'15 \text{ div} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Pasara a} \\ \text{tensión} \end{array} \right\}$$

$$\pm 2'0\% \cdot |R_{0g}| + 0'3 \text{ mV} + 0'15 [\text{div}] \cdot 0'5 [\text{V/div}] = \pm 0'1075 \text{ V}$$

\uparrow
1'61V



Por tanto $u(\delta_E) = \frac{0'1075}{\sqrt{3}} = \pm 0'062 \text{ V}$

· Incertidumbre combinada

$$u_c^2(V) = \underbrace{\left[\frac{\partial V}{\partial X} \cdot u(X) \right]^2}_{C_x=1, 1 \cdot 0 = 0} + \underbrace{\left[\frac{\partial V}{\partial \delta r} \cdot u(\delta r) \right]^2}_{C_{\delta r}=1, 1 \cdot 0'003} + \underbrace{\left[\frac{\partial V}{\partial \delta E} \cdot u(\delta E) \right]^2}_{C_{\delta E}=1, 0'062}$$

$$u_c^2(V) = 0^2 + 0'003^2 + 0'062^2 = 0'062 \text{ V}$$

· Grados de libertad de V

Fórmula de W-S $\nu_{\text{eff}} = \frac{\left[\frac{u_c(V)}{V} \right]^4}{\sum \left(\frac{\left(\frac{C_i \cdot u(X_i)}{x_i} \right)^4}{\nu_i} \right)} = \dots = \infty$

$u(X_1) = 0$	$\nu_1 = 31$
$u(X_2) = 0'003$	$\nu_2 = \infty$
$u(X_3) = 0'087$	$\nu_3 = \infty$

· Incertidumbre expandida:

$$u(V) = k \cdot u_c(V) = 2 \cdot 0'062 = 0'124 \text{ V}$$

↓
k=2 si todos los términos tienen $\nu > 9$

· Resultado final para Δ)

$$\Delta = (+1'61 \text{ V} \pm 0'12) \text{ V}$$

↑
nos hemos permitido redondear hacia abajo por no mejorar la incertidumbre en más de un 5%.

Para @)

$U(X)$ y $U(\delta r)$ son la misma

Calculemos $U(\delta E)$ a partir de los límites que aparecen en el catálogo para la exactitud de medida diferencial

	Valor	Incert típica	dp	G_i	Contribución	∞
$U(X)$	2'20	0	-	1	0	31
$U(\delta r)$	0	0'003	rect	1	0'003	∞
$U(\delta E)$	0	0'087	rect	1	0'087	∞
					$\sqrt{(0)^2 + (0)^2 + (0)^2}$	∞

Incert. típica $U(\delta E)$

$$\pm (2'0\% \cdot |\text{Rdg} - \text{NetOff}| + \text{Off Accu} + 0'1 \text{ div})$$

siendo:

$$\text{NetOff} = \frac{\text{offset}}{[V]} - \text{Posición} \cdot \frac{V}{\text{div}} \quad [div]$$

$$= 0'352 \text{ V} - 2 \cdot 0'5 = 1'352 \text{ V}$$

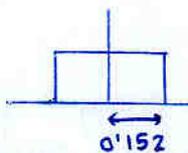
$$\begin{aligned} \text{Off Accuracy} &= \pm (0'4\% \cdot |\text{NetOff}| + 30 \text{ mV} + 0'1 \text{ div}) \\ &= \pm (0'4\% \cdot |1'352| + 30 \text{ mV} + 0'1 \cdot 0'5) \\ &= \pm 0'085 \text{ V} \end{aligned}$$

$$= \pm (2'0\% \cdot |2'20 - 1'352| + 0'085 + 0'1 \cdot 0'5) = 0'1519 \text{ V} = \pm 0'152 \text{ V}$$

recuerda: cálculos intermedios con un dígito más que la resolución.

Por tanto

$$\pm 0'152 \text{ V}$$



$$U(\delta E) = \frac{0'152}{\sqrt{3}} = \pm 0'087 \text{ V}$$

Incert combinada

$$\begin{aligned} U_c(V) &= \left(\frac{\partial V}{\partial X} \cdot U(X) \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta r} U(\delta r) \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \delta E} U(\delta E) \right)^2 \\ &= (1 \cdot 0)^2 + (1 \cdot 0'003)^2 + (1 \cdot 0'087)^2 = 0'087 \end{aligned}$$

Finalmente
(+2'20 ± 0'17) V

Incert expandida:

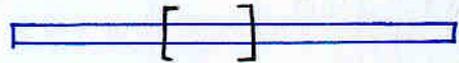
$$U(V) = \underset{\uparrow}{2} \cdot U_c(V) = 2 \cdot 0'087 = \pm 0'174$$

3. Sistema Horizontal

3.1 Base de tiempos principal

concepto: Toda señal que vemos en la pantalla está en la memoria de adquisición.

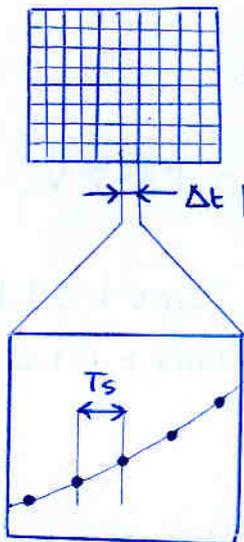
Profundidad de memoria: nº de muestras que se puede almacenar por canal ej 32M



Los corchetes indican lo que se está viendo en pantalla (ninguna pantalla permite 32M puntos en el eje horizontal)

Frecuencia de adquisición.

El método para conocer la frecuencia de adquisición / muestreo del osciloscopio es:



en 1 división caben
 n samp/div

En el eje temporal se va poniendo una muestra cada T_s segundos (lógicamente, por propia definición)

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{n \text{ [samp/div]}}{BT \text{ [s/div]}} = \frac{N \text{ [samp/pantalla entera]}}{10 \cdot BT \text{ [s/div]}}$$

En el osciloscopio se indica N (nº total de muestras en pantalla) y BT (segundos por división)

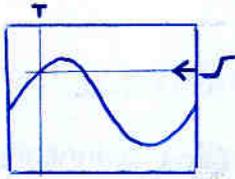
siendo $10 \cdot BT$ el nº total de segundos en pantalla

si este resultado de f_s es mayor que el máximo del osciloscopio (ej: frec máxima muestreo 1GHz) entonces concluimos que se está usando el máximo posible y se está muestreando en tiempo equivalente (ver luego)

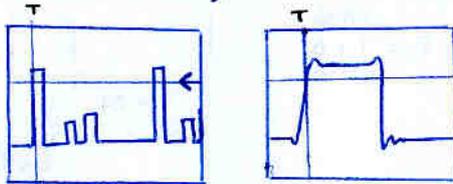
3.2 Generador Disparo

• Necesidad

- estabilizar la señal en pantalla al visualizar una señal periódica



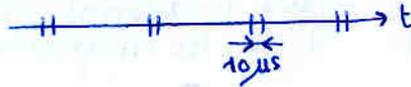
- aislar eventos poder localizar y ver con detalle eventos



↑ aumento la base de tiempos y el evento permanece en pantalla

- optimizar memoria

ejemplo: $f_s = 1\text{GHz}$
 memoria: 10k puntos } $\Delta t = 10\mu\text{s}$ llena la memoria
 osciloscopio necesita milisegundos para mostrarla
 i.e. vemos sólo pequeñas ventanas de la señal



perderemos eventos que ocurren cada mucho tiempo si no usamos disparo.

• Tipos de disparo

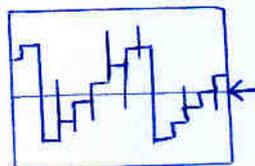
- especificar $\left\{ \begin{array}{l} \text{flanco} \\ \text{nivel} \\ \text{pendiente} \end{array} \right.$
- modo sincronismo de video
- disparo avanzado: algunos osciloscopios tienen disparos mejores para localizar eventos fácilmente.
 ej: detectar pulso de duración $T_{\min} < T < T_{\max}$

- acoplamiento:

forma en que la señal se conecta al circuito de disparo

- AC
- DC
- High Frequency Reject →
- Low Frequency Reject

ej: poder visualizar esta señal



sin que se dispare en los glitches.
 sin HFRej veríamos

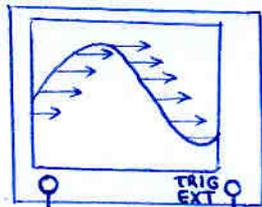
Importante: aunq modifiquemos la señal de disparo, en pantalla vemos la señal original



• Fuente de disparo

- Interno: la propia señal a visualizar
- Externo: la señal que conectemos en Trigger Externo

ej: medida de frecuencia de oscilador de cuarzo por comparación (usando referencia de disparo oscilador de rubidio mucho más preciso)

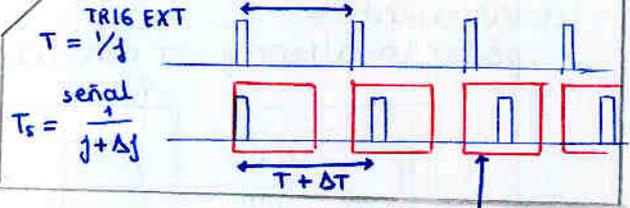


oscilador cuarzo oscilador rubidio

medimos como se desplaza la señal

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t}{t}$$

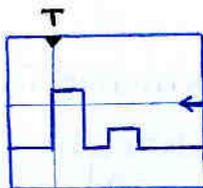
se imagina fácilmente con pulsos



lo que vemos en pantalla

• Posición de disparo

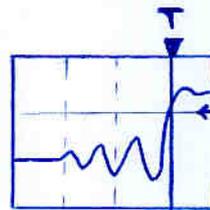
Instante temporal de la pantalla en el cual se ha producido el disparo



En los osciloscopios analógicos este punto era obligatoriamente el inicio de la pantalla

con los digitales sin embargo, tenemos una **memoria recirculante** grabándose continuamente de forma que la memoria está llena antes del disparo y cuando éste se produce podemos escoger llenar por ejemplo 1/4 de la memoria.

muy útil para ver, por ejemplo, las condiciones en las cuales se da un fallo.



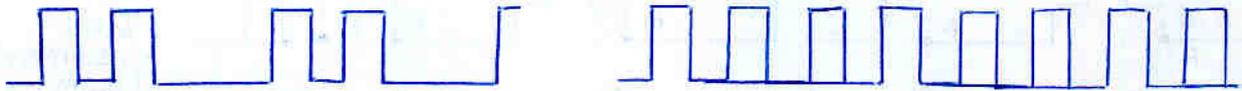
predisparo **postdisparo**

• Hold off

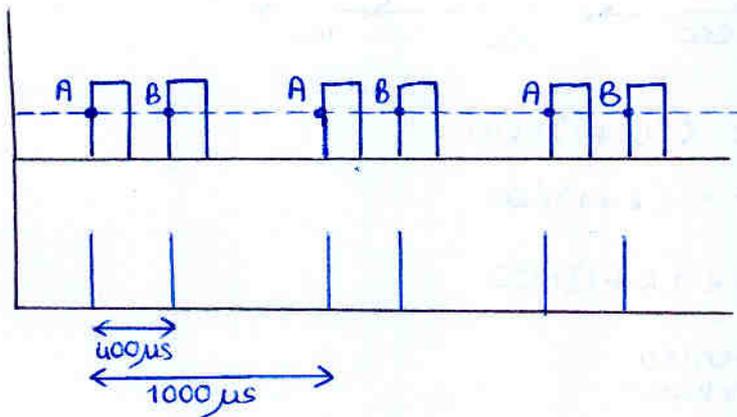
un tiempo de inhabilitación del disparo después de cada disparo

Permite ver señales como:

que sin holdoff se verían:



Cálculo del hold-off para ver señal estable:



La duración del hold-off debe ser

para A) $400 \mu s < t_{\text{holdoff}} < 1000 \mu s$

sin embargo funcionaría bien un $t_{\text{holdoff}} = 1500 \mu s$; (piénsalo)
ésto es porque podemos añadir ciclos enteros
es decir

$$400 \mu s + k \cdot 1000 \mu s < t_{\text{holdoff}} < (k+1) \cdot 1000 \mu s$$

para B) $600 \mu s + k \cdot 1000 \mu s < t_{\text{holdoff}} < (k+1) \cdot 1000 \mu s$

En los casos en los que tanto A como B pueden ser estables ¿qué ocurre?

Es una cuestión estadística, dependerá del primero que se dispare

En este caso es más probable que la señal se conecte después de B y antes de A, siendo por tanto estable en A.

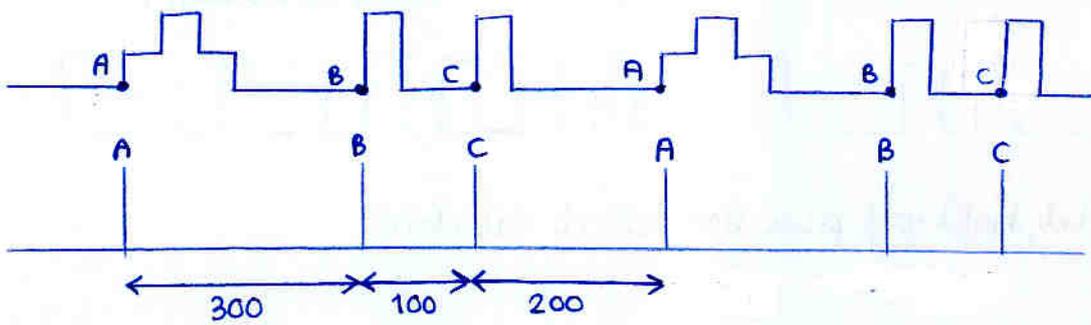
Si pensamos que el momento en que se conecta la señal es aleatorio se obtiene

$$\text{prob A: } \frac{600 \mu s}{1000 \mu s} = 60\%$$

$$\text{prob B: } \frac{400 \mu s}{1000 \mu s} = 40\%$$

ejercicio página 11

Disparo $(0+\delta)V$ con $\delta \rightarrow 0$



MUY recomendable para a candidatos al disparo

Para A) $400 + k \cdot 600 < t < (k+1)600$

Para B) $300 + k \cdot 600 < t < (k+1)600$

Para C) $500 + k \cdot 600 < t < (k+1)600$

↑
Para saltarse los siguientes dos posibles disparos sin tener disparo.

$$P_A = \frac{200}{600} = 33'3\%$$

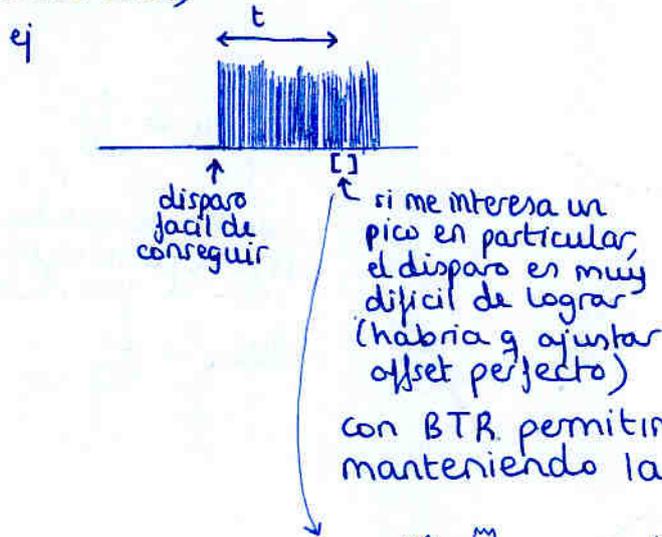
$$P_B = \frac{300}{600} = 50\%$$

$$P_C = \frac{100}{600} = 16'6\%$$

3.3 Base de Tiempos Retardada (BTR)

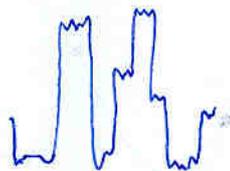
que se visualice la señal que haya cierto tiempo después de un disparo.

Util cuando lo que queremos ver va siempre cierto tiempo detrás de un disparo probable (ej señal de TV para ver línea concreta)



una alternativa sería hacer un zoom digital, pero perderíamos resolución

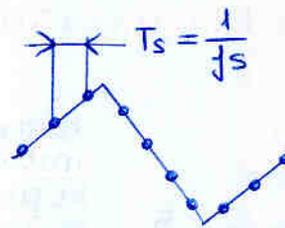
con BTR permitimos fijarnos en un evento manteniendo la resolución



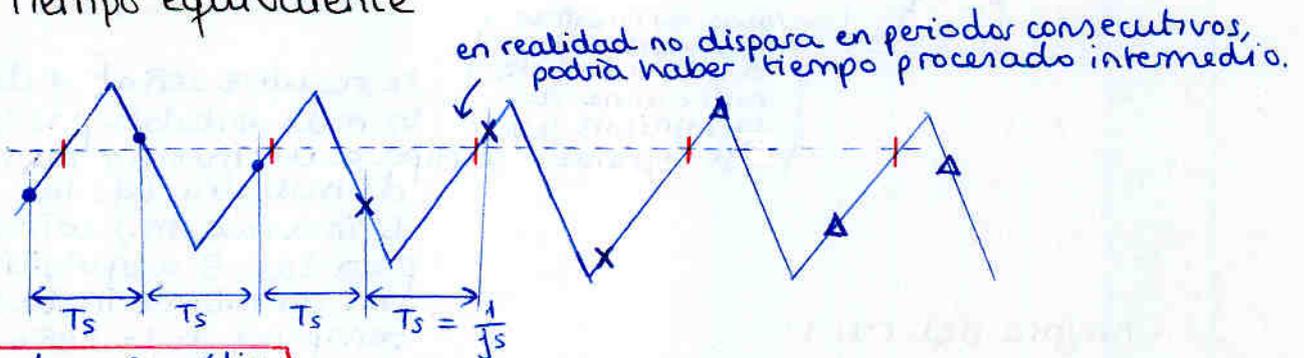
Nos permite estar seguros de que estamos mirando la línea adecuada

3.4. Técnicas de muestreo

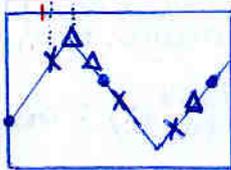
- Tiempo real (disparo único) el osciloscopio va poniendo secuencialmente en pantalla las muestras que va obteniendo



- Tiempo equivalente



$$f_{seg} = \frac{1}{T_{eq}} = \frac{\text{Samp/div}}{8T[\text{s/div}]}$$



El osciloscopio va muestreando INDEPENDIENTEMENTE del disparo a su freq de muestreo f_s .

Si luego representa las muestras teniendo en cuenta la posición relativa al disparo, se obtiene, por pura estadística y sin premeditación, una freq muestreo aparente mucho mayor

Por eso sí tiene sentido BW analógico $> 2 \cdot f_s$

4. Representación señal

4.1 Interpoladores

- sin interpolación: se considera que para ver bien (y poder hacer medidas) una señal en pantalla se requieren 25 Samp/ciclo

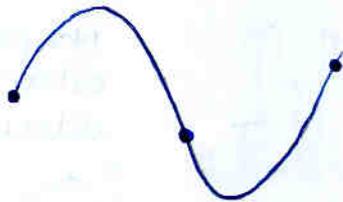
25 samp/ciclo
sin interp



- con interpolación lineal: bastan 10 samp/ciclo



- con interpolación senoidal: bastan 2'5 samp/ciclo



$BW_u = \frac{f_s}{25}$

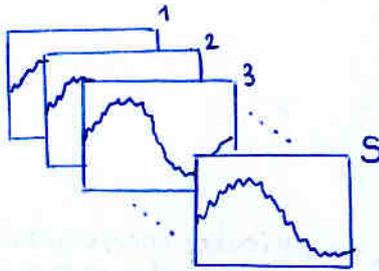
↑
ancho de banda util (no el analógico que da el fabricante)

$BW_u = \frac{f_s}{10}$

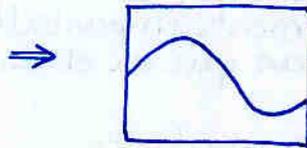
$BW_u = \frac{f_s}{2'5}$

usar f_{seq} si utilizamos tiempo equivalente

4.2 Procesado (promediado)



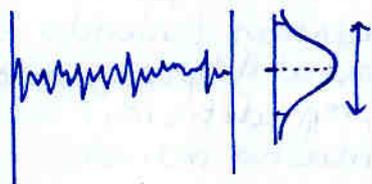
Para cada muestra de la pantalla se hace un promedio (aunque las muestras no siempre caen en el mismo instante, más o menos con la suficiente f_s si que es posible)



se requiere señal y disparo lo más estable posible para que un mismo número de muestra (ej: la décima muestra) coincida para las S adquisiciones, con un mismo instante temporal de la señal.

- mejora del ruido

sin promediar



media nula
desv. estandar σ_{N0}

con promediado: (S adquis.)



media nula
desv. estandar: $\sigma_{Ns} = \frac{\sigma_{N0}}{\sqrt{S}}$

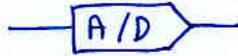
- mejora de los bits efectivos

Bits efectivos :

Valor eficaz del ruido de cuantificación :

$$V_{\text{eff}} = \frac{q}{\sqrt{12}} = \frac{\text{FSR}}{2^n \sqrt{12}} \Rightarrow n = \log_2 \frac{\text{FSR}}{V_{\text{eff}} \sqrt{12}}$$

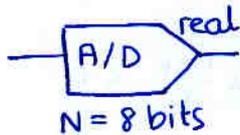
Podemos despejar n



Si el único ruido fuese el de cuantificación, con la fórmula se obtendría el nº de bits del cuantificador. Si hay otros ruidos (como siempre ocurre) podemos hacer un modelo equivalente de que todo el ruido proviene de la cuantificación y hacer

$$n = \log_2 \frac{\text{FSR}}{V_{\text{eff}} \sqrt{12}} \text{ [bits efectivos]} \quad \text{siendo } V_{\text{eff}} \text{ el valor eficaz del ruido total}$$

ejemplo



se podrían obtener valores de por ejemplo

$$n = 5.74 \text{ bits ej}$$

obviamente menos bits que los que realmente hay.

↳ No tiene que ser entero

iii Haciendo promediado en un osciloscopio se puede incluso lograr que los bits efectivos sean más que los bits del A/D !!!

Es decir, que el promediado logra reducir incluso el ruido de cuantificación.

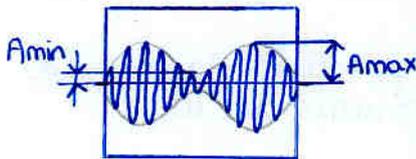
6. Aplicaciones

• índice de modulación en AM

$$y(t) = A_c(1 + m x(t)) \cos \omega_c t \quad \left. \begin{array}{l} \\ x(t) = \cos \omega_m t \end{array} \right\} \text{modulación de un tono en AM}$$

$$y(t) = A_c \cos \omega_c t + \frac{m \cdot A_m}{2} [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t]$$

• Dominio temporal:



$$A_{\max} = A_c(1+m)$$

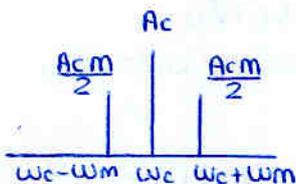
$$A_{\min} = A_c(1-m)$$

$$\frac{A_{\max}}{A_{\min}} = \frac{2A_{\max}}{2A_{\min}} = \frac{1+m}{1-m} \Rightarrow m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}$$

↑
medir valores pico a pico reduce el error relativo.

• Dominio frecuencial:

en lineal:

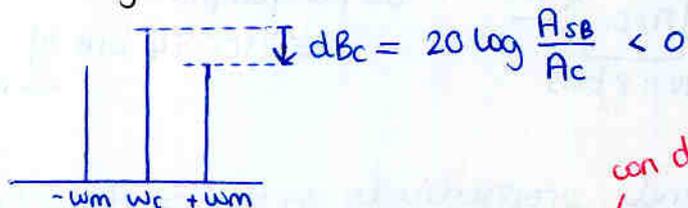


$$A_{\text{side band}} = A_{SB} = \frac{A_c m}{2}$$

$$m = 2 \cdot \frac{A_{SB}}{A_c}$$

si no son iguales, tomamos la media

en logarítmico

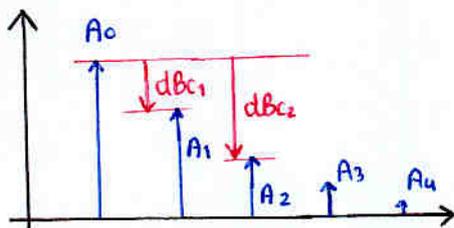


$$m = 2 \cdot \frac{A_{SB}}{A_c} \Rightarrow m = 2 \cdot 10^{\frac{dbc}{20}}$$

relación tensión

con $dbc < 0!!!$

• medida de la distorsión armónica THD (%)



$$THD(\%) = 100 \cdot \sqrt{\frac{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots}{A_0^2}}$$

$$= 100 \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{A_i}{A_0}\right)^2}$$

relación potencia

No liarse con la nomenclatura:

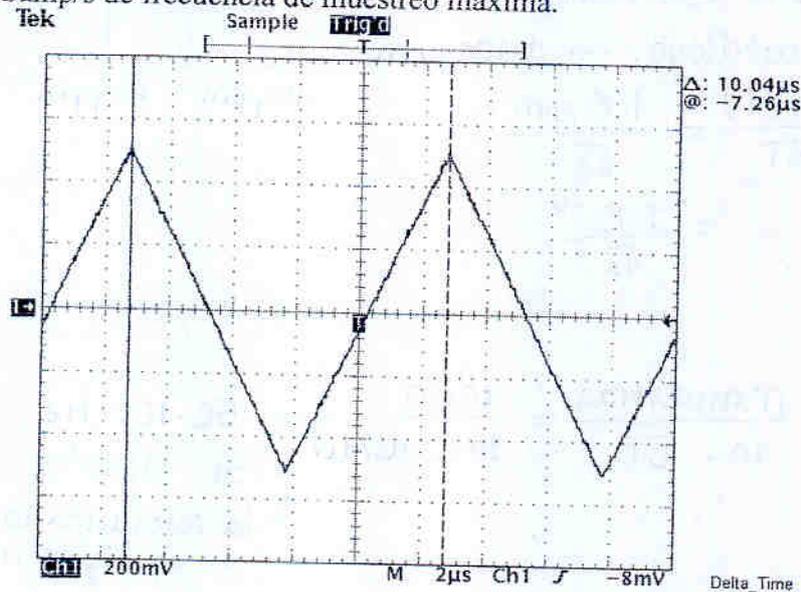
• aquí la frec fund en A_0 , el 1º armónico en A_1 , etc

• en tema siguiente, la frec fund en A_1 el 1º armónico en A_2 etc

si las medidas son en dB

$$THD(\%) = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} 10 \frac{dbc_i}{10}}$$

P 2.2) La siguiente pantalla se ha obtenido con un osciloscopio digital TDS360, que tiene las siguientes características básicas; 1000 muestras de memoria de pantalla, 200 MHz de ancho de banda y 1 GSamp/s de frecuencia de muestreo máxima.



Se pide;

- Indicar la frecuencia con que se ha muestreado la señal y su incertidumbre.
- Indicar la incertidumbre asociada a la medida del período que se ha realizado con los cursores, suponiendo que dicho valor procede de la media de 16 muestras.

Datos: Probabilidad de cobertura 95%.

TDS360

Sample rate and time delay accuracy.	±100 ppm over any ≥ 1ms interval.
Delta time measurement accuracy	For single shot acquisition and sample mode with full bandwidth; ±(1*(Waveform Interval) + 100 ppm* rdg +0,6 ns) For average acquisition (n≥16) and full bandwidth; ±(1*(Waveform Interval) + 100 ppm* rdg +0,4 ns)
Trigger Level, DC coupled, accuracy	CH1 or CH2; ±(3%* Setting-Net Offset + 0,2 div + Offset Acc.) External; ±(6%* Setting + 20 mV). External/10; ±(6%* Setting + 200 mV)
Sensitivity, Edge-Type, DC coupled	CH1 or CH2; 0,35 div from DC to 20 MHz, increasing to 1 div at 100 MHz. External: 50 mV from DC to 20 MHz, increasing to 150 mV at 100 MHz. External/10; 500 mV from DC to 20 MHz, increasing to 1,5 V at 100 MHz

SOLUCIÓN

a) La expresión del mensurando es;

$$f_s = \frac{n^{\circ} \text{muestras}}{BT * 10 \text{div}}$$

Como la única fuente de incertidumbre es la base de tiempos, la incertidumbre del mensurando será;

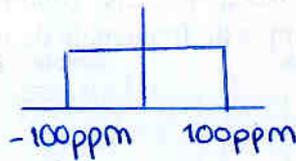
$$f_s = \frac{\text{n}^\circ \text{muestras}}{10 \cdot BT} \rightarrow \text{necesitamos } BT \begin{cases} \text{valor} \\ \text{incertidumbre} \end{cases}$$

Para BT:

$$\overline{BT} = 2 \mu\text{s}/\text{div}$$

Del catálogo: $\rightarrow \pm 100 \text{ ppm}$

$$\begin{aligned} \frac{u(BT)}{BT} &= \frac{100 \text{ ppm}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{1 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



Por tanto:

$$\begin{aligned} \overline{f_s} &= \frac{\text{n}^\circ \text{muestras}}{10 \cdot \overline{BT}} = \frac{1000}{10 \cdot 2 \mu\text{s}} = 50 \text{ MHz} \\ &= 50\,000'0 \cdot 10^3 \text{ Hz} \\ &\uparrow \text{ la resolución la ajusto} \\ &\quad \circ \text{ un dígito más de } 100 \text{ ppm} \end{aligned}$$

La incertidumbre combinada, usando la ley de propagación

$$u_c(f_s) = \sqrt{\left[\frac{\partial f_s}{\partial BT} u(BT) \right]^2}$$

$$\text{siendo } \frac{\partial f_s}{\partial BT} = - \frac{\text{n}^\circ \text{muestras}}{10 \cdot BT^2}$$

$$= \sqrt{\left[\underbrace{- \frac{\text{n}^\circ \text{muestras}}{10 \cdot BT}}_{\substack{f_s \\ 50 \text{ MHz}}} \cdot \underbrace{\frac{u(BT)}{BT}}_{\substack{100 \text{ ppm} \\ \sqrt{3}}} \right]^2}$$

$$= 2880 \text{ Hz}$$

\rightarrow ha resultado que el sample rate accuracy = 100ppm es directamente la incertidumbre de f_s

Por tanto la incertidumbre expandida:

$$\begin{aligned} u(f_s) &= 2 \cdot u_c(f_s) \\ &= 5770 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Así que, finalmente:

$$f_s = (50\,000'0 \pm 5'8) \text{ kHz}$$

b) Incertidumbre asociada a la medida del periodo
(el valor procede de la media de 16 muestras)

se usa la medida con cursores diferencial

$$T = x + \delta_r + \delta_e$$

\downarrow \downarrow \swarrow
 la medida resolución exactitud
 con cursores (accuracy)

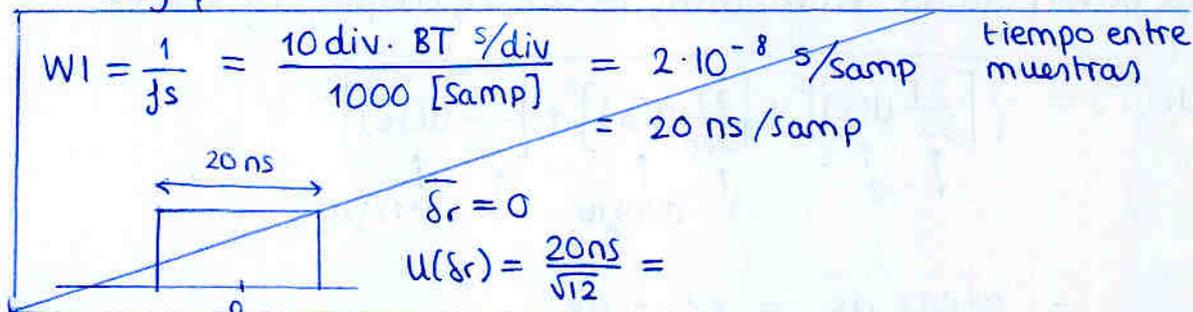
Para x :

$$\bar{x} = 10'04 \mu s$$

$U(x)$: no nos la da el osciloscopio; la suponemos nula (i)

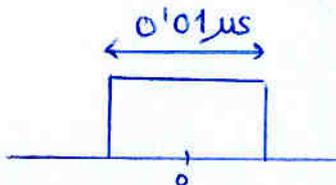
Para δ_r :

Hay que hallar la resolución horizontal



Falso, no se calcula así; la resolución de los cursores se mira en los propios cursores

$$\Delta = 10'04 \mu s \rightarrow \text{resol} = 0'01 \mu s$$



$$\delta_r = 0$$

$$U(\delta_r) = \frac{0'01 \mu s}{\sqrt{2}} = 0'003 \mu s$$

Para δ_e

la accuracy se mira en el catálogo $\delta_e = 0$

Delta Time Measurement: For average acquisition (≥ 16)

Accuracy: $\pm(1 \cdot (\text{Waveform Interval}) + 100 \text{ ppm} \cdot |\text{rdg}| + 0'4 \text{ ns})$

El waveform interval es la distancia entre muestras

$$WI = \frac{1}{f_{\text{seq}}} \stackrel{\uparrow}{=} T_s = \frac{1}{50 \text{ MHz}} = 0'02 \mu s$$

en este caso

$$f_s = 50 \text{ MHz} < 1 \text{ GHz}$$

(max sample rate)

por tanto se utiliza tiempo real

$$f_{\text{seq}} = f_s = \frac{1}{T_s}$$

(i)

FFT en el osciloscopio

Considerations for Using FFTs

There are several characteristics of FFTs that affect how they are displayed and should be interpreted. Read the following topics to learn how to optimize the oscilloscope setup for good display of your FFT waveforms.

FFTs Transform Time Records to Frequency Records

A 1000-point time-domain record is input for the FFT. Figure 3-24 shows the transformation of that time-domain data record into a frequency-domain record. The resulting frequency-domain record is initially 1000 points that contain both positive and negative frequencies. Since the negative values mirror the positive values, only the positive 500 values are kept. Then, each value is repeated to make a 1000-point frequency-domain record.

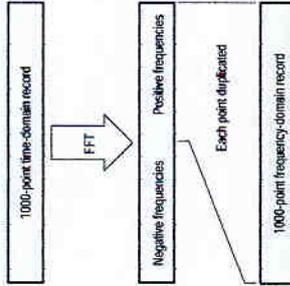


Figure 3-24: FFT time domain record vs. FFT frequency domain record

FFT Frequency Range and Resolution

When you turn on an FFT waveform, the oscilloscope displays the magnitude of the FFT frequency domain record. The resolution between the discrete frequencies displayed in this waveform is determined by the following equation:

$$\Delta F = \frac{\text{Sample Rate}}{\text{FFT Length}} = \frac{\text{Sample Rate}}{500 \text{ samples}}$$

Where: ΔF is the frequency resolution in Hz.

Sample Rate is the sample rate of the source waveform.

FFT Length is the number of independent points in the FFT.

The sample rate also determines the range these frequencies span; they span from zero to one-half the sample rate of the waveform record. (The value of one-half the sample rate is often referred to as the Nyquist frequency or point.) For

example, a sample rate of 20 Megasamples/second would yield an FFT with a range of 0 to 10 MHz. The sample rates available for acquiring data records vary over a range the limits of which depend on your oscilloscope model. The oscilloscope displays the sample rate in the acquisition readout at the top of the oscilloscope screen.

Offset, Position, and Scale To properly display your FFT waveform, scale the source waveform so it is not clipped.

- You should scale and position the source waveform so it is contained on screen. (Off screen waveforms may be "clipped," which will result in errors in the FFT waveform).

Alternately, to get maximum vertical resolution, you can display source waveforms with amplitudes up to two divisions greater than that of the screen. If you do, turn on Pk-Pk in the measurement menu and monitor the source waveform for clipping.

- Use vertical position and vertical offset to position your source waveform. As long as the source waveform is not clipped, its vertical position and vertical offset will not affect your FFT waveform except at DC. (DC correction is discussed below.)

Normally, the output of a standard FFT computation yields a DC value that is twice as large as it should be with respect to the other frequencies. The displayed output of the FFT on a TDS 300 oscilloscope is corrected for these errors to show the true value for the DC component of the input signal. The Position and Offset must be set to zero for the source waveform in the Vertical menu. When measuring the amplitude at DC, remember that 1 VDC equals 1 V_{RMS} and the display is in dB.

Undersampling (Aliasing)

Aliasing occurs when the oscilloscope acquires a source waveform with frequency components outside of the frequency range for the current sample rate. In the FFT waveform, the actual higher frequency components are under-sampled, and therefore, they appear as lower frequency aliases that "fold back" around the Nyquist point (see Figure 3-25).

The greatest frequency that can be input into any sampler without aliasing is one-half the sample frequency. Since source waveforms often have a fundamental frequency that does not alias but have harmonic frequencies that do, you should have methods for recognizing and dealing with aliases:

- Be aware that a source waveform with fast edge transition times creates many high frequency harmonics. These harmonics typically decrease in amplitude as their frequency increases.
- Sample the source signal at rates that are at least 2X that of the highest frequency component having significant amplitude.

- Filter the input to bandwidth limit it to frequencies below that of the Nyquist frequency.
 - Recognize and ignore the aliased frequencies.
- If you think you have aliased frequencies in your FFT, select the source channel and adjust the horizontal scale to increase the sample rate. Since you increase the Nyquist frequency as you increase the sample rate, the alias signals should “unfold” and appear at their proper frequency.

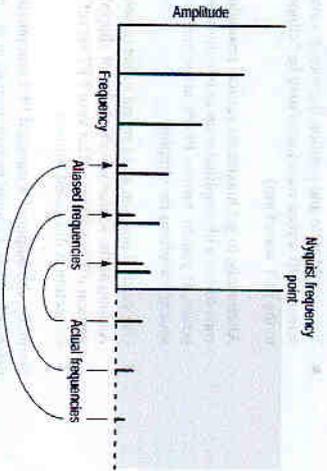


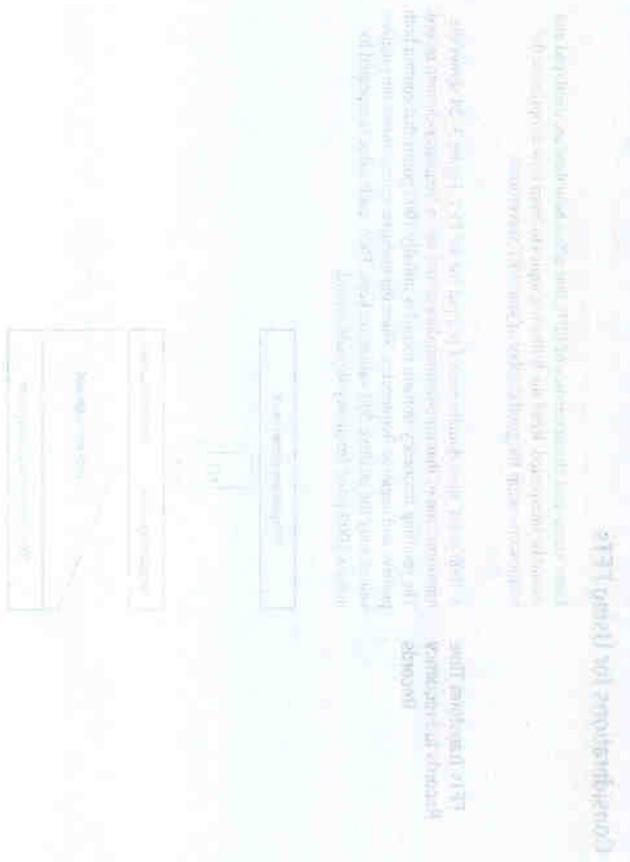
Figure 3-25: How aliased frequencies appear in an FFT

FFT Windows

The oscilloscope multiplies the FFT time domain record by a Hanning window before it inputs the record to the FFT function. Figure 3-26 shows how the time domain record is processed.

The FFT windowing acts like a bandpass filter between the FFT time domain record and the FFT frequency domain record. The shape of the window controls the ability of the FFT to resolve (separate) the frequencies and to accurately measure the amplitude of those frequencies. The Hanning window is optimized for low leakage and good amplitude measurement accuracy on the different frequency components of the signal.

If possible, adjust the trigger position so that the most interesting parts of the signal in the time domain record are positioned in the center region of the window so that the tapering does not cause severe errors.

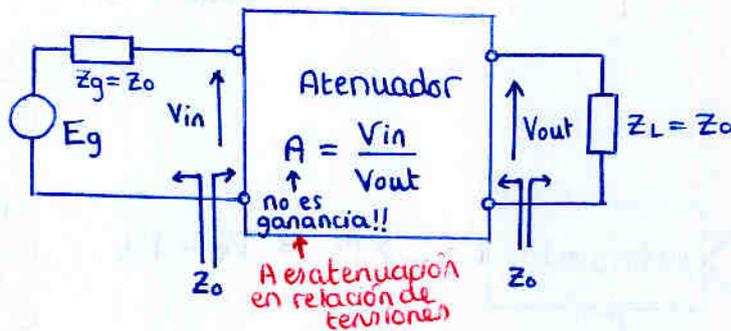


Tema 6: Analizador de espectros

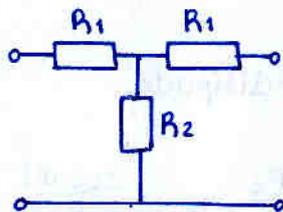
1. Atenuadores en RF

- Elementos que reducen la amplitud de salida respecto a la de la entrada:
 - Divisores de tensión: muy conocidos y utilizados (ej. multímetro)
 - Atenuadores: también reducen señal PERO presentando misma impedancia de entrada y de salida
 - Adaptadores de impedancia: se utilizan para acoplar dos circuitos de impedancia diferente
- con ellos adecuamos la amplitud de la señal a medir a lo que soporta el AE.

1.1 Configuraciones



Configuración en T



$$R_1 = Z_0 \frac{A-1}{A+1}$$

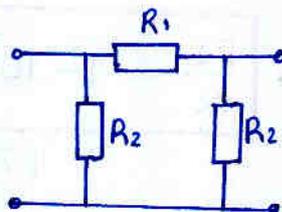
$$R_2 = Z_0 \frac{2A}{A^2-1}$$

Para T:
arriba hay
Al menos una
A-1

aprender
de memoria

abajo el palo
de la T se
lo endosa
2A

Configuración en π



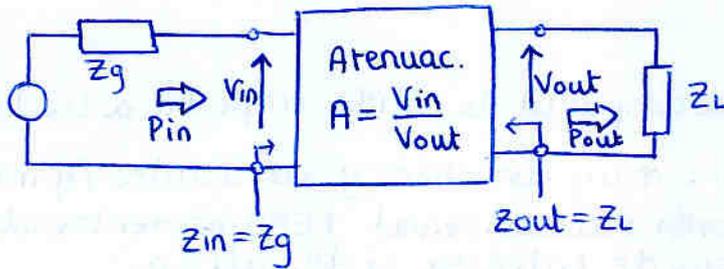
$$R_1 = Z_0 \frac{A^2-1}{2A}$$

$$R_2 = Z_0 \frac{A+1}{A-1}$$

El π justo
al revés
en
AMBOS
sentidos

$R_1 \leftrightarrow R_2$
nom \leftrightarrow den

1.2. Pérdidas de inserción



$$IL(dB) = 10 \log \frac{P_{in}}{P_{out}} = 10 \log \frac{V_{in}^2/Z_{in}}{V_{out}^2/Z_{out}}$$

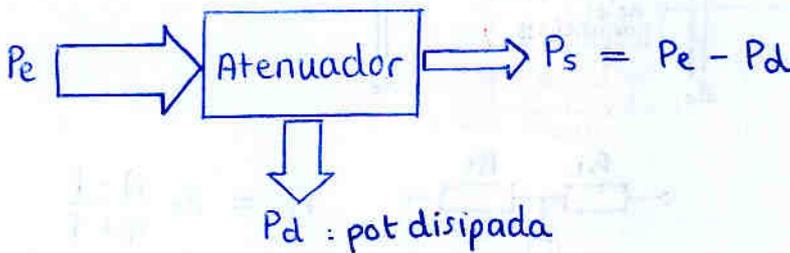
A no es la ganancia, sino la atenuación
 $A > 1$

si se cumple $Z_{in} = Z_{out}$, entonces:

$$Z_{in} = Z_{out} \implies IL(dB) = 20 \log \frac{V_{in}}{V_{out}} = 20 \log A$$

relación de tensión!!

Potencias



Nota: con $IL(dB)$ podemos obtener
 $\rightarrow \frac{V_{in}}{V_{out}} = 10^{\frac{IL(dB)}{20}} = A$
 $\rightarrow \frac{P_{in}}{P_{out}} = 10^{\frac{IL(dB)}{10}}$

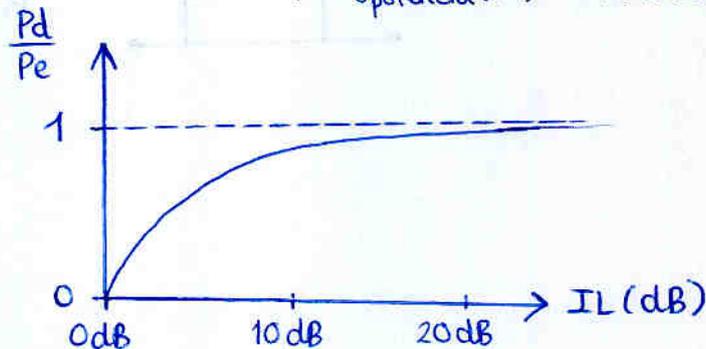
$$IL = 10 \log \frac{P_e}{P_s} \rightarrow \frac{P_e}{P_s} = 10^{\frac{IL(dB)}{10}}$$

$$IL = 10 \log \frac{P_e}{P_e - P_d} = -10 \log \left(1 - \frac{P_d}{P_e}\right) \rightarrow \frac{P_d}{P_e} = 1 - 10^{-\frac{IL(dB)}{10}}$$

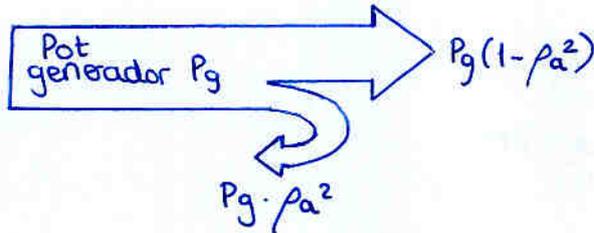
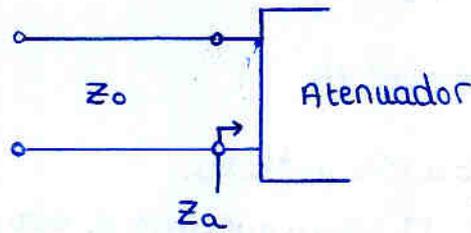
$= 1 - \text{ganancia (lin)}$

En catálogos se da Power Rating máxima potencia disipada \hat{P}_d . Sabiendo \hat{P}_d e IL podemos despejar P_e máxima = P_e

Logicamente, a mayores pérdidas de inserción (mayor atenuación) mayor parte de la potencia de entrada se disipará para no estar a la salida.



1.3 VSWR



coeficiente de reflexión

$$\Gamma_a = \frac{Z_a - Z_0}{Z_a + Z_0}$$

módulo \downarrow fase \downarrow

$$\Gamma_a = \rho_a \cdot e^{j\theta_a} = \rho_a \angle \theta_a$$

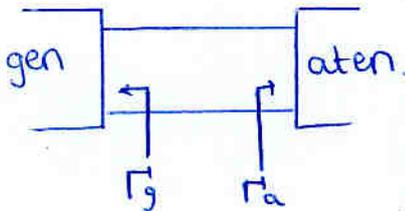
$$\rho_a = \left| \frac{Z_a - Z_0}{Z_a + Z_0} \right| = |\Gamma_a|$$

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + \rho_a}{1 - \rho_a} \in [1, \infty[$$

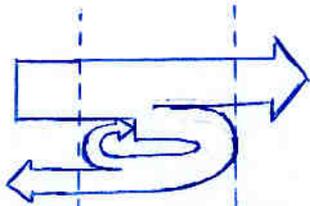
$$\rho_a = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} \in [0, 1]$$

truco para recordar

Incertidumbre de desacoplo

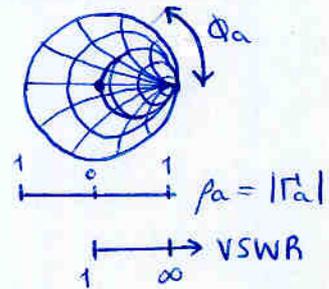


se obtiene



en el caso real tanto el generador como el atén. tendrán desacoplo

$$P_g \cdot \frac{(1 - \rho_a^2)}{|1 - \Gamma_a \Gamma_g|^2}$$



El problema es que el fabricante proporciona $\rho_a = |\Gamma_a|$ y $\rho_g = |\Gamma_g|$ pero no sus fases

Por tanto la expresión $|1 - \Gamma_a \Gamma_g|^2$ puede variar entre un valor máximo y un mínimo

↓
Incertidumbre de desacoplo

Imaginándolo como vectores en el plano complejo es fácil ver que:



$$|1 - \Gamma_a \Gamma_g|^2 \begin{cases} \text{max: } (1 + \rho_a \rho_g)^2 \\ \text{min: } (1 - \rho_a \rho_g)^2 \end{cases}$$

Por tanto

Límites de incertidumbre de desacoplo $\mu(\text{dB}) = 10 \log(1 \pm \rho_g \rho_a)^2$

De forma que la pot que entra al atenuador

$$P_e(\text{dB}) = P_g(\text{dB}) + \underbrace{10 \log(1 - \rho_a^2)}_{\substack{\uparrow \\ \text{perdidas} \\ \text{de desacoplo}}} + \mu(\text{dB}) \begin{cases} \text{min} \\ \text{max} \end{cases}$$

ejemplo:

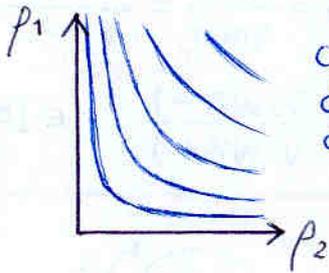
generador: $Z_0 = 50 \Omega$ $VSWR_{max} = 1.2 \rightarrow \rho_g = 0.091$

anализador:
espectro: $Z_0 = 50 \Omega$ $VSWR_{max} = 1.5 \rightarrow \rho_L = 0.20$

$$\mu(\text{dB}) = 10 \log(1 \pm \rho_g \rho_L)^2 = \pm 0.16 \text{ dB}$$

El caso ideal es $\Gamma = 0 \Rightarrow$ adaptación perfecta

de hecho basta con que Γ_L ó Γ_g sea próximo a cero para que la incertidumbre sea baja



curvas de nivel
de la incertidumbre
de adaptación

1. ATENUADORES.

PI.1) Se pide: Problema típico de impedancias y acoplamiento

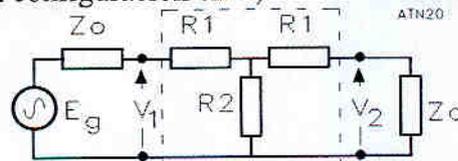
- a) Diseñar dos atenuadores, en configuración T y Pi, de 3 dB y 50 Ω de impedancia característica, construido en una única célula elemental.
- b) Calcular el VSWR a la entrada del atenuador cuando a la salida no tiene conectado nada.
- c) Idem si a la salida tiene un cortocircuito.

SOLUCION

a) Para calcular las resistencias de los dos atenuadores, lo primero es determinar la relación entre las tensiones de entrada y salida, $A = V_1/V_2$. El valor se obtiene a partir de las pérdidas de inserción IL, que son de 3 dB.

$$IL.(dB) = 10 \log \frac{P_t}{P_s} = 20 \log \frac{V_1}{V_2} = 20 \log A \Rightarrow A = 10^{\frac{IL}{20}} = 1,413$$

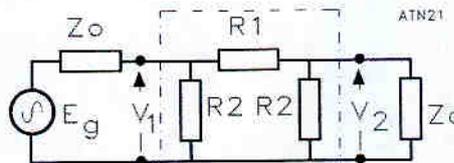
Para el caso del atenuador en configuración en T, las resistencias se calculan;



$$R_1 = Z_0 \frac{A-1}{A+1} = 50 \frac{1,413-1}{1,413+1} = 8,549 \Omega$$

$$R_2 = Z_0 \frac{2A}{A^2-1} = 50 \frac{2 \cdot 1,413}{1,413^2-1} = 141,9 \Omega$$

En la configuración en Pi;



$$R_1 = Z_0 \frac{A^2-1}{2A} = 50 \frac{1,413^2-1}{2 \cdot 1,413} = 17,61 \Omega$$

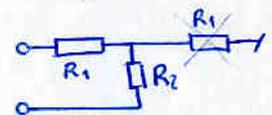
$$R_2 = Z_0 \frac{A+1}{A-1} = 50 \frac{1,413+1}{1,413-1} = 292,4 \Omega$$

b) Si a la salida no hay nada conectado, la impedancia a la entrada y el VSWR será;

Configuración en T:

$$Z = R_1 + R_2 = 150,45 \Omega$$

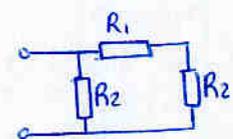
$$\rho = \left| \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \right| = \left| \frac{150,45 - 50}{150,45 + 50} \right| = 0,5 \Rightarrow VSWR = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0,5}{1-0,5} = 3$$



Configuración en Pi:

$$Z = (R_1 + R_2)/R_2 = 150,47 \Omega$$

$$\rho = \left| \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \right| = \left| \frac{150,47 - 50}{150,47 + 50} \right| = 0,5 \Rightarrow VSWR = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0,5}{1-0,5} = 3$$



c) Si a la salida hay un corto, la impedancia a la entrada y el VSWR será;

Configuración en T:

$$Z = R1 + (R2 // R1) = 16,61 \Omega$$

$$\rho = \frac{|Z - Z_0|}{|Z + Z_0|} = \frac{|16,61 - 50|}{|16,61 + 50|} = 0,5 \Rightarrow \text{VSWR} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} = \frac{1 + 0,5}{1 - 0,5} = 3$$

Configuración en Pi:

$$Z = R1 // R2 = 16,61 \Omega$$

$$\rho = \frac{|Z - Z_0|}{|Z + Z_0|} = \frac{|16,61 - 50|}{|16,61 + 50|} = 0,5 \Rightarrow \text{VSWR} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} = \frac{1 + 0,5}{1 - 0,5} = 3$$

PI.2) Se pide:

- Si al atenuador "model 50" de 20 dB se le conecta a la salida una terminación de 50 Ω (ideal) y se mide con un óhmetro digital la resistencia de entrada dando una lectura de 45,51 Ω. ¿Se cumplen las especificaciones dadas por el fabricante?.
- Determinar la máxima potencia que se puede aplicar en la entrada del atenuador "model 48", cuando la temperatura ambiente es de 75 °C.

SOLUCION

a) De la información dada por el fabricante, VSWR = 1,02 en DC, lo que representa un coeficiente de reflexión;

$$\rho = \frac{\text{VSWR} - 1}{\text{VSWR} + 1} = \frac{1,02 - 1}{1,02 + 1} = 0,0099$$

Las impedancias que pueden causar este coeficiente de reflexión son;

$$Z = Z_0 \frac{1 \pm \rho}{1 \mp \rho} = \begin{cases} 50 \frac{1 + 0,0099}{1 - 0,0099} = 51,00 \Omega \\ 50 \frac{1 - 0,0099}{1 + 0,0099} = 49,02 \Omega \end{cases}$$

Por tanto, no cumple las especificaciones dadas por el fabricante.

b) Como la temperatura de trabajo es mayor de 25 °C, la potencia disipada nominal máxima, que es de 100 W, habrá que minorarla de acuerdo con la gráfica que suministra el fabricante.

Como es lineal, solo tenemos que establecer dos puntos de la recta, que corresponden al 100% a 25 °C y 10% a 125 °C. Interpolando a 75 °C obtenemos un porcentaje de potencia del 55 %, lo que representa una potencia disipada máxima de 55 W.

Considerando que la potencia de salida es la de entrada menos la disipada, $P_s = P_e - P_d$, con la expresión de las pérdidas de inserción podemos obtener la máxima potencia de entrada que se puede aplicar en cada atenuación;

$$IL = 10 \log \frac{P_e}{P_s} = -10 \log \left(1 - \frac{P_d}{P_e} \right) \Rightarrow P_e = \frac{P_d}{1 - 10^{-\frac{IL}{10}}}$$

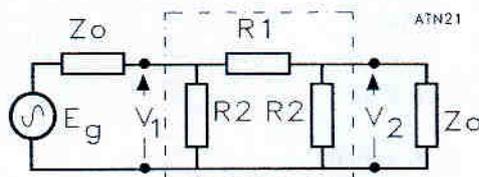
Para una IL = 20 dB y una potencia disipada de 55 W, la potencia de entrada es de 55,6 W.
 Para una IL = 30 dB y una potencia disipada de 55 W, la potencia de entrada es de 55,1 W.

PI.3) Se pide; Problema típico. Impedancias y adaptación

- Diseñar un atenuador de radiofrecuencia, con unas pérdidas de inserción de 10,0 dB, configuración en T, para una impedancia característica de 50 Ω.
- Si, a la salida del atenuador del apartado a), se conecta un analizador de espectros con una VSWR de 2,00 y una impedancia resistiva pura, ¿cuál será el coeficiente de reflexión teórico a la entrada del atenuador?. ¿Cuánto representará, en dB, la pérdida por desacoplo a la entrada del atenuador?.
- Partiendo del resultado del apartado anterior, y considerando que el sistema generador tiene una VSWR de 1,80, ¿entre qué valores, en dB, se encuentra el término conocido como “incertidumbre de desacoplo”?.

SOLUCION

a) La configuración de un atenuador en T es la siguiente;



$$R_1 = Z_0 \frac{A-1}{A+1} \quad R_2 = Z_0 \frac{2A}{A^2-1}$$

Siendo $A = V_1/V_2$.

La atenuación, A, la obtenemos a partir de las pérdidas de inserción I.L.

$$I.L.(dB) = 10 \log \frac{P_t}{P_s} = 20 \log \frac{V_1}{V_2} = 20 \log A \Rightarrow A = 10^{\frac{10}{20}} = 3,162$$

Por tanto;

$$R_1 = Z_0 \frac{A-1}{A+1} = 50 \frac{3,162-1}{3,162+1} = 25,97 \Omega \quad R_2 = Z_0 \frac{2A}{A^2-1} = 50 \frac{2 \cdot 3,162}{3,162^2-1} = 35,14 \Omega$$

b) Una VSWR = 2,00 corresponde con un coeficiente de reflexión de;

$$\rho_{ac} = \frac{VSWR-1}{VSWR+1} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

La impedancia de entrada del Analizador de Espectros corresponderá con;

$$\rho = \left| \frac{Z-Z_0}{Z+Z_0} \right| \Rightarrow \begin{cases} Z_{ae} = Z_0 \frac{1+\rho}{1-\rho} = 100 \Omega \\ Z_{ae} = Z_0 \frac{1-\rho}{1+\rho} = 25 \Omega \end{cases}$$

La impedancia, a la entrada del atenuador del apartado a), se obtiene considerando la configuración del atenuador;

$$Z_a = R_1 + \frac{(R_1 + Z_{ae})R_2}{R_1 + R_2 + Z_{ae}} = \begin{cases} Z_a = 53,45 \Omega \\ Z_a = 46,76 \Omega \end{cases}$$

Ambas impedancias representan un coeficiente de reflexión de $\rho = 0,033$.

Las pérdidas por desacoplo, en dB serán;

$$P = 10 \log(1 - \rho^2) = 10 \log(1 - 0,033^2) = -4,7 \cdot 10^{-3} \text{ dB}$$

c) En primer lugar se obtendrá el coeficiente de reflexión que corresponde a una VSWR = 1,80;

$$\rho_g = \frac{\text{VSWR} - 1}{\text{VSWR} + 1} = \frac{1,8 - 1}{1,8 + 1} = 0,29$$

El término conocido como "incertidumbre por desacoplo" tendrá un valor comprendido entre;

$$P = 10 \log(1 \pm \rho_g \rho)^2 = \begin{cases} 10 \log(1 + 0,29 \cdot 0,033)^2 = 0,041 \text{ dB} \\ 10 \log(1 - 0,29 \cdot 0,033)^2 = -0,042 \text{ dB} \end{cases}$$

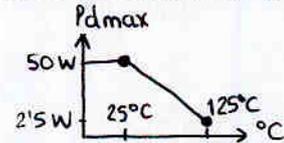
PI.4) Se disponen de dos atenuadores, marca Weinschel "model 24" y "model 1W", conectados en serie, con las especificaciones que se indican en las hojas anexas. Si ambos atenuadores tienen una atenuación nominal de 10 dB cada uno. Se pide:

- a) Justificar cuál será la máxima potencia de entrada que se podrá aplicar al conjunto formado por los dos atenuadores, @ 23 °C. (considerese "Power Rating" como la potencia disipada).

SOLUCION

a) La máxima potencia de entrada al atenuador "Model 24", considerando una I.L. de 10 dB y una potencia disipada máxima de 50 W, @ 23°C, es de;

$$\text{maxima} \rightarrow \hat{P}_e = \frac{P_d}{1 - 10^{-\frac{IL}{10}}} = \frac{50}{1 - 10^{-\frac{10}{10}}} = 55,6 \text{ W}$$



La potencia de salida del atenuador "Model 24", cuando a su entrada tengamos la máxima potencia capaz de soportar será $P_s = 55,6 \text{ W} - 50 \text{ W} = 5,6 \text{ W}$

$$IL = 10\text{dB} \rightarrow g = 0,1$$

Calculando la máxima potencia de entrada al atenuador "Model 1W", de la misma forma que antes;

$$\hat{P}_e = \frac{P_d}{1 - 10^{-\frac{IL}{10}}} = \frac{2}{1 - 10^{-\frac{10}{10}}} = 2,2 \text{ W}$$

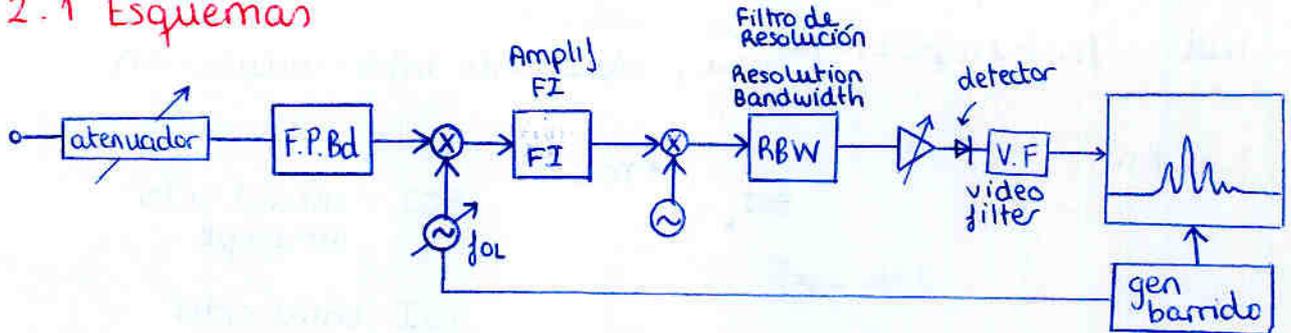
Como esta potencia es menor que la obtenida a la salida del primer atenuador, con la potencia de entrada máxima, la máxima potencia de entrada al conjunto formado por los dos atenuadores, queda condicionada por la máxima potencia de entrada del atenuador "Model 1W". Por tanto, la potencia máxima de entrada al primer atenuador queda limitada a;

$$\hat{P}_e = P_s \cdot 10^{\frac{IL}{10}} = 2,2 \cdot 10^{\frac{10}{10}} = 22 \text{ W}$$

↑
 Hacer que la salida del primer atenuador sea la máxima potencia de entrada al segundo

2. Analizador de espectros

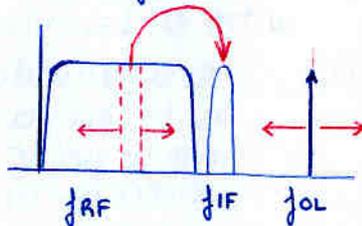
2.1 Esquemas



en cada instante, ha trasladado una frecuencia distinta del margen de RF a la f_{IF}

Esta parte mide la potencia de la frecuencia que en este instante ha caído en la IF

representando la potencia de cada instante en distintos valores de x , se obtiene el espectro de la entrada

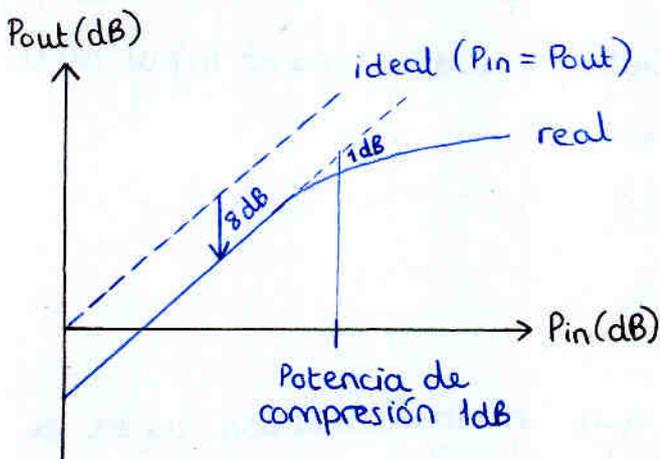


Vamos variando f_{OL} por un margen igual al de RF (igual (no simétrico) respecto de f_{IF} , ya que $f_{IF} = f_{OL} - f_{RF}$) para que distintas frecuencias de RF vayan cayendo en f_{IF} y las siguientes etapas puedan medir la potencia de esa determinada frecuencia y se pueda representar el valor correspondiente en pantalla

ej: RF in : [10kHz, 1'86GHz] \Rightarrow OL : [2'11GHz + 10kHz, 2'11GHz + 1'86GHz]
IF : 2'11GHz

2.2 Primer mezclador

Potencia a la entrada y salida

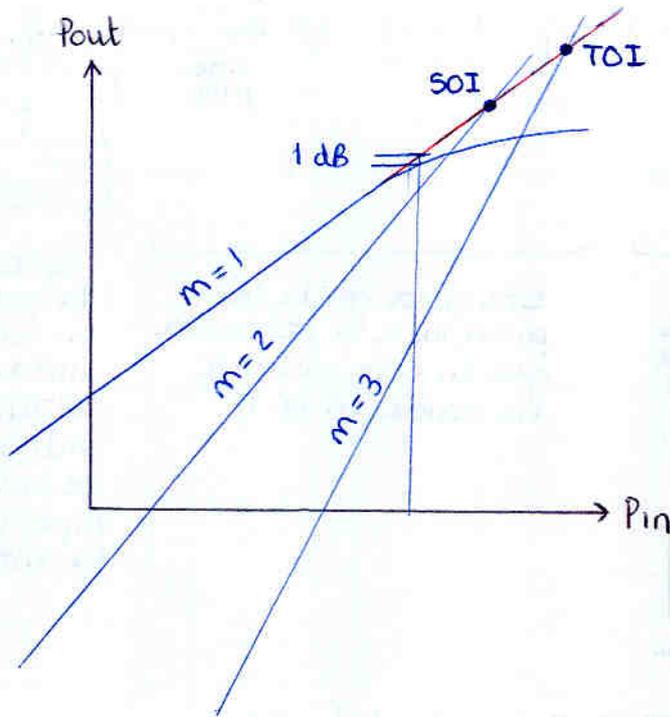


- no pasa nada por perder 8 dB, es compensable
- trabajar siempre en la zona lineal, por debajo del nivel de compresión a 1 dB

No linealidad del mezclador

ideal: $f_{FI} = f_{OL} - f_{RF}$

real: $f_{FI} = \pm n f_{OL} \pm m f_{RF}$
 ↗ armónicos
 ↘ productos de intermodulación



SOI: second order intercept

TOI: third order intercept

Además se cumple que hay una potencia óptima de trabajo en la cual se alcanza un mínimo en la relación entre el término $m=1$ y el resto.

El atenuador procura que a la entrada del mezclador haya esa potencia óptima.

El fabricante puede dar el punto de intercepción o un punto cualquiera, a nosotros nos basta 1 punto para conocer la recta

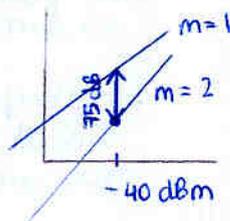
$$P_{out} = m \cdot P_{in} + C$$

↑ conocido igual al orden de intermodulación ↑ incógnita despejable con un sólo punto

ejemplo datos de fabricante

Third Order Intercept: +75 dBm (habiendo dado previamente la respuesta fundamental $P_{out} = P_{in}$)

Second Harmonic Distortion: <-75 dBc, -40 dBm tone at input mixer

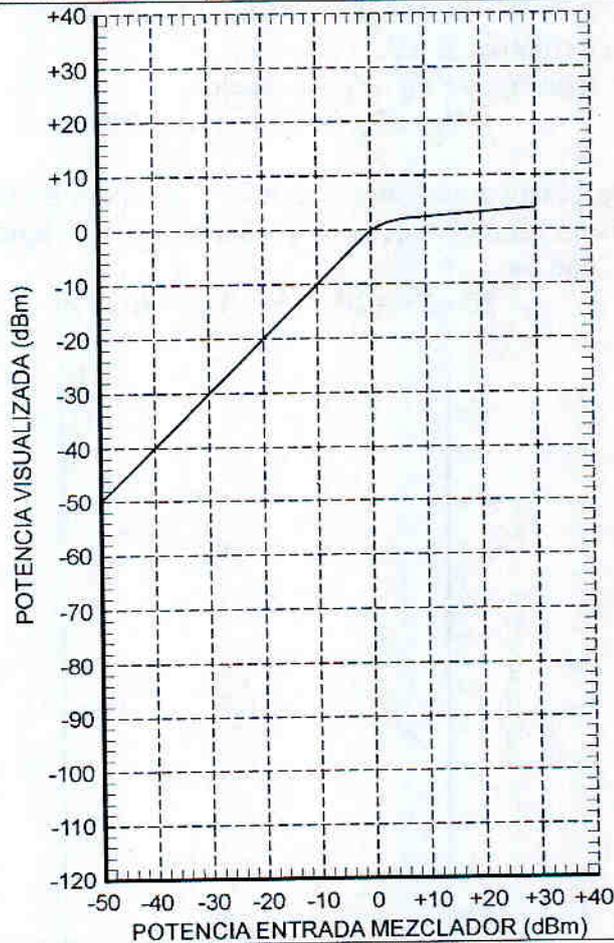


conociendo estas rectas sabremos que intermodulación tenía la señal de entrada y cual ha introducido el analizador.

P2.5) De acuerdo con las especificaciones del analizador de espectros Agilent E4411B que se suministran a continuación y de la gráfica adjunta, donde se representa aproximadamente la característica del mezclador-amplificador, se pide;

- Determinar, aproximadamente, la potencia de entrada para la cual se produce la compresión de ganancia de 1 dB.
- Determinar el valor de los productos de intermodulación de tercer orden cuando la potencia de entrada es de -30 dBm.
- Determinar el punto de intersección de segundo orden, SOI.
- ¿A qué potencia de entrada tendrán la misma amplitud los armónicos de segundo orden que los productos de intermodulación de tercer orden.

Freq. Range: 9 kHz -1,5 GHz.
Input attenuator range: 0 to 60 dB (5 dB step)
Max. safe input level: +30 dBm.
Display range: 0,1, 0,2, 0,5 dB/div and 1 to 20 dB/div in 1 dB steps (10 display divisions)
Third order intercept: +7,5 dBm (>100 MHz, for two signals >50 MHz separation)
Second harmonic distortion: <-75 dBc (2 MHz to 750 MHz, -40 dBm tone at input mixer)



SOLUCION

a) De acuerdo con la figura adjunta, se observa que alrededor de 0 dBm la relación entre la potencia de entrada y de salida empieza a desviarse de la pendiente unidad. Por tanto, se estima en 0 dBm como punto de compresión de ganancia de - 1dB.

b) Conociendo el TOI y sabiendo que la potencia de los productos de intermodulación, P_i , se reducirán 3 veces lo que se reduzca la potencia de las componentes fundamentales, P_e , se puede obtener de forma gráfica o algebraica, el valor de dichos productos cuando la potencia de entrada sea -30 dBm;

$$P_i = cte + 3P_e$$

Esta ecuación se verificará también en el TOI, por lo que se podrá determinar el valor de la constante;

$$7,5 = cte + 3*7,5 \rightarrow cte = -15$$

por tanto la expresión definitiva será $P_i = 3P_e - 15$.

Cuando la potencia de entrada sea -30 dBm, los productos de intermodulación visualizados tendrán una potencia de $3*(-30) - 15 = -105$ dBm.

c) De forma similar al anterior, conociendo la potencia de los armónicos de segundo orden, podemos determinar el SOI, sabiendo que la relación de potencias entre el armónico, P_a , y el fundamental es de 2;

$$P_a = cte + 2P_e$$

Como a -40 dBm se tiene un armónico a -75 dBc, se verificará;

$$-40-75 = cte + 2*(-40) \rightarrow cte = -35$$

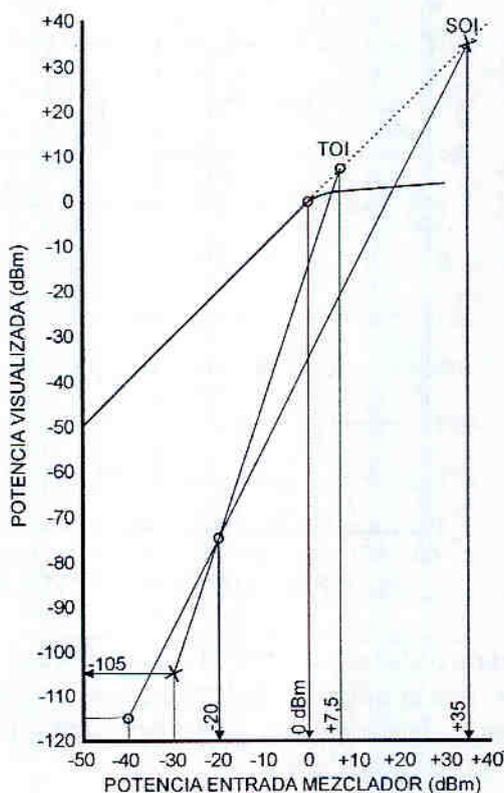
por tanto la expresión definitiva será $P_a = 2P_e - 35$.

En el SOI se verificará que P_e y P_a son iguales;

$$P_e = 2P_e - 35 \rightarrow P_e = +35 \text{ dBm}$$

d) Para determinar la potencia de entrada donde la potencia de los armónicos de segundo orden tendrán la misma amplitud que los productos de intermodulación de tercer orden, bastará con igualar P_i con P_a ;

$$3P_e - 15 = 2P_e - 35 \rightarrow P_e = -20 \text{ dBm}$$

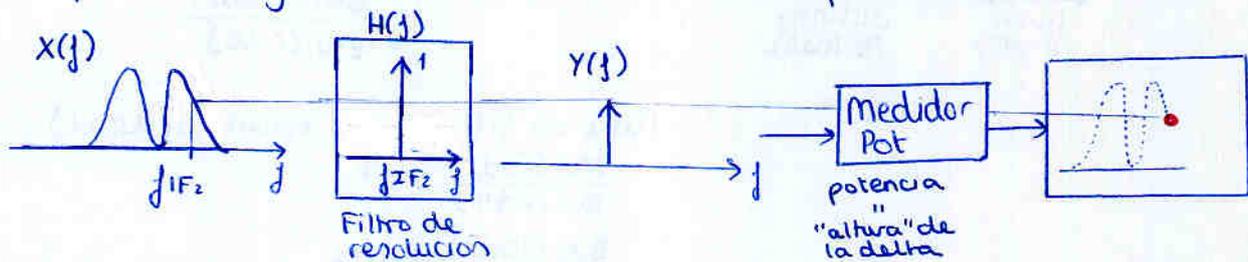


2.3 Filtro de resolución

Tras haber trasladado el espectro de forma que la frecuencia bajo análisis en ese instante esté centrada en f_{IF1} , hay un segundo mezclador que la baja a una f_{IF2} .

Para medir la potencia de esa concreta y única frecuencia, lo pasamos por el filtro de resolución.

El filtro de resolución idealmente sería una delta ^{en frecuencia} de forma que la potencia de la señal a su salida fuese exactamente la potencia a esa determinada frecuencia, que sería la muestra del analizador asociada a esa frecuencia en el eje frecuencial. En el siguiente instante, sería la frecuencia adyacente la que caería en f_{IF2} y sería su potencia la que se mostraría en el punto adyacente al anterior en la pantalla.



Repitiendo esto podríamos ir pintando punto a punto en cada instante de tiempo el espectro completo (i.e. barrido) en pantalla. Con esto pintaríamos el espectro con precisión máxima, los infinitos puntos, tardando infinito tiempo.

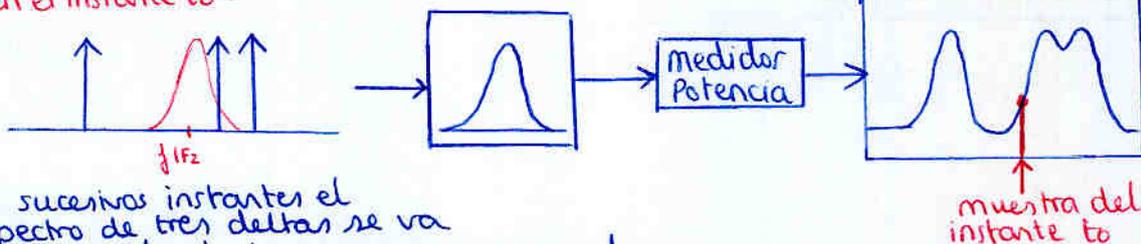
Por tanto en la práctica el filtro de resolución tiene determinado BW. A mayor bandwidth, menos resolución tendrá la representación en pantalla, pero más rápido podrá hacerse el barrido.

Ello implica que el valor de potencia medido en un determinado instante y asociado a una determinada frecuencia no será únicamente la potencia de esa frecuencia, sino la de esa frecuencia y todas las de alrededor que caigan dentro del filtro de resolución.

Se puede deducir que lo que vemos en pantalla es en realidad la convolución $X(f) * H(f)$ de los espectros de la entrada y el filtro de resolución.

ejemplo:
suma de tonos a la entrada

en el instante t_0 :

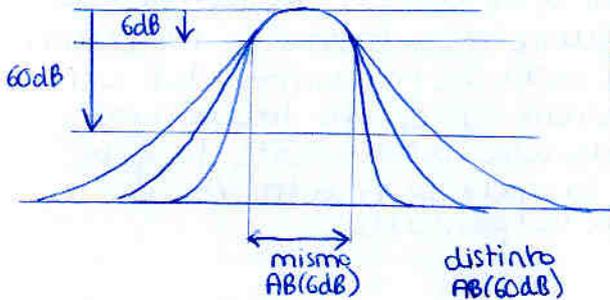


en sucesivos instantes el espectro de tres deltas se va desplazando de forma que van cayendo unas u otras en el filtro de resolución

En el analizador de espectros se escoge el filtro de resolución lo suficientemente estrecho como para tener la resolución necesaria pero cuanto más ancho mejor para reducir el tiempo de barrido.

Factor de forma

Para un mismo ancho de banda interesa que el filtro caiga rápidamente; ahí es donde se distingue un buen analizador de uno malo



$$\text{Factor Forma} = FF = \frac{BW(60dB)}{BW(6dB)}$$

Interesa que sea pequeño

otras veces se usa

$$\frac{BW(60dB)}{BW(3dB)}$$

Para un filtro gaussiano (ideal)

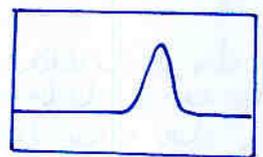
$$\frac{BW(60dB)}{BW(6dB)} = 3.2$$

$$\frac{BW(60dB)}{BW(3dB)} = 4.5$$

Ruido

Cada punto del analizador representa la potencia a esa frecuencia y a las de alrededor abarcadas por el filtro de resolución, por tanto si éste tiene un ancho de banda mayor, abarcará en cada punto más potencia de ruido blanco.

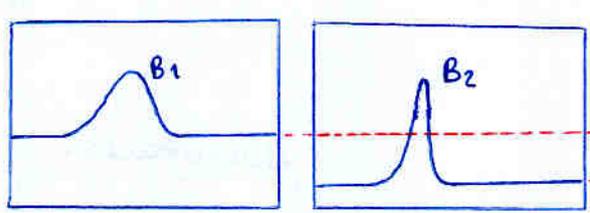
Para un filtro con ancho de banda equivalente B_1



$$P_{n1} = kTB_1$$

$$= 10 \log \frac{kTB_1}{P_{ref}} \text{ dB}$$

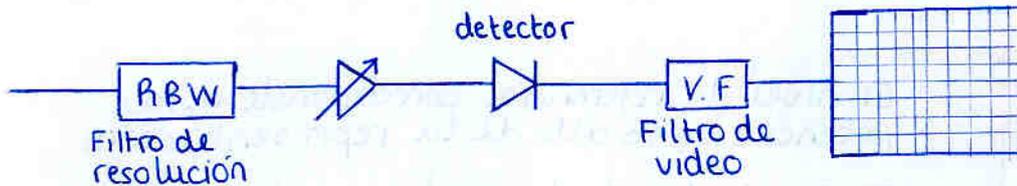
Por tanto un filtro más ancho implica más nivel de ruido



$$\Delta dB = 10 \log \frac{kTB_1}{P_{ref}} - 10 \log \frac{kTB_2}{P_{ref}}$$

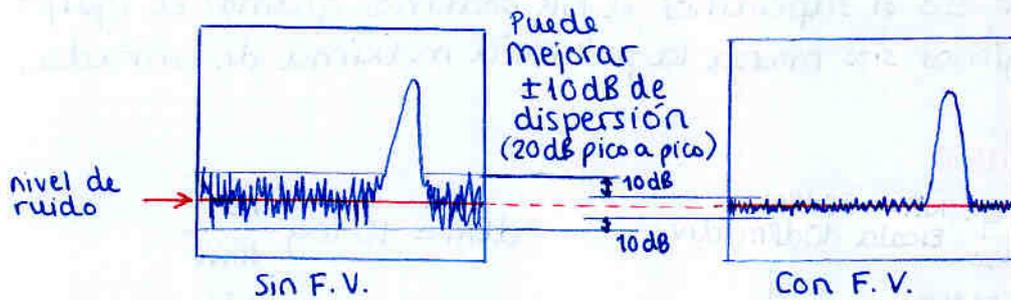
$$\Delta dB = 10 \log \frac{B_1}{B_2}$$

2.4 Filtro de video



Es un filtro paso bajo que elimina las grandes variaciones de la potencia según se hace el barrido.

i.e. suaviza la señal en pantalla



En modo automático el filtro de video se ajusta a:

$$VF = \frac{RBW}{100}$$

se puede cambiar manualmente

2.5 Tiempo de barrido

En el Analizador de Espectros el espectro se va pintando en pantalla según el O.L. va haciendo el barrido a lo largo de la frecuencia

$$T_s = \text{cte} \cdot \frac{\text{SPAN}}{\text{RBW} \cdot \text{VF}}$$

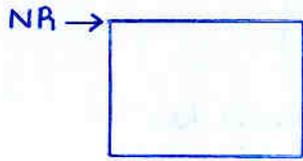
Por eso RBW

- ↑ → poca resolución
barrido muy rápido
- ↓ → mucha resolución
barrido muy lento

} hay que alcanzar un compromiso y saber ajustarlo según el span.

2.6. Pantalla: Unidades, Resolución, Exactitud

Nivel de referencia:

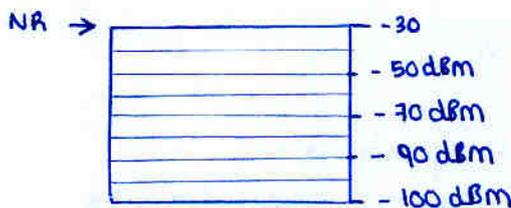


El nivel de referencia corresponde a la potencia en lo alto de la representación.

El AE ajusta el atenuador según el NR que elijamos de forma que si a la entrada tenemos ese NR, a la entrada del mezclador llegará la potencia óptima (i.e. -30dBm)

Por eso si superamos el NR podemos quemar el equipo
 ⇒ El NR que elegimos nos marca la potencia máxima de entrada.

Modo logarítmico



ej.
 NR = -30dBm
 10 dBm/div

Partiendo del nivel de referencia vamos restando

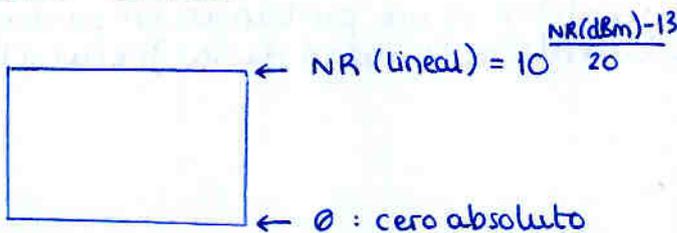
$$\text{dBm} = 10 \log \frac{P_e}{1\text{mW}}$$

$$= 10 \log \frac{V^2/Z_0}{1\text{mV}}$$

$$\text{dBm} = 20 \log V + \underbrace{30 - 10 \log Z_0}_{\substack{\text{si } Z_0 = 50 \Omega \\ \text{es } +13 \text{ dB}}}$$

$$\text{dBm} = 20 \log V + 13 \text{ dB}$$

Modo lineal



$$\text{NR (lineal)} = 10 \frac{\text{NR (dBm)} - 13}{20}$$

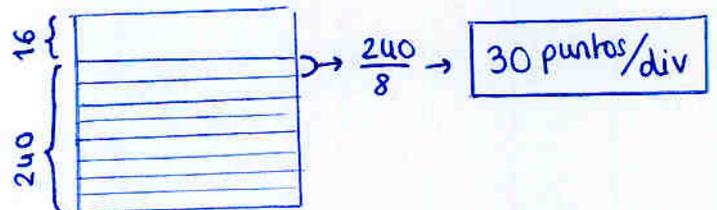
$$V = 10 \frac{\text{dBm} - 13 \text{ dB}}{20} \quad (\text{para } Z_0 = 50 \Omega)$$

Se fija la línea de abajo como cero absoluto y se hace la escala lineal hasta el NR arriba del todo

Podríamos pensar que el margen dinámico depende totalmente del NR, pero también vendrá limitado por el nivel de ruido (y depende de RBW)

Resolución vertical (δ_r)

8 bits → 256 niveles → 256 puntos en la pantalla
 se reservan 16 arriba para texto



Sabiendo 30 p/div, sacamos la resolución según la escala

$$\text{ej: } 10 \text{ dB/div}$$

$$\frac{10 \text{ dB/div}}{30 \text{ puntos/div}} = 0.33 \text{ dB/punto} = \delta_r$$

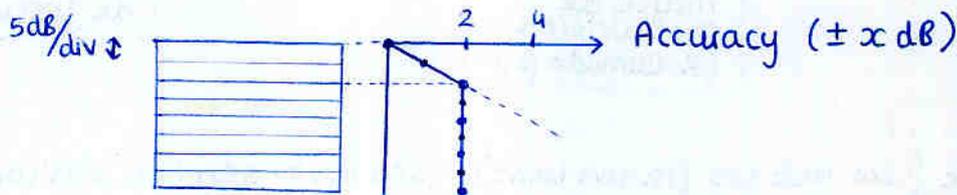
Exactitud / Accuracy (δ_e)

Eje de amplitud:

Catálogo: Accuracy : Amplitude related

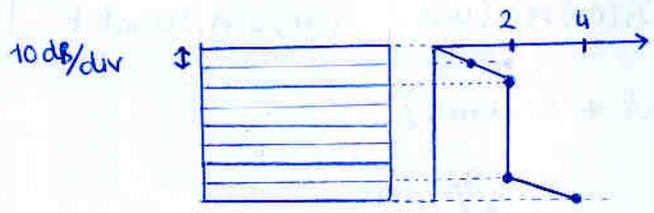
la exactitud depende de la escala

- Lin : $\pm 5\%$ Ref. level
- 1 dB/div : ± 1.0 dB over 8 dB range (i.e. toda la pantalla, las 8 divisiones)
- 5 dB/div : ± 1.0 dB / 10 dB to maximum cumulative error of ± 2 dB over 40 dB range (i.e. las 8 divisiones)



entender esto perfectamente

- 10 dB/div : ± 1.0 dB / 10 dB to max. cum. error of ± 2 dB over 70 dB range
 ± 2.0 dB / 10 dB over 70-80 dB range (i.e. ultima division)



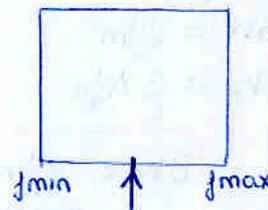
Eje de frecuencia

Catálogo: Frequency Related

- Center frequency accuracy : $\pm 5 \cdot 10^{-5}$ of center frequency ± 700 Hz
- Span accuracy : $\pm 3\%$ over the center eight divisions

Vemos que la frecuencia central es la más precisa, es en la cual el AE ajusta mejor el OL

Además está el Frequency Counter con mayor exactitud aún



Resolución en frecuencia

$$\text{Resolución en frecuencia} = \frac{\text{SPAN}}{\text{nº pts memoria}} \begin{cases} 500 \\ 1000 \end{cases}$$

2.7 Aplicación. Medidas modulación FM

$$y(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + 2\pi f_d \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda) \leftrightarrow \boxed{f(t) = f_c + f_d x(t)}$$

Si $x(t) = A_m \cos \omega_m t \rightarrow \int \cos \omega_m t = \frac{1}{\omega_m} \sin \omega_m t$

$$y(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + m \cdot \sin \omega_m t) \leftrightarrow f(t) = f_c + \Delta f_c \cdot \cos \omega_m t$$

$$m = \frac{\Delta f_c}{f_m} = \frac{f_d \cdot A_m}{f_m}$$

índice de modulación
(también llamado β)

$$\Delta f_c = f_d \cdot A_m$$

máxima desviación de frecuencia

$$y(t) = A_c [\cos \omega_c t \cdot \cos(m \sin \omega_m t) - \sin \omega_c t \cdot \sin(m \sin \omega_m t)]$$

siendo:

$$\begin{cases} \cos(m \sin \omega_m t) = J_0(m) + 2[J_2(m) \cos 2\omega_m t + J_4(m) \cos 4\omega_m t + \dots] \\ \sin(m \sin \omega_m t) = 2[J_1(m) \sin \omega_m t + J_3(m) \sin 3\omega_m t + \dots] \end{cases}$$

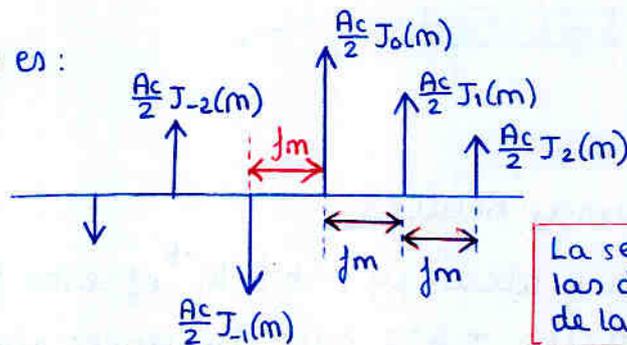
queda:

$$y(t) = A_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) \cdot \cos(\omega_c t + n \cdot \omega_m t)$$

$$y(t) = A_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) \cdot \cos(\omega_c t + n \cdot \omega_m t)$$

Cuyo espectro es:

• hallar f_m



La separación entre todas las deltas es la frecuencia de la moduladora

• hallar m

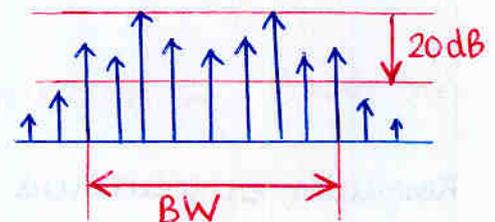
$$m < 0.5 : BW = 2 f_m$$

$$m > 50 : BW = 2 \Delta f_c$$

$$0.5 < m < 50 : BW = 2 f_m (m + 1)$$

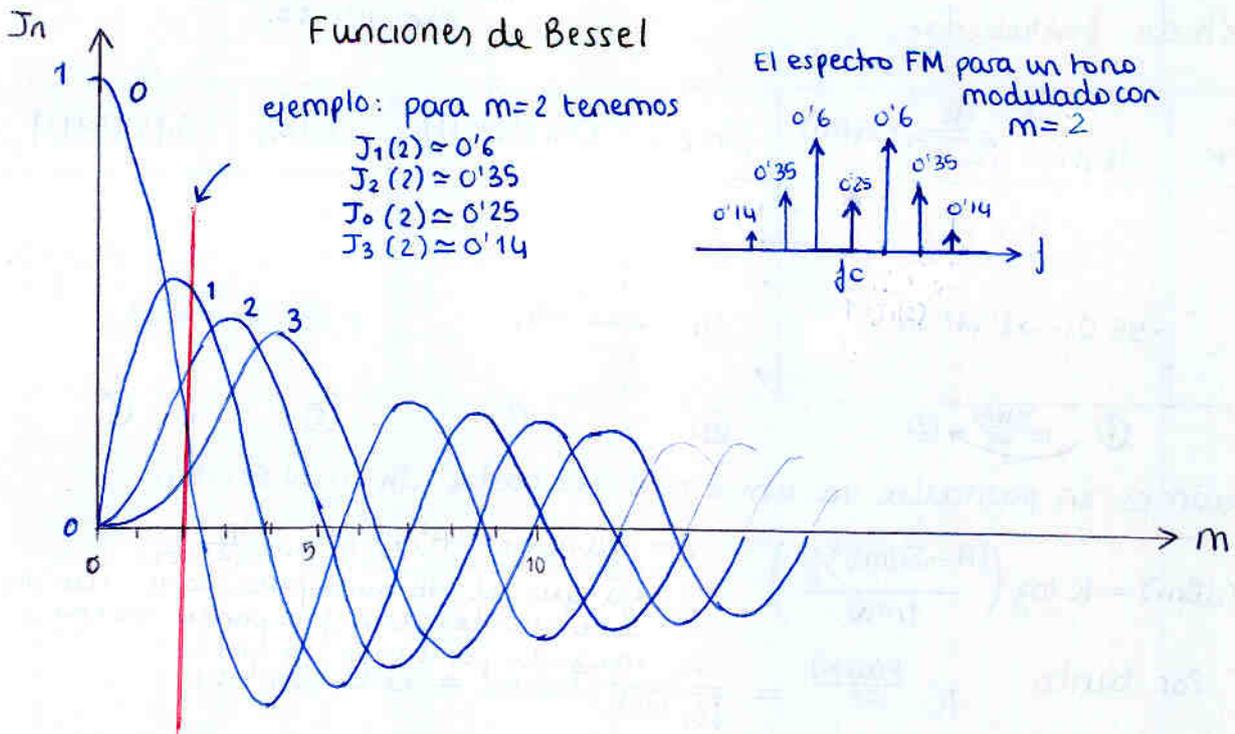
Regla de Carson

El BW se define entre componentes a -20dBc (20 dB por debajo de la mayor amplitud)



↳ hallar Δf_c

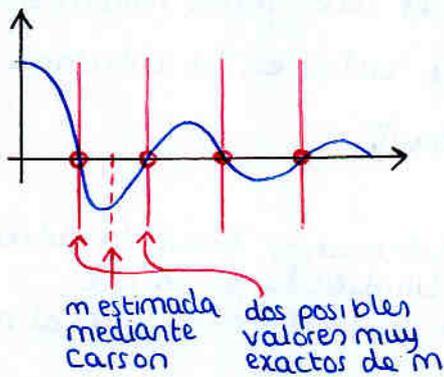
a partir de m , $\Delta f_c = m \cdot f_m$



Método si se anula una delta

Si en el espectro FM se anula la delta asociada a algún J_n es muy útil ya que implica que la m debe ser uno de los valores donde J_n se anule.

ejemplo: En el espectro J_0 (la componente a f_c) es nula



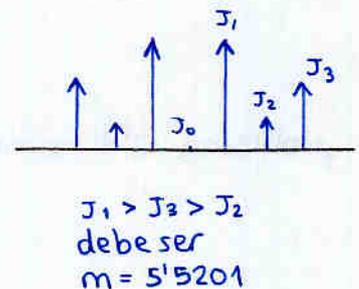
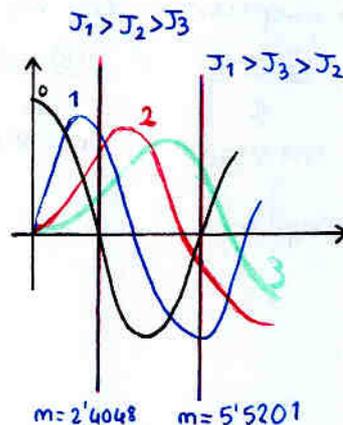
Por tanto ya sabemos que la m pertenece a alguno de los valores donde J_0 se anula.

Mediante Carson podemos estimar una m , y por tanto reducimos el problema a saber cual de los dos valores adyacentes es m .

¿cómo sabemos cual de los dos es ?

- Método gráfico :

Miramos el orden del tamaño de las sucesivas J_n para las 2 posibles m 's y escogemos la que concuerda con el orden de tamaño en el espectro.



- Método tabulado

índices de modulación candidatos

n Índice	dBm	$\frac{A_c}{\sqrt{Z_0 \cdot 10^{-3}}} \cdot J_n(m)$	$ J_n(m) $	$ J_n(5'5201) $	$ J_n(m) $	$ J_n(8'6531) $
1			→			
2			→			
3			→			
4	-55'0 →	$1'778 \cdot 10^{-3}$	0'4 ←	0'4	0'23 ←	0'23
5			→			

① $\xrightarrow{10 \frac{P(\text{dBm})}{20}}$ ② ④ ③ ⑥ ⑤

① Medimos en pantalla la amplitud de cada J_n y lo anotamos

②
$$P(\text{dBm}) = 10 \log \left(\frac{(A_c \cdot J_n(m))^2 / Z_0}{1 \text{mW}} \right)$$

Por tanto
$$10 \frac{P(\text{dBm})}{20} = \frac{A_c}{\sqrt{Z_0 \cdot 10^{-3}}} \cdot J_n(m) = \text{cte} \cdot J_n(m)$$

Así que rellenamos la columna haciendo $10 \frac{P(\text{dBm})}{20}$

③⑤ Hallamos $J_n(m)$ para los dos índices de modulación candidatos (tablas o gráficas)

④ Suponemos $m = 5'5201$ y heredamos el valor más alto de la columna ③ a la ④ (cogemos el más alto para minimizar el error)

Entonces miramos el correspondiente valor en la columna ②

columna ② = cte · columna ④

$1'778 \cdot 10^{-3} = \text{cte} \cdot 0'4$

despejamos la cte y por tanto rellenamos toda la columna

④ a partir de la ② simplemente dividiendo por la cte (en realidad es una regla de 3; si a $1'778 \cdot 10^{-3}$ es 0'4 al resto es...)

⑤ Repetimos la jugada para $m = 8'6531$ y su columna adyacente

la columna que haya supuesto la m correcta será la que más se parezca i.e. ③ ≅ ④ ó ⑤ ≅ ⑥

↓
 $m = 5'5201$

↓
 $m = 8'6531$

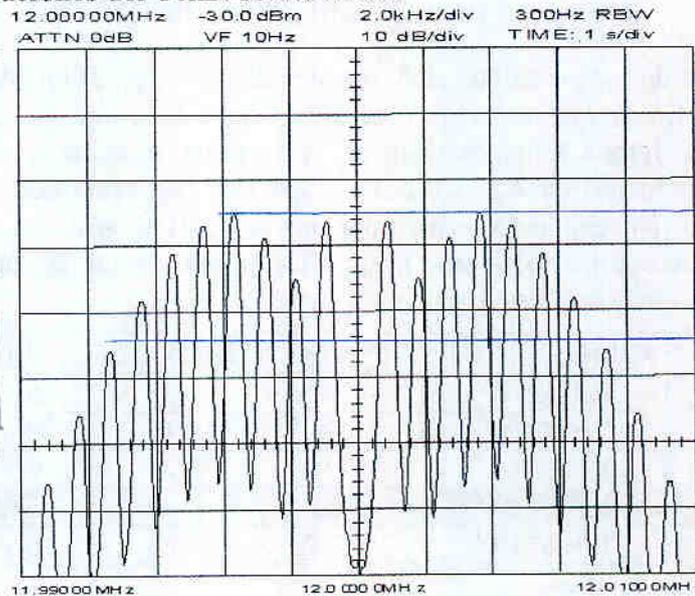
Ver problema 2'7 como ejemplo.

P2.7) Con el Analizador de Espectros Tektronix 2710, de 1,8 GHz de ancho de banda, se ha obtenido el espectro de la figura adjunta. Se pide:

- Determinar los límites de frecuencia de barrido del oscilador local que han generado dicha pantalla, con la resolución adecuada, si la etapa de frecuencia intermedia tiene una frecuencia central de 2,110 GHz.
- Mediante el contador del AE, y seleccionando adecuadamente la frecuencia central, se obtiene como nivel de potencia y frecuencia de las dos componentes frecuenciales centrales; $-56,3 \text{ dBm @ } 11,999 \text{ 102 MHz}$ y $-56,3 \text{ dBm @ } 12,000 \text{ 903 MHz}$ respectivamente. Determinar razonadamente la frecuencia portadora, la frecuencia moduladora y la desviación de frecuencia de la modulación FM.
- Calcular las incertidumbres asociadas a las medidas anteriores de frecuencia y nivel de potencia, de la componente frecuencial situada en $11,999 \text{ 102 MHz}$, de acuerdo con las especificaciones del Tek2710 del anexo.

- 12 MHz : frec central
- -30'0dbm : nivel ref.
- 2'0kHz/div
- 300 Hz : RBW
- ATTN 0dB : atenuación

esta a 0dB porque el nivel de ref ya es la pot óptima del mezclador
- VF 10 Hz : filtro de video
- 10 dB/div
- TIME 1s/div : tiempo de barrido



SOLUCIÓN

a) Como los límites de frecuencia en pantalla son de $11,990 \text{ 00 MHz}$ y $12,010 \text{ 00 MHz}$ y la frecuencia central del amplificador de F.I. es de $2,110 \text{ GHz}$, el oscilador local deberá comprender los límites $2,110 \text{ GHz} + 11,990 \text{ 00 MHz} = 2121,990 \text{ 00 MHz}$ y $2,110 \text{ GHz} + 12,010 \text{ 00 MHz} = 2122,010 \text{ 00 MHz}$.

$$f_{OL} = f_{FI} + f$$

b) La frecuencia de la portadora es la componente frecuencial que se encuentra en el centro del espectro y que en el caso particular de la figura, tiene una amplitud nula. No obstante, se puede determinar matemáticamente conociendo las frecuencias de las componentes que están situadas a ambos lados, la frecuencia portadora será; $f_c = \frac{1}{2}(11,999102 + 12,000903) \text{ MHz} = 12,000003 \text{ MHz}$.

La frecuencia moduladora se puede obtener midiendo las diferencias de frecuencias entre dos componentes consecutivas. Aprovechando las medidas realizadas con el contador, que ofrecen menos incertidumbre, y sabiendo que la diferencia entre las dos componentes centrales debe corresponder con el doble de la frecuencia moduladora, se obtiene $f_m = \frac{1}{2}(12,000903 - 11,999102) \text{ MHz} = 900 \text{ Hz}$.

Con la información disponible, la única forma de obtener la desviación de frecuencia de la modulación, es determinando el índice de modulación β . Como no hay componente central, se deduce que $J_0(\beta) = 0$. De la tabla adjunta, tenemos una relación de valores de β , que hacen 0 la citada función de Bessel. El problema se reduce a determinar qué valor de todos los expuestos, es el que caracteriza el espectro visualizado.

Como primera aproximación, calcularemos el ancho de banda, BW, de acuerdo con la regla de Carson; $BW = 2 \cdot f_m(\beta + 1)$. La última componente frecuencial que se encuentra por encima de -20 dBc con respecto a la componente de mayor amplitud, es la situada a 6,4 kHz de la frecuencia central, por tanto el ancho de banda estimado $BW = 12,8 \text{ kHz} = 2 \cdot 0,9 \cdot (\beta + 1) \rightarrow \beta = 6,11$. Como no coincide con ninguno de la tabla, se verificarán los dos más próximos, 5,5201 y 8,6531.

Sabiendo que la modulación FM obedece a la expresión:

$$e(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

Los valores de las sucesivas componentes deberán ser; $10 \log(A_c J_n(\beta))^2 / (Z_0 10^{-3})$. Esto nos permitirá identificar qué valor de β se ajusta más. Para ello se va a realizar una tabla donde la primera columna reflejará el índice, la segunda, el valor medido en el espectro, la tercera, el valor calculado de $A_c J_n(\beta) / (Z_0 10^{-3})^{1/2}$, la cuarta y sexta columna reflejará el valor que debería tener $J_n(\beta)$ aceptando como valor real de $J_4(\beta)$ el teórico que le corresponde para cada valor del índice de modulación a probar. La quinta y séptima columna son los valores teóricos de las funciones de Bessel, para cada índice.

Índice	dBm	$A_c J_n(\beta) / (Z_0 10^{-3})^{1/2}$	$ J_n(\beta) $	$ J_n(5,5201) $	$ J_n(\beta) $	$ J_n(8,6531) $
1	-56,3	$1,531 \cdot 10^{-3}$	0,344	0,35	0,198	0,27
2	-65,0	$5,623 \cdot 10^{-4}$	0,126	0,14	0,072	0,07
3	-59,0	$1,122 \cdot 10^{-3}$	0,252	0,23	0,145	0,23
4	-55,0	$1,778 \cdot 10^{-3}$	0,40	0,40	0,23	0,23
5	-56,5	$1,496 \cdot 10^{-3}$	0,337	0,33	0,194	0,03

De acuerdo con la tabla, los valores de la columna 4ª se aproximan más a los valores de la columna 5ª que los de la 6ª a la 7ª. Por tanto podemos tomar como válido el índice de modulación 5,5201. Por otra parte se verifica que, de haber sido $\beta = 8,6531$, la componente frecuencial con valor máximo sería la séptima en lugar de la cuarta.

Por tanto la desviación de frecuencia será $\Delta f = \beta \cdot f_m = 5,5201 \cdot 900 = 4968 \text{ Hz}$.

c) Como la frecuencia 11,999 102 MHz se ha obtenido con el contador, la incertidumbre se obtiene mediante la expresión “ $\pm 5 \cdot 10^{-7}$ of center frequency $\pm 10 \text{ Hz} \pm 1 \text{ LSB}$ ”, lo que representa:

$$\text{Inc} = \pm(5 \cdot 10^{-7} \cdot 12 \cdot 10^6 \text{ Hz} + 10 \text{ Hz} + 1 \text{ Hz}) = \pm 17 \text{ Hz}$$

en partes por millón $\pm 17 / 11,999102 \cdot 10^6 = \pm 1.4 \text{ ppm}$. A esta cantidad hay que añadir la deriva a largo plazo del oscilador local, $\pm 2 \text{ ppm/año}$, lo que representa $\pm(1.4 + 2) = \pm 3.4 \text{ ppm}$, que en Hz supone $\pm 3.4 \cdot 10^{-6} \cdot 11,999102 \cdot 10^6 = \pm 41 \text{ Hz}$.

En cuanto a la incertidumbre de la medida del nivel de potencia, $-56,3 \text{ dBm}$, se debe tener en cuenta el nivel de referencia, que es $-30,0 \text{ dBm}$. La diferencia representa $-56,3 \text{ dBm} - (-30,0) \text{ dBm} = -26,3 \text{ dBm}$. Por tanto la incertidumbre, en primera aproximación, será $\pm 1 \text{ dB} / 10 \text{ dB} \cdot 26,3 \text{ dBm} = \pm 2,6 \text{ dB}$. Como se encuentra dentro del rango de 70 dB, el valor máximo es de $\pm 2 \text{ dB}$. Por tanto la incertidumbre del nivel medido es de $\pm 2 \text{ dB}$.