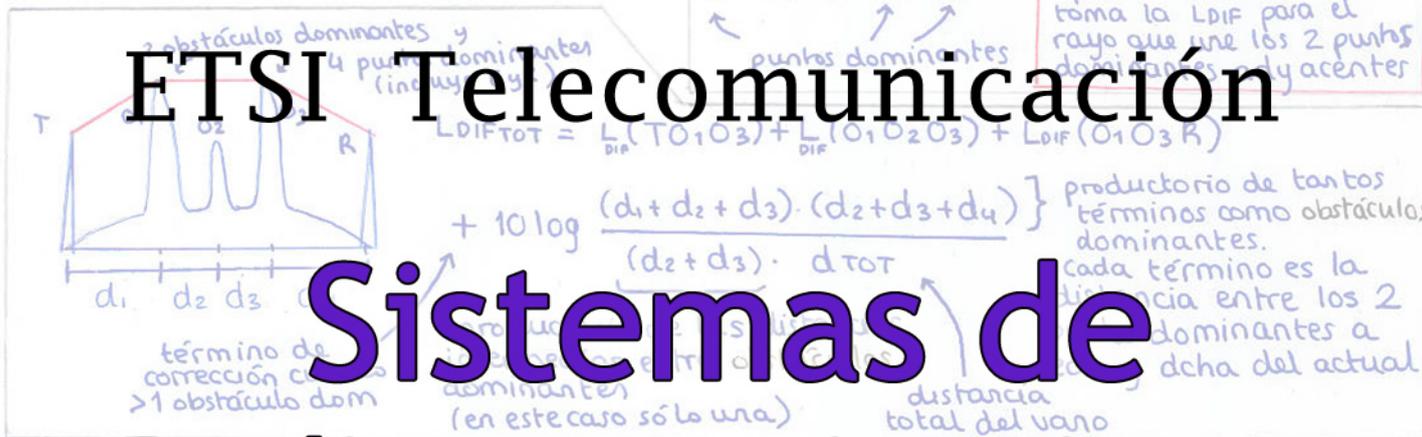
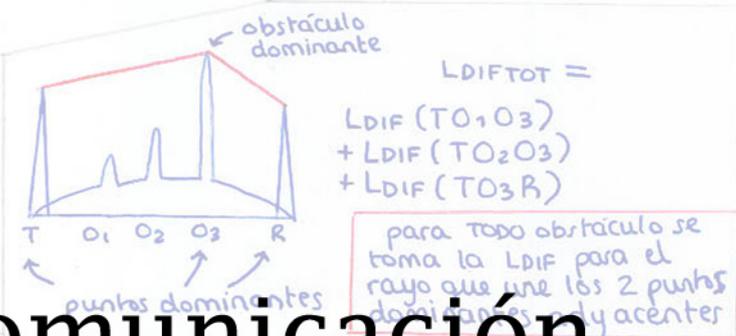
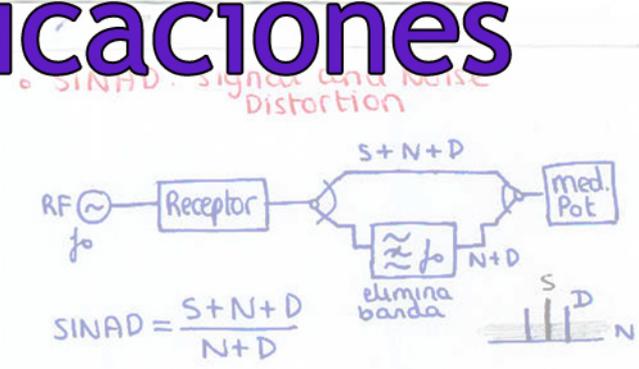
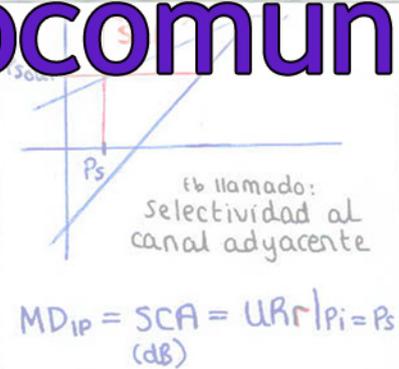


• varios obstáculos : LDIF TOTAL

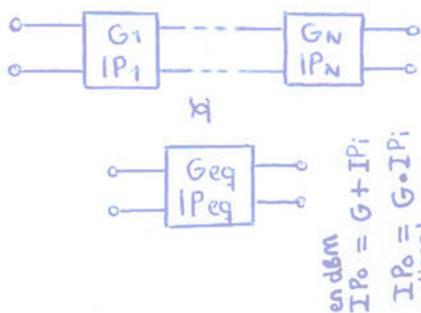


ETSI Telecomunicación

Sistemas de Radiocomunicaciones



• Punto de intercepción equivalente de cuádrupolos en cascada



Fórmulas EN LINEAL

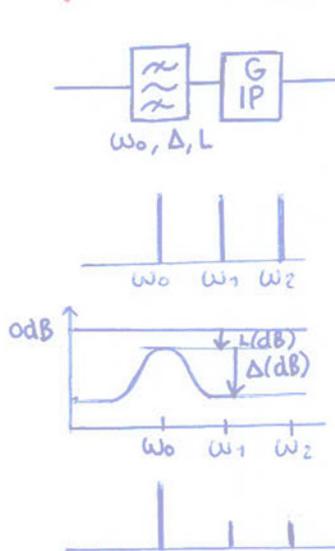
$$\left[\frac{1}{IP_{0(tot)}} \right]^q = \left[\frac{1}{IP_{0N}} \right]^q + \left[\frac{1}{G_N \cdot IP_{0N-1}} \right]^q + \dots + \left[\frac{1}{(G_N \dots G_2) IP_{01}} \right]^q$$

$$\left[\frac{1}{IP_{i(tot)}} \right]^q = \left[\frac{1}{IP_{i1}} \right]^q + \left[\frac{G_1}{IP_{i2}} \right]^q + \dots + \left[\frac{(G_1 G_2 \dots G_{N-1})}{IP_{iN}} \right]^q$$

siendo $q = \frac{m-1}{2}$

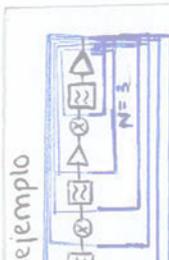
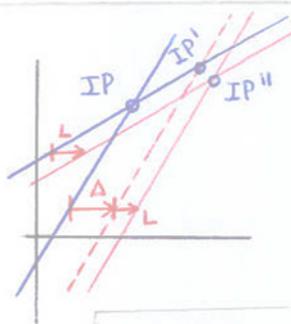
ii en lineal !! siend G en pot!! G = 10^{6/10}

• Efecto de la selectividad sobre el IP

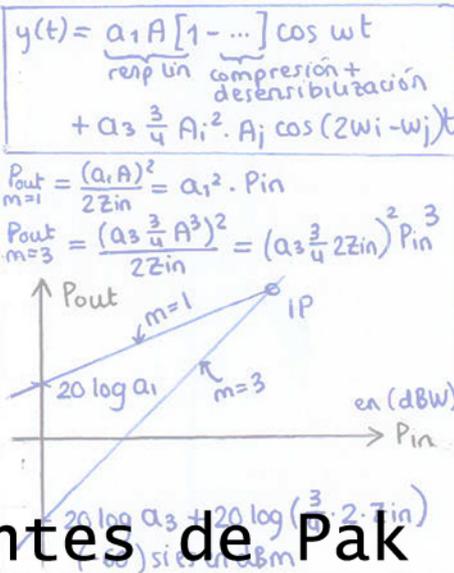


IP_{i''} = IP_i + $\frac{(m-1)}{2} \Delta + L$

ii en dBm / dB !!



Anexo: respuesta lineal + prod interm orden 3 (TIPICO)



Sistemas de Radiocomunicaciones

Apuntes de Pak (Fco. J. Rodríguez Fortuño)
ETSI Telecomunicación. Universidad Politécnica de Valencia.
Segundo cuatrimestre de 3^{er} curso
Curso 2005/2006

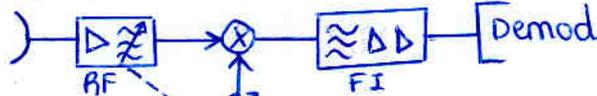
Contenido

- Referencia rápida
- Apuntes de la asignatura
- Problemas

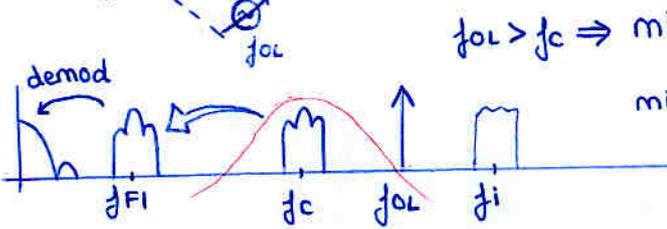
Fecha de última actualización: 30 Marzo 2008

Tema 1 - Transmisores y receptores

Superheterodino



$f < 30\text{MHz} \rightarrow$ entorno ruidoso no usa LNB
 $f > 30\text{MHz} \rightarrow$ si LNB

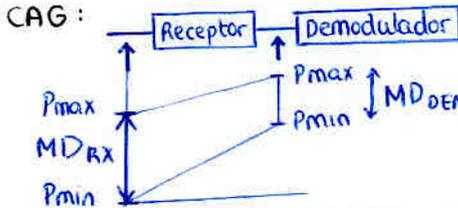
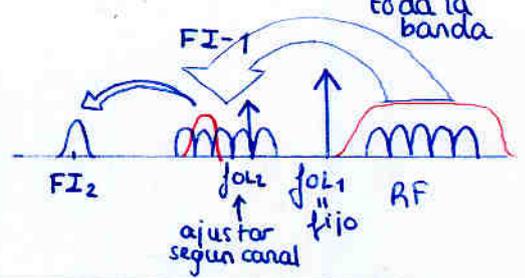


$f_{OL} > f_c \Rightarrow$ minimiza $\frac{f_{max}}{f_{min}}$
 \downarrow
 minimiza $\frac{C_{max}}{C_{min}}$

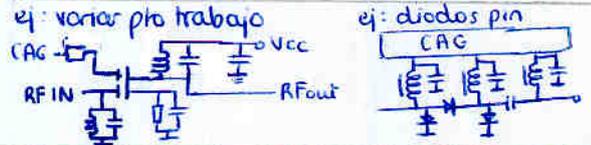
Diplexor Duplexor Circulador



Superheterodino de doble conversión

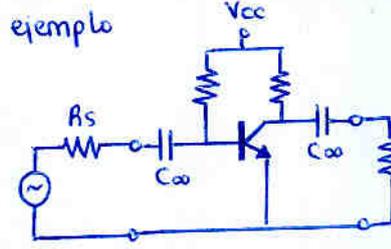
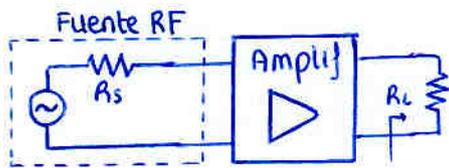


normalmente $MD_{RX} \gg MD_{DEM}$
 el C.A.G comprime el margen dinámico variando la ganancia de los amplificadores



Tema 3 - Ruido

Amplificadores RF



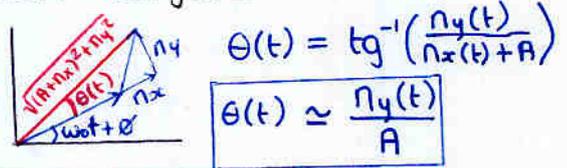
modelo de ruido $\Rightarrow P_{ON}$: pot ruido salida
 modelo no ruido $\Rightarrow P'_{ON}$
 $F = \frac{P_{ON}}{P'_{ON}}$

ruido térmico $G(f) = 4kTR [V^2/Hz]$
 ruido shot $G(f) = 2qI [A^2/Hz]$
 $E[n^2] = \int Gen(f) df = Gen(f) \cdot \Delta f$

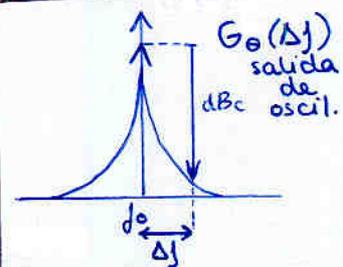
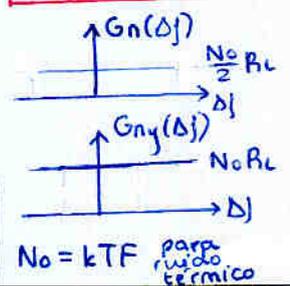
se obtiene: $F = 1 + \frac{1}{R_s} [r_{bb} + \frac{r_e}{2}] + R_s \cdot \frac{qI_b}{2kT}$

Diseño óptimo F_{min} : $\frac{\partial F}{\partial R_s} = 0 \Rightarrow R_{s\text{optimo}} = \sqrt{\frac{2kT}{qI_b} (r_{bb} + \frac{r_e}{2})}$
 $\frac{\partial F}{\partial I_c} = 0 \Rightarrow I_{c\text{optimo}} = \frac{kT}{qR_s} \sqrt{\beta}$

Ruido de fase



$G_\theta(\Delta f) = \frac{G_{ny}(\Delta f)}{A^2}$
 $f = f_0 + \Delta f$



oscilador ruidoso:

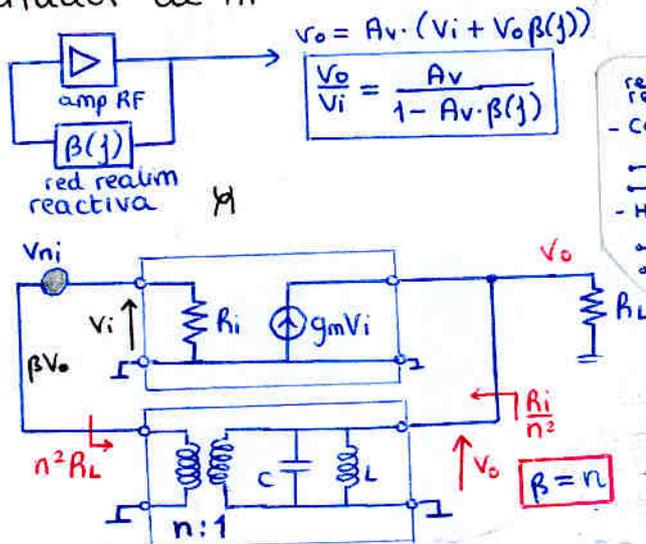
$V_o = g_m \cdot V_i \cdot Z(f)$ siendo $V_i = V_{ni} + n \cdot V_o$
 $V_{ni} = \sqrt{kTBR_i} [V/\sqrt{Hz}]$

se obtiene $N_o = \frac{kTF}{4Q^2} \frac{f_0^2}{(\Delta f)^2}$ $G_{ny}(\Delta f) = N_o R_L$

$G_\theta(\Delta f) = \frac{G_{ny}}{A^2} = \frac{kTF}{P} \cdot \frac{1}{8Q^2} \cdot \frac{f_0^2}{\Delta f^2}$

$f_0 \uparrow, F \uparrow, Q \downarrow \Rightarrow G_\theta \uparrow$ $G_\theta(\Delta f) \propto \frac{1}{(\Delta f)^2}$

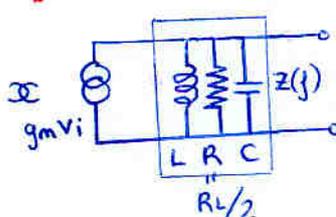
Oscilador de RF



- red de realim:
 - Colpitts
 - Hartley

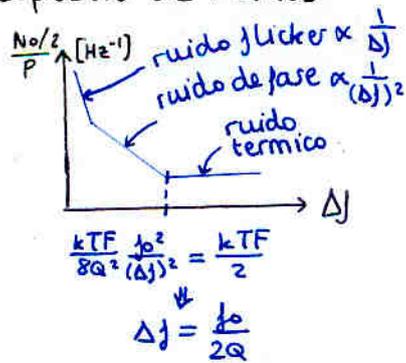
$V_o = g_m V_i (R_L // \frac{R_i}{n^2}) = g_m V_i \frac{R_L}{2} \Rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_i} = g_m \frac{R_L}{2}$

adaptación $R_L = \frac{R_i}{n^2} \Rightarrow$ Condición oscilación $A_v \beta = 1 \Rightarrow g_m \frac{R_L}{2} n = 1$

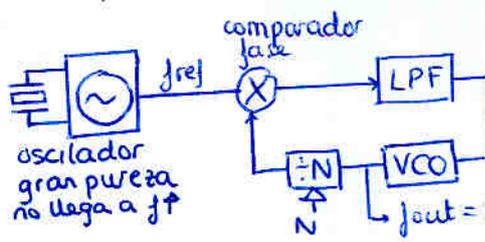


$Z(f) = \frac{R_L/2}{1 + 2jQ(\frac{\Delta f}{f_0})}$ $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
 $Q = \frac{R_L/2}{2\pi f_0 L}$

Espectro de ruidos



PLL para mejorar la pureza espectral

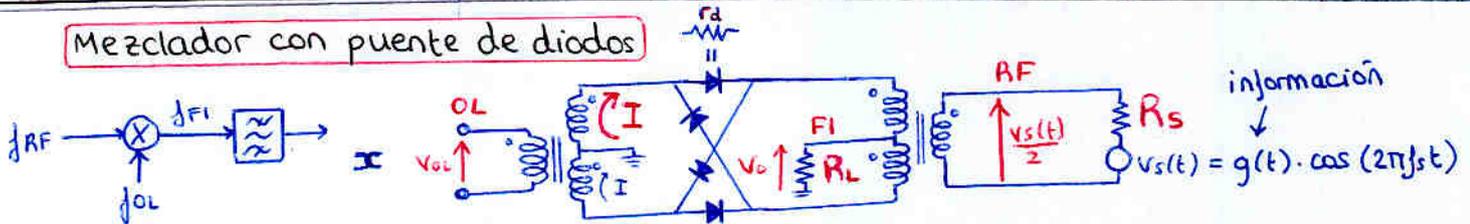


El ruido de fase a la salida

$$\Theta_2(s) = \Theta_1(s) \cdot \frac{H(s)}{\text{pasa bajo}} + \Theta_{VCO}(s) \cdot \frac{(1-H(s))}{\text{pasa alto}} \approx 0$$

$\Theta_2(s) \approx \Theta_1(s) \rightarrow$ alta pureza espectral

Mezclador con puente de diodos



analizándolo se obtiene, aparte de otros términos a otras frecuencias

pero ni f_{OL} ni $f_{RF} \rightarrow$ aislamiento teórico infinito

$$V_o(t)|_{FI} = \frac{-2 \cdot R_L \cdot g(t)}{\pi \left(R_s + R_L + \frac{r_d}{2} \right)} \cos(\omega_o - \omega_s)t \approx -\frac{g(t)}{\pi} \cos(\omega_o - \omega_s)t$$

$R_s = R_L \gg \frac{r_d}{2}$
adaptación

$$G_c = \frac{\text{amplitud salida}}{\text{amplitud entrada}} = \frac{-g(t)/\pi}{g(t)/2}$$

$$G_c = 10 \log\left(\frac{2}{\pi}\right) \approx -4 \text{ dB}$$

Análisis de distorsión

se obtiene



si $R \uparrow$ $\left\{ \begin{array}{l} IP \uparrow \text{ bueno} \\ G_c \downarrow \text{ malo} \end{array} \right.$

$$V_s(t) \rightarrow y(t) = [a_1 \cdot V_s(t) + a_3 V_s^3(t)] \cdot \cos \omega_o t$$

$g(t) \cdot \cos(\omega_s t)$
 recuerda hacer $\cos(\omega_s t) \cdot \cos \omega_o t$ al calcular $y(t)$

$$a_1 = \frac{-8 R_L}{\pi R_{xc}}$$

$$\text{con } R_{xc} = \frac{kT}{qI} + 2 \left(R_s + R_L + \frac{r_d + R}{2} \right)$$

$$a_3 = \frac{8 kT R_L}{3 \pi I^3 q R_{xc}^4}$$

$$R_{xc} \approx 2 \cdot \left(R_s + R_L + \frac{R + r_d}{2} \right)$$

$$IP_{13} \text{ (dBm)} = 10 \log\left(\frac{q}{2kT} \cdot \frac{R_{xc}^3}{R_s} \cdot I^3\right) + 30 \text{ dBm}$$

$$G_c \text{ (dB)} = 20 \log\left(\frac{8}{\pi} \cdot \frac{R_L}{R_{xc}}\right)$$

Tema 2. Distorsión no lineal

Referencia trigonométrica

$$\begin{aligned} \sin(A \pm B) &= \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad \textcircled{1} \\ \cos(A \pm B) &= \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad \textcircled{2} \end{aligned}$$

sumando/restando adecuadamente las 2 versiones de ② se tiene:

$$\begin{cases} \cos u \cdot \cos v = \frac{1}{2} \cos(u-v) + \frac{1}{2} \cos(u+v) \\ \sin u \cdot \sin v = \frac{1}{2} \cos(u-v) - \frac{1}{2} \cos(u+v) \end{cases}$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\cos^3 = \cos \cdot \cos^2 = \cos \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \right)$$

con eso sale todo. ejemplo: $\cos \omega_1 t \cdot \cos^2 \omega_2 t = \cos \omega_1 t \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega_2 t \right)$
 $= \frac{1}{2} \cos \omega_1 t + \frac{1}{4} \cos(2\omega_2 - \omega_1)t + \frac{1}{4} \cos(2\omega_2 + \omega_1)t$

Distorsión armónica

Caso Ideal:

$$A \cos \omega t \xrightarrow{g(x)} y(t) = a_1 A \cos \omega t$$

$$g(x) = a_1 x \quad P_o = a_1^2 \cdot \frac{A^2}{2} = a_1^2 P_i$$

$$P_o \text{ (u.log)} = 20 \log a_1 + P_i \text{ (u.log)}$$

Ley cúbica

$$g(x) = a_1 x - a_3 x^3$$

$$y(t) = \left[a_1 A - \frac{3}{4} a_3 A^3 \right] \cos \omega t - \frac{a_3 A^3}{4} \cos 3\omega t$$

$$= a_1 A \left[1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right] \cos \omega t - \frac{a_3 A^3}{4} \cos 3\omega t$$

term. fund con respuesta lineal y no lineal

3º armónico

$$P_o \text{ term fund ley cúbica (u.log)} = 20 \log a_1 + P_i \text{ (u.log)} + 20 \log \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right)$$

nivel de compresión a 1dB: $20 \log \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A_{1dB}^2 \right) = -1 \text{ dB}$

en ley cúbica $\Rightarrow P_{1dB} \approx P_i - 10 \text{ dB}$

Ley cuadrática

$$A \cos \omega t \xrightarrow{g(x)} y(t)$$

$$g(x) = a_1 x + a_2 x^2$$

$$y(t) = \frac{a_2 A^2}{2} + a_1 A \cos \omega t + \frac{a_2}{2} A^2 \cos 2\omega t$$

c.c. term fund 2º armónico

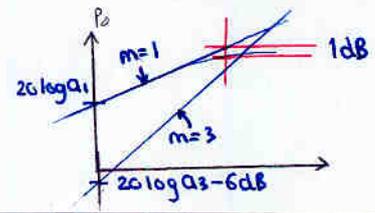
$$P_o = P_i + 20 \log a_1$$

$$P_o^{2º \text{ arm}} = \frac{\left(\frac{a_2 A^2}{2} \right)^2}{2} = \frac{a_2^2}{2} \cdot \left(\frac{A^2}{2} \right)^2 = \frac{a_2^2}{2} \cdot P_i$$

m=2 cruce eje P_o

$$P_o^{2º \text{ arm}} \text{ (u.log)} = 2 \cdot P_i \text{ (u.log)} + 20 \log a_2 - 3 \text{ dB}$$

$$P_o^{3º \text{ arm}} \text{ (u.log)} = 20 \log a_3 - 6 \text{ dB} + 3 \cdot P_i \text{ (u.log)}$$



Distorsión de intermodulación

$$x(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t \xrightarrow{g(x)} y(x)$$

$$g(x) = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

Lo más peligroso son los productos de intermodulación de orden impar (que pueden caer en banda) como $|a_1| > |a_2| > |a_3| > \dots$ es el orden 3

El term fund nos queda:

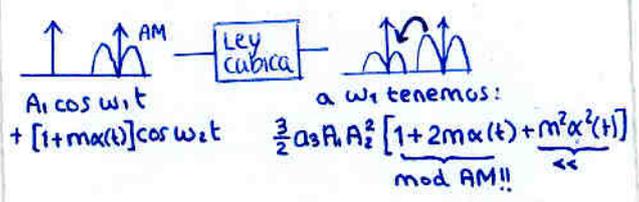
$$y(t) = a_1 A_1 \left[1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A_1^2 - \frac{3}{2} \frac{a_3}{a_1} A_2^2 \right] \cos \omega_1 t$$

compresión $A_2 \uparrow \rightarrow \frac{3}{2} \frac{a_3}{a_1} A_2^2$

El prod. interm peligroso de orden 3 queda

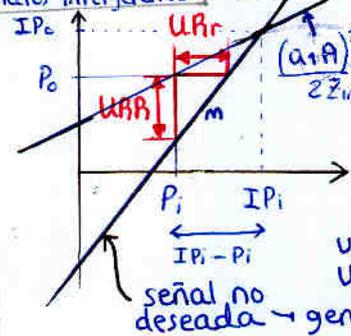
$$y(t) = a_3 \cdot \frac{3}{4} A_1 A_2^2 \cos(2\omega_2 - \omega_1)t$$

Modulación cruzada (Cross-Talk)



- Respuesta fundamental:
 - lineal: $a_1 A_1 \cos \omega_1 t + a_1 A_2 \cos \omega_2 t$
 - distorsión no cruzada: $a_3 \cdot \frac{3}{4} A_1^3 \cos \omega_1 t + a_3 \cdot \frac{3}{4} A_2^3 \cos \omega_2 t$
 - cruzada: $\frac{3}{2} a_3 A_1 A_2^2 \cos \omega_1 t + \frac{3}{2} a_3 A_1^2 A_2 \cos \omega_2 t$
 - Términos de 2º orden:
 - armónicos: $a_2 \cdot \frac{A_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t + a_2 \cdot \frac{A_2^2}{2} \cos 2\omega_2 t$
 - productos intermod: $a_2 A_1 A_2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t + a_2 A_1 A_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t$
 - Términos de 3º orden:
 - armónicos: $a_3 \cdot \frac{A_1^3}{4} \cos 3\omega_1 t + a_3 \cdot \frac{A_2^3}{4} \cos 3\omega_2 t$
 - productos intermod: $a_3 \cdot \frac{3A_1^2 A_2}{4} \cos(2\omega_1 + \omega_2)t + a_3 \cdot \frac{3A_1 A_2^2}{4} \cos(2\omega_1 - \omega_2)t + a_3 \cdot \frac{3A_1 A_2^2}{4} \cos(2\omega_2 + \omega_1)t + a_3 \cdot \frac{3A_1^2 A_2}{4} \cos(2\omega_2 - \omega_1)t$
- señal no deseada $\approx \omega_1$

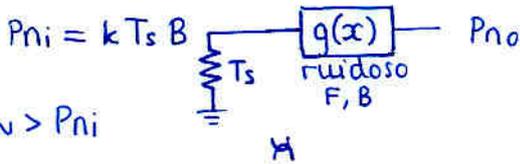
desensibilización suma el término tantas veces como señales interferentes



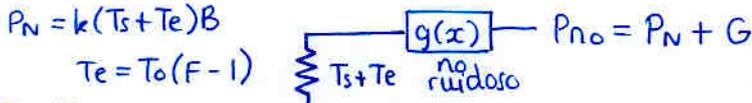
$$\begin{aligned} URr|_{P_i} &= (m-1) [IP_i - P_i] \\ &= (m-1) [IP_o - P_o] \\ URr|_{P_o} &= \frac{(m-1)}{m} [IP_i - P_i] \end{aligned}$$

URr: relación rechazo a salida
 URi: relación rechazo a entrada
 generalmente prod. interm 3º orden

• Potencia de ruido equivalente a la entrada



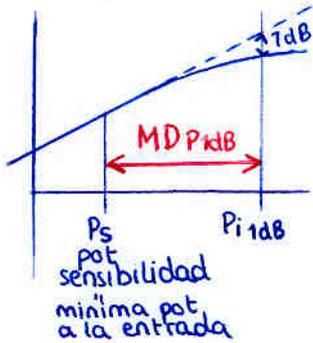
$P_N > P_{ni}$



si $T_s = T_o$
 $\Rightarrow P_N = k T_o B F$

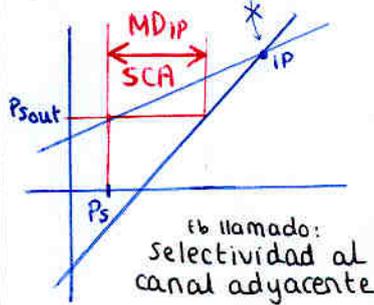
• Margen dinámico: intervalo de potencia para que el sistema funcione. Hay diversos criterios

• margen dinámico del nivel de compresión



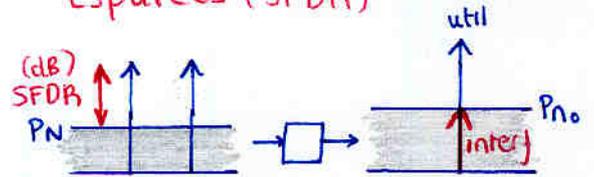
$MD_{pkdB} = P_{1dB} - P_s$ (dB)

• margen dinámico del punto de intercepción

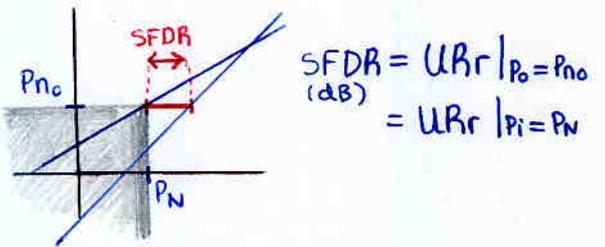


$MD_{IP} = SCA = UR_r | P_i = P_s$ (dB)

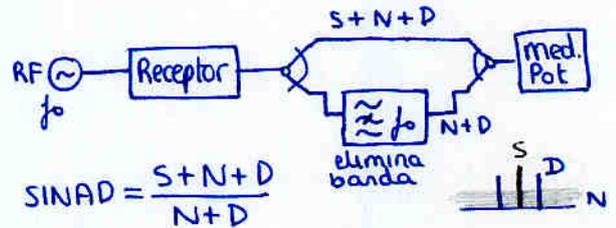
• Margen dinámico libre de espúreos (SFDR)



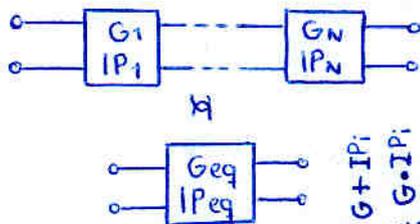
SFDR: margen de entrada por encima de la pot ruido equivalente dentro del cual pueden estar las señales para que a la salida estén por debajo del ruido (no estén)



• SINAD: Signal and Noise Distortion



• Punto de intercepción equivalente de cuádrupolos en cascada



Fórmulas EN LINEAL

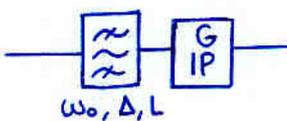
$\left[\frac{1}{IP_{o(tot)}} \right]^q = \left[\frac{1}{IP_{oN}} \right]^q + \left[\frac{1}{G_N \cdot IP_{oN-1}} \right]^q + \dots + \left[\frac{1}{(G_N \dots G_2) IP_{o1}} \right]^q$

$\left[\frac{1}{IP_{i(tot)}} \right]^q = \left[\frac{1}{IP_{i1}} \right]^q + \left[\frac{G_1}{IP_{i2}} \right]^q + \dots + \left[\frac{(G_1 G_2 \dots G_{N-1})}{IP_{iN}} \right]^q$

siendo $q = \frac{m-1}{2}$

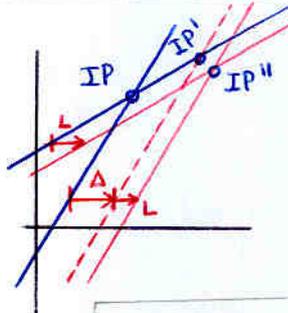
ii en lineal !! siendo G en pot!! $G = 10^{dB/10}$

• Efecto de la selectividad sobre el IP



Atenuamos señales ANTES de meterse en la no linealidad.

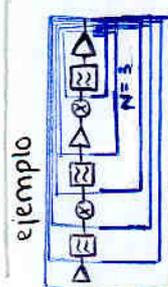
Pto vista del sistema equiv: parece obvio desplazar la recta de intermod Δ dB en el eje de entrada, y ambas L dB



$IP_i'' = IP_i + \frac{(m)}{(m-1)} \Delta + L$

IP_i'

ii en dBm / dB !!



Anexo: respuesta lineal + prod interm orden 3 (TIPICO)

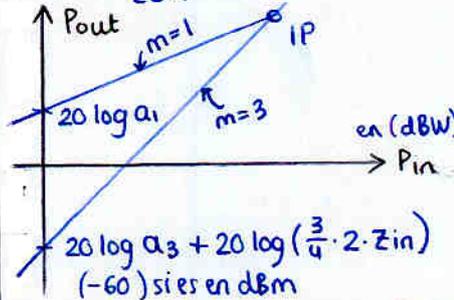
$y(t) = a_1 A [1 - \dots] \cos \omega t$

resp lin compresión + desdistribución

$+ a_3 \frac{3}{4} A_i^2 \cdot A_j \cos(2\omega_i - \omega_j)t$

$P_{out, m=1} = \frac{(a_1 A)^2}{2Z_{in}} = a_1^2 \cdot P_{in}$

$P_{out, m=3} = \frac{(a_3 \frac{3}{4} A^3)^2}{2Z_{in}} = (a_3 \frac{3}{4} 2Z_{in})^2 P_{in}^3$

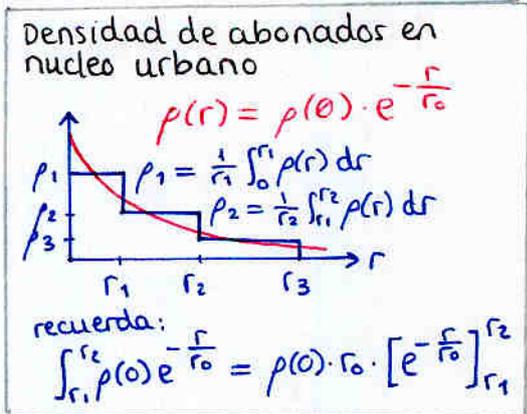


Tema 4. Sistemas de comunicaciones móviles

- Tráfico** A [Erlangs] \equiv Tráfico
 N \equiv n° canales
 p_b \equiv prob. bloqueo } Tabla Erlang - B
 $p_b = f(A, N)$

$$\rho_A [E/km^2] = \frac{A [E]}{S [km^2]} = \rho [AB/km^2] \cdot e [E/AB]$$

densidad de tráfico
densidad de abonados
tráfico medio por abonado



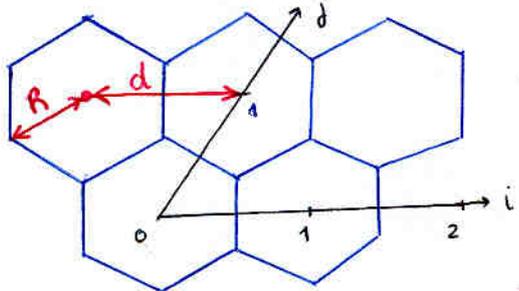
Aprovechando atenuación se reutilizan canales (frecuencias) en cada agrupación de celdas

↓

La base de la teoría celular

$$N_{\text{canales por celda}} = \frac{N_{\text{canales totales}}}{J}$$

Geometría celular



$$S_{\text{celda}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2$$

Distancia entre centros = $R \cdot \sqrt{3(i^2 + j^2 + ij)}$ $d = R\sqrt{3}$

$$D = R \cdot \sqrt{3J}$$

- Agrupaciones: J : celdas por agrupación
- lado del rombo cocanal
 - radio de corona cocanal
 - distancia entre celdas que comparten frecuencia

Factor de reutilización de la frecuencia

• depende de J o de la relación D/R , pero ni de D ni de R exclusivamente

$$q = \frac{D}{R} = \sqrt{3J}$$

Dimensionado celular

$N \rightarrow R$ $\left. \begin{array}{l} \rho [AB/km^2] \\ e [E/AB] \end{array} \right\} \rho_A [E/km^2]$ $\left. \begin{array}{l} N [\text{canales}] \\ p_b [\%] \end{array} \right\} E-B$ \rightarrow $S_{\text{celda}} = \frac{A_{\text{celda}}}{\rho_A} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 \rightarrow R$

$R \rightarrow N$ $\left. \begin{array}{l} R \rightarrow S_{\text{celda}} [km^2] \\ \rho_A [E/km^2] \end{array} \right\} A_{\text{sector}} = \rho_A \cdot S_{\text{celda}}$ $\left. \begin{array}{l} p_b (\%) \end{array} \right\} E-B \rightarrow N_{\text{min}}$

Planificación celular

En móviles lo que limita no es el ruido, son las interferencias

se debe cumplir $\frac{C}{I} > R_p \equiv$ Relación de protección = $\frac{C}{N_{\text{min}}} = 9\text{dB en GSM}$

$C = \beta \cdot \frac{P_t}{R^\alpha}$
 $I = 6 \cdot \beta \cdot \frac{P_t}{D^\alpha}$

$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} \left(\frac{D}{R}\right)^\alpha \Rightarrow J \geq \frac{[6 \cdot R_p]^{2/\alpha}}{3}$

α : exponente de propagación
 $\frac{D}{R} = q$

no de celdas interferentes se reduce con la sectorización

con sectorización $k=3$: $J \geq \frac{[2 \cdot R_p]^{2/\alpha}}{3}$

con sectorización $k=6$: $J \geq \frac{[R_p]^{2/\alpha}}{3}$

$J = i^2 + j^2 + ij = \{1, 3, 4, 7, 9, 12, 13, 16, 19, \dots\}$

Resumen:

- Interesa J suficientemente grande como para que la separación entre celdas de misma frec. permita tener suficiente $\frac{C}{I}$: $\frac{C}{I} > R_p \Leftrightarrow J \geq \frac{[6R_p]^{\frac{2}{\alpha}}}{3}$
- Una vez escogido este J; a mayor J \rightarrow un mismo n° de canales debe cubrir mayor área \rightarrow hay que comprobar especificaciones de tráfico

$\rho_A [E/km^2] > \rho_{Aobjetivo} [E/km^2]$ recuerda $N_{celda} = \frac{N_{total}}{J}$ $N_{sector} = \frac{N_{total}}{k \cdot J}$

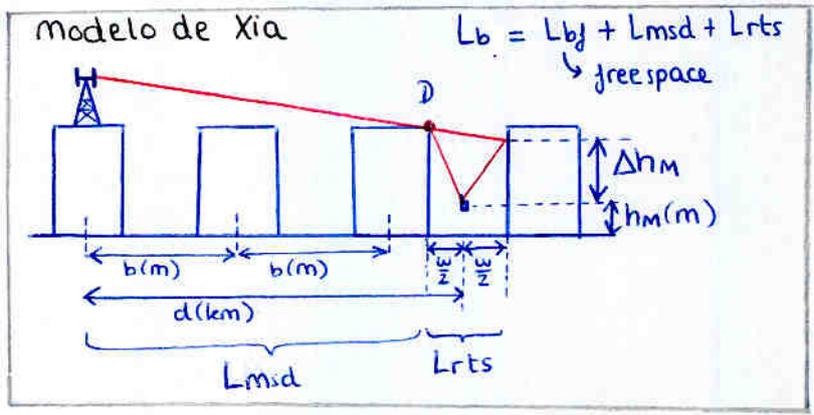
si no se cumple: **Aumento de la capacidad celular**

- Sectorización: **nomenclatura J/k.J** \Rightarrow mejora $\frac{C}{I}$ para misma J (triplica) \Rightarrow permite menor J para $\frac{C}{I} / \min = R_p$
ej: 4/12 $\Rightarrow k=3$
- Reducir B: subdivisión celular: **$R \div 2 \Rightarrow$ Superficie $\div 4 \Rightarrow NAB \times 4$**
- Picoceldas adicionales: añadir localmente canales **adicionales** (manteniendo los originales)
 $N \uparrow$ Erlang B $A \uparrow$

Entorno Radioeléctrico $P_r = \beta \cdot \frac{P_t}{d^\alpha} - \alpha \in [2,4]$ espacio libre multicamino **$L = \frac{P_T}{P_r} = k \cdot d^\alpha$**

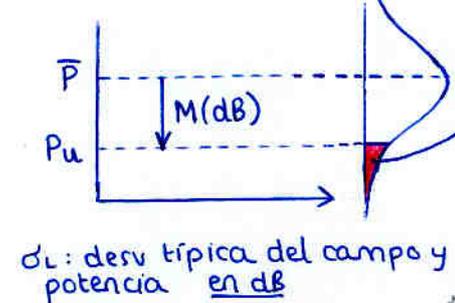
en la práctica obtenemos L con modelos

- Modelo Okumura-Hata
f (MHz)
h_b (m): altura estación base
d (km): distancia
a (hm): corrección por altura del terminal
a(15m)=0



Caracterización estadística del canal móvil

- Desvanecimiento lento: **distribución log-normal** \rightarrow distrib gaussiana de campo y pot en u. log



$p_{corte} = Q(k) = Q\left(\frac{M}{\sigma_L}\right)$

$M = \bar{E} - E_u = \bar{P} - P_u = k \cdot \sigma_L$

M(dB): margen de fading

cobertura temporal σ_T } M_T
cobertura perimetral σ_L } M_L
 $M = \sqrt{M_T^2 + M_L^2}$



- Desvanecimiento rápido **distribución Rayleigh**

$p_{cobertura} = e^{-\frac{1}{m}} = 1 - p_{corte}$ siendo $m = 10 \frac{M(dB)}{m}$

duración media de desvanecimiento: $p_{corte} = 1 - e^{-\frac{1}{m}} = \frac{N \cdot T}{[desv/s] [s]}$ siendo $N = \sqrt{\frac{2\pi}{m}} \cdot \frac{v}{\lambda} e^{-\frac{1}{m}}$ v: velocidad del móvil [m/s] $\lambda = \frac{c}{f}$

Ancho de banda de coherencia $B_c = \frac{1}{2\pi \Delta t_d}$ \leftarrow dispersión temporal
si $B_c < B$ freq hopping

• Desvanecimiento rápido + lento **Rayleigh-Log-normal**
gráfica: $p_{cobertura} = f(M(dB), \sigma(dB))$

Balance de potencias

caso peor:

- entrada al recep S en antena Pu

Pot de Sensibilidad S en receptor GSM

$$S(\text{dBm}) = 10 \log(k T_o 10^3) + 10 \log V_b + \frac{F_r}{\eta_r} + \frac{E_b}{N_o} \Big|_{\text{min}}$$

$\begin{matrix} \text{L} - 102 \text{ dBm en movil} \\ \text{L} - 104 \text{ dBm en estacion base} \end{matrix}$

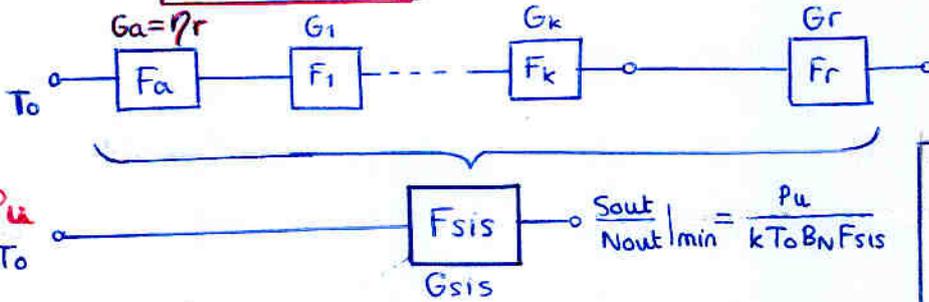
 $\begin{matrix} \text{movil } 10 \text{ dB} \\ \text{estacion } 8 \text{ dB} \end{matrix}$

 $\frac{E_b}{N_o} \Big|_{\text{min}} = 8 \text{ dB}$



cuadripolo equivalente con To a la entrada

$$F_a = \frac{T_a}{T_o} + \left(\frac{1}{\eta_r} - 1\right)$$



Degradación por ruido:

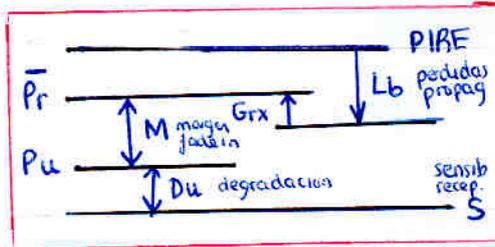
$$D_u(\text{dBm}) = P_u - S = F_{sis} - F_r$$

Ecuación de tx



$$P_r = P_t + G_t - L_b + G_r$$

PIRE propág



$$P_r = \bar{P} > P_u + M$$

hacemos

$$F_{sis} = F_a + \frac{F_1 - 1}{\eta_r} + \dots + \frac{F_k - 1}{\eta_r G_1 \dots G_{k-1}} + \frac{F_r - 1}{\eta_r G_1 \dots G_k}$$

en estación movil ηr = 1 en UHF

Ta ηr → LAA → Fr → receptor

Fsis = Fa - 1 + Fr · LAA

en estación base

Ta ηr → LAA → GA → FA → LMA → Fr

Fsis = Fa - 1 + FA LAA + LAA GA (Fr · LMA - 1)

NOTA: Gi = G (respecto a isotropica)

Gd = G - 2'15 dB (dipolo 1/2)

↓

PIRE = PRA + 2'15 dB

Resumen Comunicaciones móviles

PIRE = Pt + Gt

Pr = PIRE - Lprop + Gr

Pr = P̄ > Pu + M

Pu = S + Du

Du = Fsis - Fr

Fris

$\frac{C}{Z} = \frac{1}{6} \left(\frac{D}{R}\right)^{\alpha} > R_p$
 $J \geq \frac{[6 R_p]^{\frac{2}{\alpha}}}{3}$
 6 si k=1
 2 si k=3
 1 si k=6

$D = R \sqrt{3J} \leftrightarrow q = \frac{D}{R}$
 $S_{celda} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2$

$P_A [E/km^2] \begin{cases} e [E/AB] \\ p [AB/km^2] \\ p(r) = p_o e^{-\frac{r}{T_o}} \end{cases}$
 PA > PAobj?

- sectorización J/kJ
- subdivisión celular R ÷ 2 ⇒ NAB x 4
- pico celdas N ↑

Erlang B [A, Pb]
 Erlang N [A, Pb]

slow fading log normal
 fast fading Rayleigh
 Poberb = 1 - Q(√(2)) = 1 - Q(k)
 Poberb = e^{-m} m = 10 log
 Poberb = e^{-m} m = 10 log
 Poberb = e^{-m} m = 10 log

Tema 5 - Radioenlaces Digitales

Propagación radioeléctrica

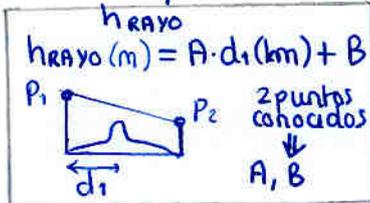
$$L_{PROP} = FSL(dB) + LDIF(dB)$$

FSL: $FSL(dB) = 92.45 + 20 \log d(km) + 20 \log f(GHz)$

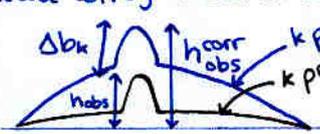
LDIF →

despejamiento:

$$h_m = h_A - h_{obs}^{corr}$$



altura corregida del obstáculo



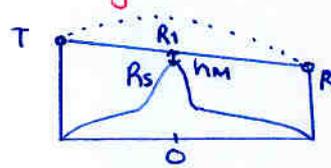
$$h_{obs}^{corr} = h_{obs} + \Delta b_k$$



tipico $k_{perfil} = \infty$
 $\Delta b_k = b_k$

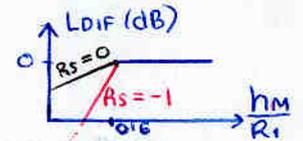
$$\Delta b_k = 0.07849 \cdot d_1(km) \cdot d_2(km) \cdot \left[\frac{1}{k_{prob}} - \frac{1}{k_{perfil}} \right]$$

difracción en 1 obstáculo



$\frac{h_m}{R_1} \equiv$ despejamiento normalizado
 $R_s \equiv$ factor de reflexión en obstáculo

$$\frac{h_m}{R_1} > 0.6 \Rightarrow LDIF = 0dB$$

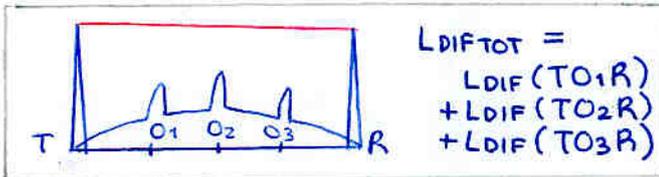


$$\frac{h_m}{R_1} < 0.6 \Rightarrow LDIF(TOR) = [1.6 R_s^2 - 21.7 R_s + 10] \left(0.6 - \frac{h_m}{R_1} \right) dB$$

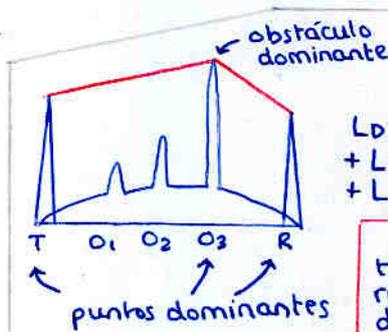
radio de la 1ª zona de Fresnel

$$R_1(m) = 17.32 \sqrt{\frac{d_1(km) \cdot d_2(km)}{f(GHz) \cdot [d_1 + d_2](km)}}$$

varios obstáculos: LDIF TOTAL

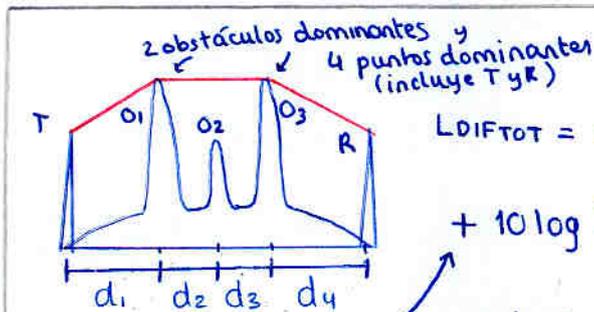


$$LDIF_{TOT} = LDIF(TO_1R) + LDIF(TO_2R) + LDIF(TO_3R)$$



$$LDIF_{TOT} = LDIF(TO_1O_3) + LDIF(TO_2O_3) + LDIF(TO_3R)$$

para todo obstáculo se toma la LDIF para el rayo que une los 2 puntos dominantes adyacentes



$$LDIF_{TOT} = L_{DIF}(TO_1O_3) + L_{DIF}(O_1O_2O_3) + L_{DIF}(O_1O_3R)$$

$$+ 10 \log \frac{(d_1 + d_2 + d_3) \cdot (d_2 + d_3 + d_4)}{(d_2 + d_3) \cdot d_{TOT}}$$

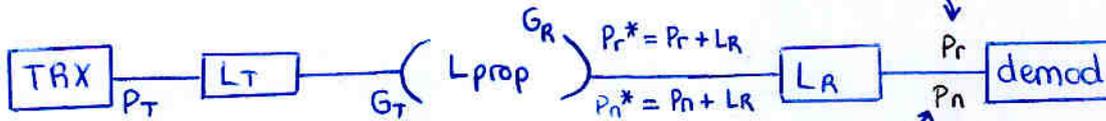
productorio de las distancias intermedias entre obstáculos dominantes (en este caso sólo una) → distancia total del vano

productorio de tantos términos como obstáculos dominantes. Cada término es la distancia entre los 2 puntos dominantes a izda y dcha del actual

término de corrección cuando > 1 obstáculo dom

Análisis del radioenlace

$$PIRE(u.log) = P_T - L_T + G_T$$



todo en dBW
o en dBm;
pero NO mezclar
(dbm = dBW + 30)

$$P_r = PIRE - L_{prop} + G_R - L_R$$

$$L_{prop} = FSL + L_{DIF_{TOT}}$$

por defecto
 $L_{DIF_{TOT}} = L_R = L_T = 0$

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_N - 1}{G_1 G_2 \dots G_{N-1}}$$

si algun cuádrupolo es pasivo
 $F_i = 1 + \frac{T_{j15}}{T_0} (L - 1) = L$
 $T_{j15} = T_0$

caso general

$$P_n = 10 \log \left(\frac{kTB}{L_R} \right)$$

$$T = T_0 + T_a (F - 1)$$

$T = T_a$ equiv ruido suponiendo L_R no ruidoso

caso sencillo
 $T_a = T_0$
 $T = T_0 F$

$$P_n = 10 \log \left(\frac{kT_0 B F}{L_R} \right)$$

$$P_n (dBW) = -144 + 10 \log B (MHz) + F (dB) - L_R (dB)$$

Ganancia reflector parabólico
 $G (dB) = 20 \log D (m) \text{ diámetro} + 20 \log f (GHz) + 10 \log \eta (\text{tanto por } i) \text{ efic.} + 20 \cdot 4$

Relación portadora a ruido

$$\frac{C}{N} (dB) = P_r - P_n = P_r^* - P_n^*$$

pot. de ruido equivalente tras la antena
pot. señal real tras la antena

usaremos siempre este modelo, quitando los asteriscos.
Por tanto:

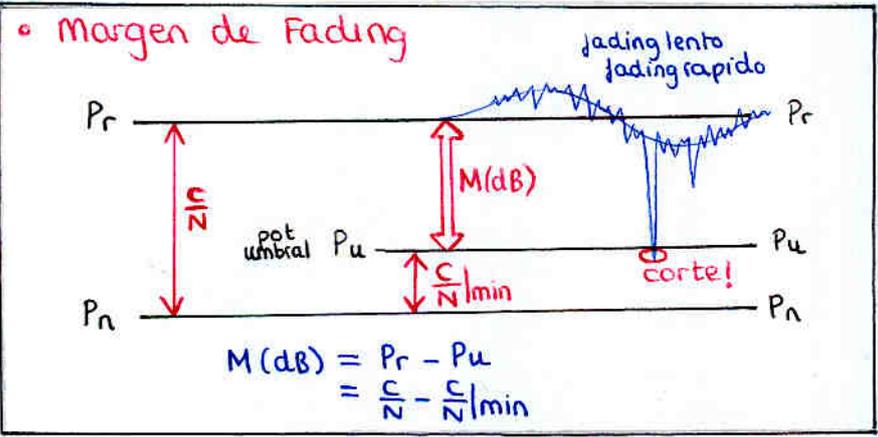
$$\frac{C}{N} (dB) = P_r - P_n$$

$$P_r = PIRE - L_{prop} + G_R$$

$$P_n = 10 \log (kTB) \text{ caso general}$$

$$P_n = -144 + 10 \log B + F \text{ caso simplificado}$$

Margen de Fading



Modelo semiempírico de Barnet

$$Prob_{corte} = 6 \cdot 10^{-7} \cdot a \cdot b \cdot f (GHz) \cdot d (km)^3 \cdot 10^{-\frac{M (dB)}{10}}$$

por def: $a = 1, b = \frac{1}{4}$

$$A_{disp} = 1 - Prob_{corte}$$

a: factor orográfico (terreno)
a = 4: liso y agua
a = 1: normal
a = 1/4: montañoso
b: factor climático
b = 1/2: húmedo (costa)
b = 1/4: normal (interior)
b = 1/8: muy seco

$\Delta f (%)$ y $s (m)$ son el parámetro de decorrelación

Diversidad

$$Prob_{corte}^{condiv} = \frac{Prob_{corte}^{sin div}}{I_d} \leftarrow \text{factor de mejora}$$

en frecuencia: $I_{fd} = \frac{0.8}{f (GHz) \cdot d (km)} \cdot \frac{\Delta f (%) \cdot 10^{\frac{M (dB)}{10}}}{f}$

en espacio: $I_{sd} = 12 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{f (GHz) \cdot (s (m))^2 \cdot 10^{\frac{M (dB)}{10}}}{d (km)}$

Modulaciones Digitales

⚠ TODAS estas fórmulas van en lineal !!! → cuidado con $\frac{C}{N}$ y $\frac{E_b}{N_0}$

Ancho de Banda

$$B_{FI} = \frac{F \cdot C_{FEC} \cdot V_{BIN}}{\log_2 M}$$

F: factor filtrado
C_{FEC}: forward error corr

$$G(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot x} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

NOTA: Para obtener $\frac{E_b}{N_0}$ a partir de BER no podemos despejar totalmente. ⇒ Despejar $\frac{E_b}{N_0}$ del exponente y resolver iterativamente

E_b/N₀

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N} \cdot \frac{F \cdot C_{FEC}}{\log_2 M}$$

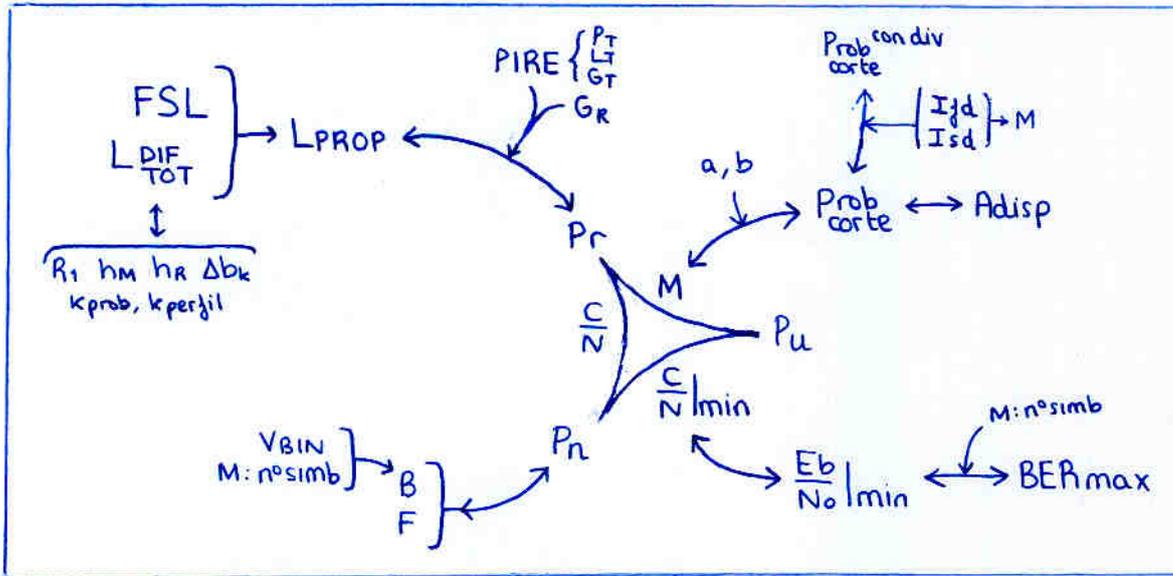
por def: $F \cdot C_{FEC} = 1.5$

BPSK: $BER = G \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right)$

M-PSK: $BER = \frac{2}{\log_2 M} G \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} \log_2 M \cdot \sin \frac{\pi}{M}} \right)$

M-QAM: $BER = \frac{4}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) G \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M-1} \cdot \frac{E_b}{N_0}} \right)$

Esquema de radioenlaces digitales

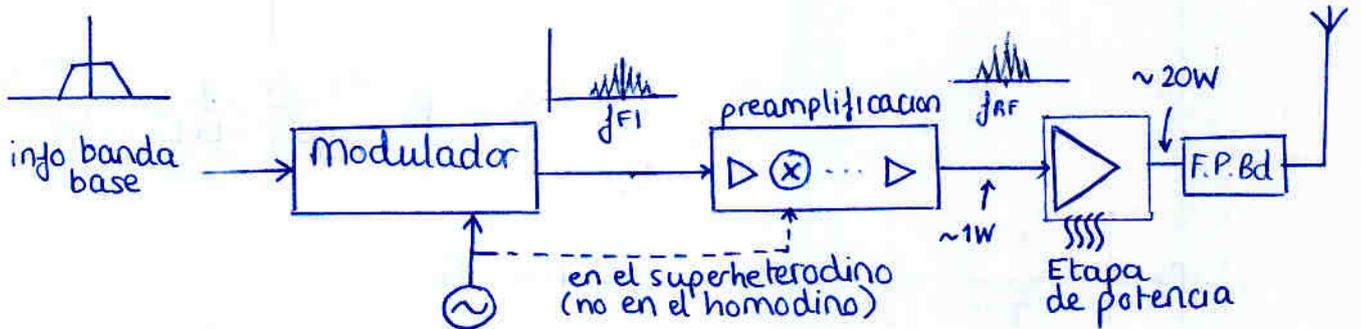


sistemas de Radiocomunicación

Apuntes Resumen

Tema 1 - Transmisores y Receptores

• Transmisores



Ademas:

- Redes de acoplo (adaptar impedancia)
- Medida de potencia salida, ROE, sobrecargas...
- C.A.F: Control Automático Frecuencia

Diplexor

- distintas frecuencias
- simultaneamente (full duplex)

ej: comunicaciones móviles

Duplexor

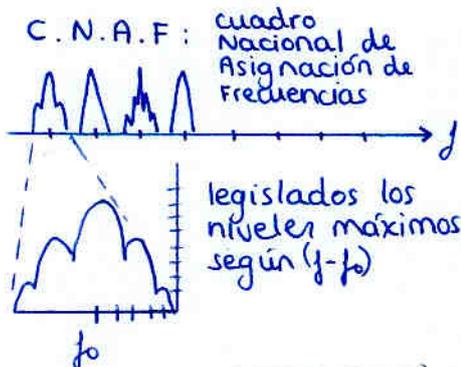
ej: radar
ej: Push To Talk

circulador

- full duplex
- misma frecuencia

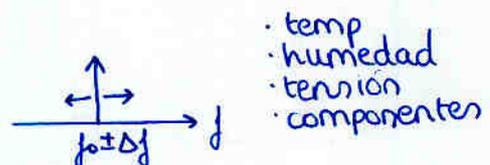
ej: radioenlace microondas

Frecuencia de emisión

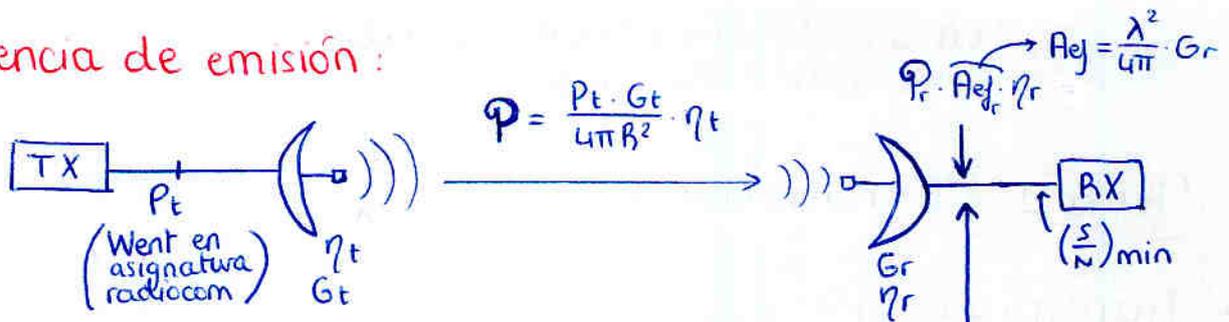


L.F.	30 kHz - 300 kHz
M.F.	(300 kHz - 3 MHz) 1 km - 100 m
H.F.	3 MHz - 30 MHz
<ul style="list-style-type: none"> • VHF • UHF • SHF 	

Estabilidad (de frecuencia emisión)

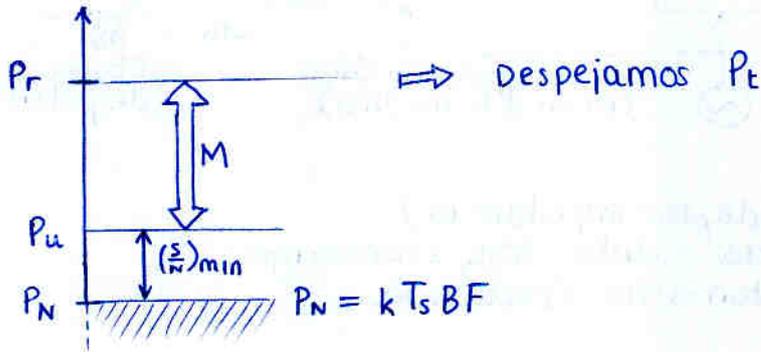


Potencia de emisión:



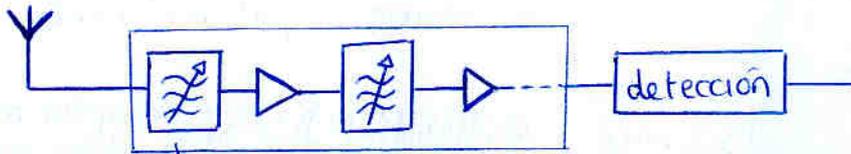
$$P_r = P_t \cdot \frac{G_t \cdot G_r}{\left(\frac{4\pi B}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{1}{L_t L_r}$$

$L_t = \frac{1}{\eta_t}$
 $L_r = \frac{1}{\eta_r}$



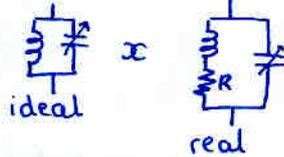
Receptores

de Radiofrecuencia Sintonizada (histórico)



Problema: filtros variables para ajustar canal deseado

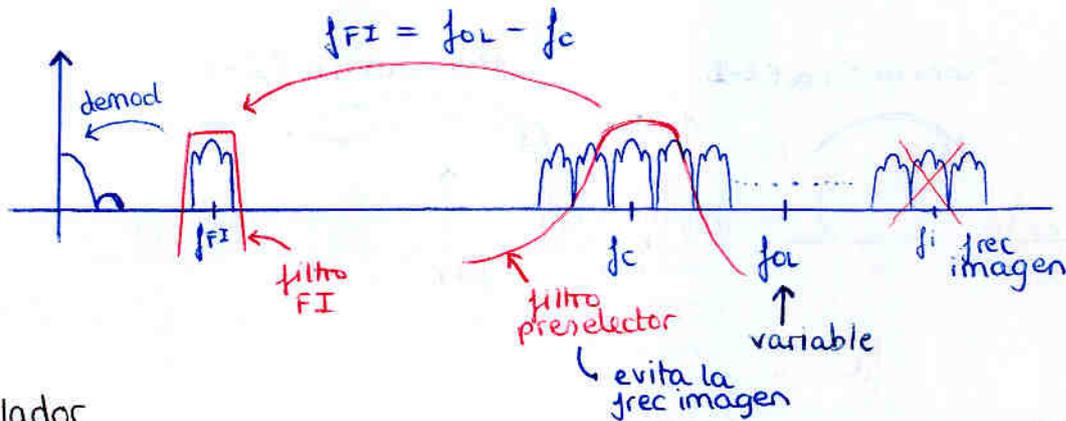
- la selectividad varia con la frec



$$B = \frac{f_0}{Q} = \frac{R(\omega)}{2\pi L} \neq \text{cte}$$

- filtros LC $Q_{\text{max}} \approx 500 \Rightarrow$ si f_c alta $\Rightarrow B_{\text{min}}$ alta! $B_{\text{min}} = \frac{f_0}{Q_{\text{max}}}$
a altas frec (RF) los filtros son poco selectivos.

Superheterodino



Mezclador



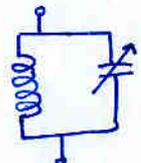
utiliza no linealidades para generar $|n f_0 \pm m f_c|$
Es el elemento más ruidoso de la cadena

Oscilador Local

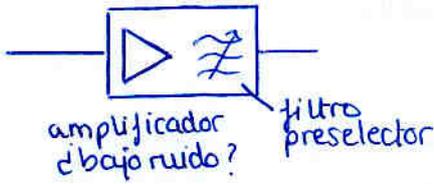
Se toma $f_{OL} > f_s \Rightarrow$ minimizar $\frac{f_{OL\text{max}}}{f_{OL\text{min}}}$ (i.e. rango que debe ser capaz de barrer el oscilador)

minimizar $\frac{C_{\text{max}}}{C_{\text{min}}}$

$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 \cdot L}$$

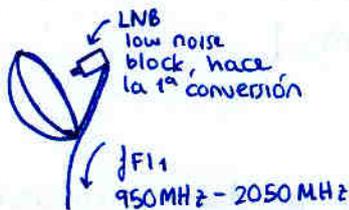
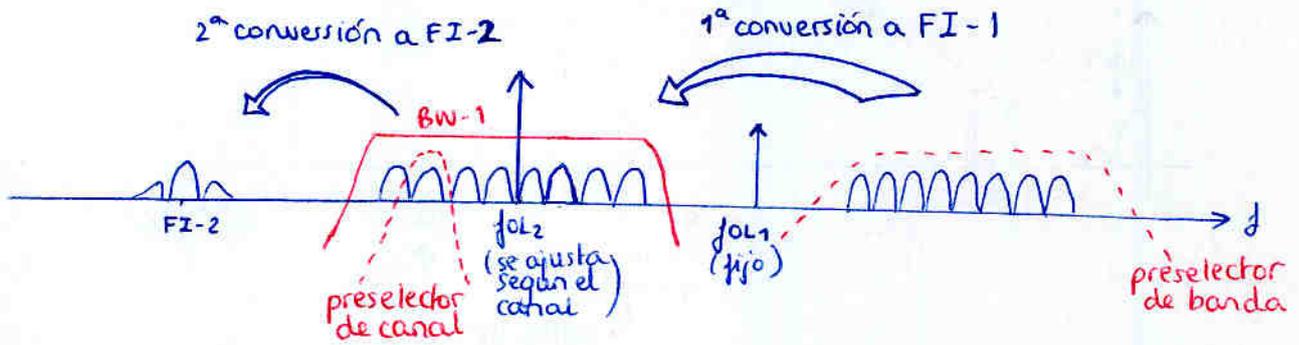
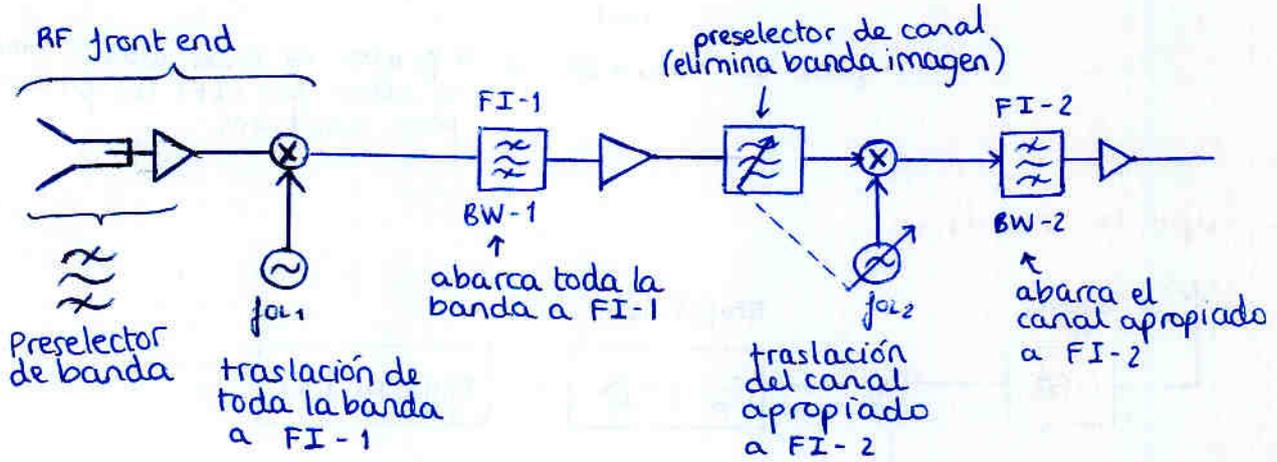


Etapa de radiofrecuencia

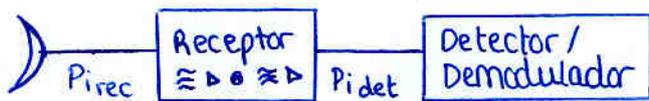


$f < 30 \text{ MHz}$	<p>ruido industrial (factory icon) ruido atmosférico (sun and clouds icon) entorno más ruidoso que el receptor No interesa amplif. bajo ruido</p>
$f > 30 \text{ MHz}$	<p>receptor más ruidoso que el entorno interesa amplif. bajo ruido</p>

Receptor superheterodino de doble conversión



Control automático de ganancia C.A.G.

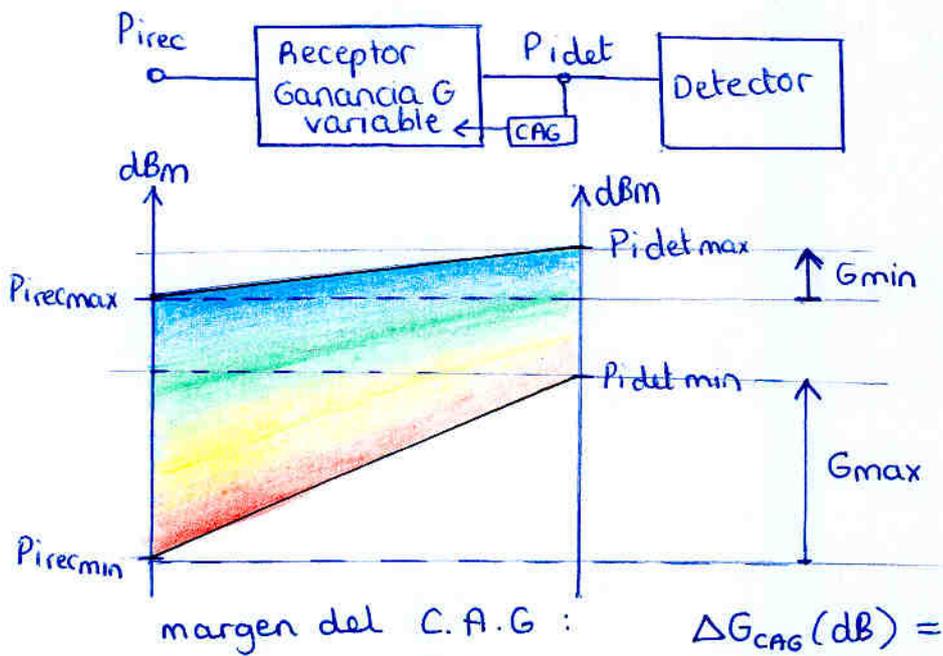


Margen dinámico $MD = \frac{P_{max}}{P_{min}}$

$MD (dB) = P_{max} (dBm) - P_{min} (dBm)$

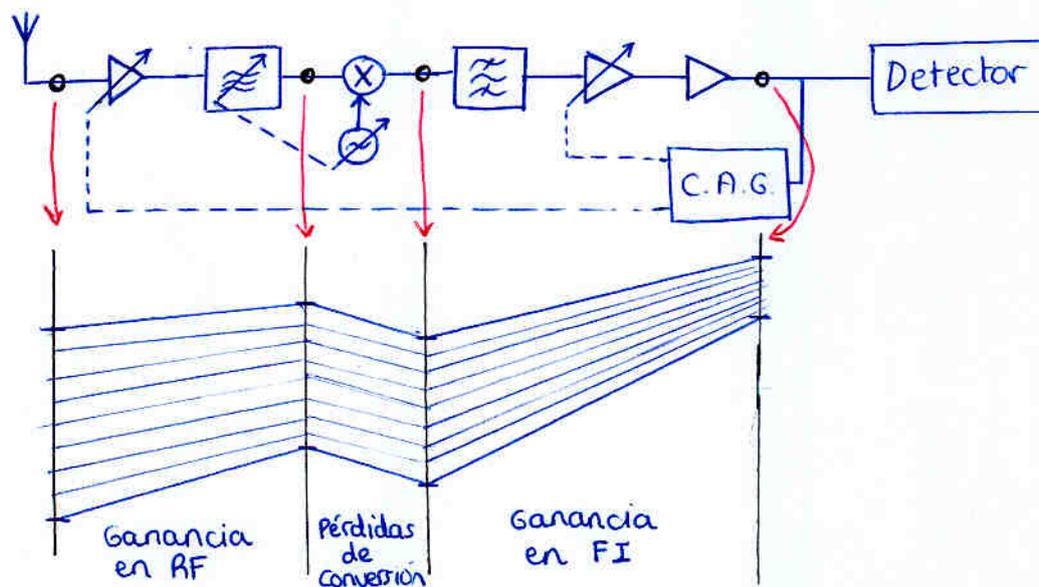
MD_{det} viene dado por especificaciones del detector ($P_{detmax} - P_{detmin}$)
 MD_{rec} vendrá dado por los distintos casos de la ec. de tx ($P_{recmax} - P_{recmin}$)

Normalmente resulta $MD_{rec} \gg MD_{det}$



La ganancia del receptor debe poder variar desde G_{min} hasta G_{max} .

En realidad la ganancia variable es en distintas etapas



The first part of the experiment was to determine the effect of temperature on the rate of reaction. The reaction was carried out at three different temperatures: 25°C, 35°C, and 45°C. The rate of reaction was measured by the time taken for a certain amount of product to be formed.

The results of the experiment are shown in the table below. As the temperature increases, the rate of reaction also increases. This is because the molecules have more energy and are more likely to collide and react.



The second part of the experiment was to determine the effect of concentration on the rate of reaction. The reaction was carried out at three different concentrations: 0.1M, 0.2M, and 0.3M. The rate of reaction was measured by the time taken for a certain amount of product to be formed.



The results of the experiment are shown in the table below. As the concentration increases, the rate of reaction also increases. This is because there are more molecules available to react.

Tema 2 - Distorsión no lineal

Distorsión armónica \Rightarrow x es una señal única
a la salida hay armónicos

Caso Ideal

$$x(t) = A \cos \omega t \longrightarrow \boxed{g(x)} \longrightarrow y(t)$$

$$P_i = \frac{A^2}{2}$$

$$P_i(\text{u.log}) = 10 \log \left(\frac{A^2}{2} \right)$$

$$g(x) = a_1 \cdot x$$

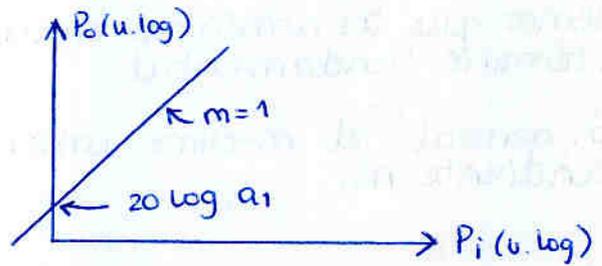
$$y(t) = a_1 A \cos \omega t$$

$$P_o = \frac{a_1^2 A^2}{2}$$

$$P_o(\text{u.log}) = 10 \log a_1^2 + 10 \log \left(\frac{A^2}{2} \right) \\ = 20 \log a_1 + P_i(\text{u.log})$$

Parece lógico que al tener una ganancia en tensión de a_1 , se cumpla

$$P_o(\text{u.log}) = P_i(\text{u.log}) + 20 \log a_1$$



Ley cuadrática

$$x(t) = A \cos \omega t \longrightarrow \boxed{g(x)} \longrightarrow y(t) = a_1 A \cos \omega t + a_2 A^2 \cos^2 \omega t \\ = a_1 A \cos \omega t + a_2 A^2 \cdot \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \\ = \underbrace{\frac{a_2 A^2}{2}}_{\text{comp cont}} + \underbrace{a_1 A \cos \omega t}_{\text{termino fundam}} + \underbrace{\frac{a_2 A^2}{2} \cos 2\omega t}_{\text{2º armónico}}$$

$$P_i = \frac{A^2}{2}$$

$$P_i(\text{u.log}) = 10 \log \frac{A^2}{2}$$

$$P_o = \left(\frac{a_2 A^2}{2} \right)^2 + \frac{(a_1 A)^2}{2} + \frac{\left(\frac{a_2 A^2}{2} \right)^2}{2}$$

$$P_o \text{ comp cont} = a_2^2 \cdot \left(\frac{A^2}{2} \right)^2 = a_2^2 \cdot P_i^2$$

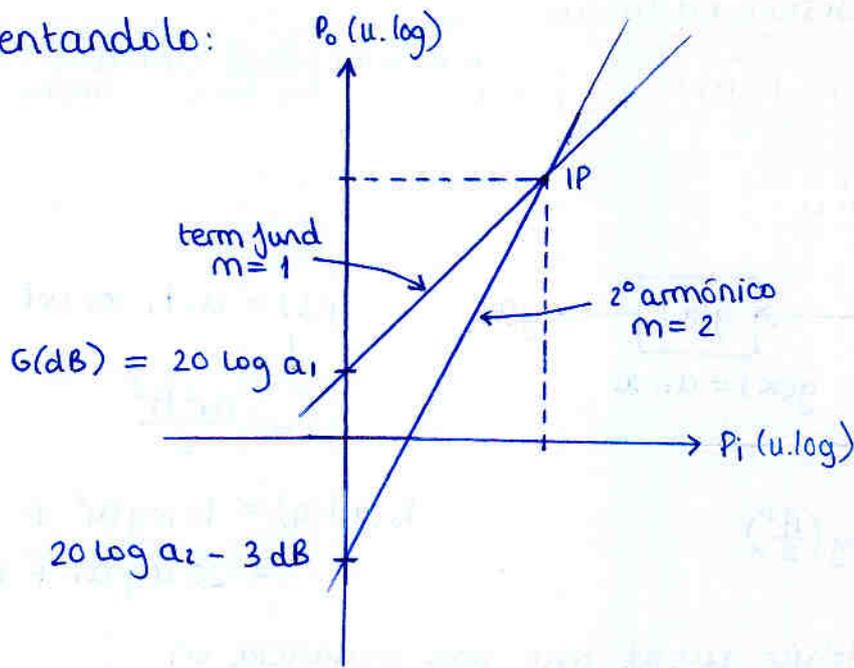
$$P_o \text{ term fund} = a_1^2 \cdot \frac{A^2}{2} = a_1^2 \cdot P_i$$

$$P_o \text{ 2º arm} = \frac{a_2^2}{2} \cdot \left(\frac{A^2}{2} \right)^2 = \frac{a_2^2}{2} \cdot P_i^2$$

$$P_o \text{ term fund (u.log)} = 20 \log a_1 + P_i(\text{u.log})$$

$$P_o \text{ 2º arm (u.log)} = \underbrace{20 \log a_2 - 3\text{dB}}_{\text{cruce con el eje}} + \underbrace{2 \cdot P_i(\text{u.log})}_{\substack{\uparrow \\ m=2}}$$

Representandolo:



Vemos que los armónicos crecen más rápido con la entrada que el término fundamental.

En general el m -ésimo armónico crece (en u.log.) con pendiente m .

Nota trigonometría:

$$\begin{aligned} \sin(A \pm B) &= \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \\ \cos(A \pm B) &= \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2x &= 2 \sin x \cos x \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2 \cos^2 x - 1 \quad \left. \begin{array}{l} \sin^2 = 1 - \cos^2 \\ \cos^2 = 1 - \sin^2 \end{array} \right\} \\ &= 1 - 2 \sin^2 x \end{aligned}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\begin{aligned} \cos^2 x &= \frac{1 + \cos 2x}{2} \\ \sin^2 x &= \frac{1 - \cos 2x}{2} \end{aligned}$$

sumando/restando las 2 versiones de la ec ② entre si.

$$\cos u \cdot \cos v = \frac{\cos(u+v)}{2} + \frac{\cos(u-v)}{2}$$

$$\sin u \cdot \sin v = \frac{\cos(u-v)}{2} - \frac{\cos(u+v)}{2}$$

Ley cúbica

$$x(t) = A \cos \omega t \longrightarrow \boxed{g(x)} \longrightarrow y(t) = a_1 A \cos \omega t - a_3 A^3 \cos^3 \omega t$$

$$g(x) = a_1 x - a_3 x^3$$

$$\begin{aligned} \cos^3 \omega t &= \cos \omega t \cdot \cos^2 \omega t \\ &= \cos \omega t \cdot \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \\ &= \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos \omega t \cdot \cos 2\omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \omega t \cdot \cos 2\omega t &= \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \cdot \frac{e^{2j\omega t} + e^{-2j\omega t}}{2} \\ &= \frac{1}{4} [e^{3j\omega t} + e^{-j\omega t} + e^{j\omega t} + e^{-3j\omega t}] \\ &= \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{4} + \frac{e^{3j\omega t} + e^{-3j\omega t}}{4} = \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos 3\omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos^3 \omega t &= \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t \\ &= \frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= a_1 A \cos \omega t - a_3 A^3 \left[\frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t \right] \\ &= \underbrace{\left[a_1 A - \frac{3}{4} a_3 A^3 \right]}_{\substack{\text{resp lineal} \\ \text{resp no lineal}}} \cos \omega t - \underbrace{\frac{a_3 A^3}{4}}_{\text{3er armónico}} \cos 3\omega t \end{aligned}$$

término fund 3er armónico

Potencias salida

→ term fund: En lugar de hacer $(a_1 A - \frac{3}{4} a_3 A^3)^2$ y luego pasar a u.log, es mejor

ya no es una recta

$$a_1 A - \frac{3}{4} a_3 A^3 = a_1 A \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right) \xrightarrow{\frac{(\cdot)^2}{2}} \frac{a_1^2 A^2}{2} \cdot \left[1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right]^2$$

$$P_{0 \text{ resp fund}} \text{ (u.log)} = 20 \log a_1 + P_i \text{ (u.log)} + 20 \log \left[1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right]$$

3er armónico: $P_{0 \text{ 3er arm}} = \left(\frac{a_3 A^3}{4} \right)^2 = \frac{a_3^2 A^6}{32} = \frac{a_3^2}{4} \cdot \frac{A^6}{8} = \frac{a_3^2}{4} \cdot \left(\frac{A^2}{2} \right)^3$

$$P_{0 \text{ 3er arm}} = \frac{a_3^2}{4} \cdot P_i^3$$

$$P_{0 \text{ 3er arm}} \text{ (u.log)} = \underbrace{20 \log a_3 - 6 \text{ dB}}_{\text{corte con el eje}} + \underbrace{3 P_i \text{ (u.log)}}_{\text{pendiente de la recta}}$$

Pero este 3er armónico es poco importante ya que cae fuera de la grec de la señal útil → filtro

El problema vendrá en los productos de intermodulación

Representándolo:

si $|a_1| \gg |a_3| \rightarrow$ la respuesta fund es igual a la lineal inicialmente

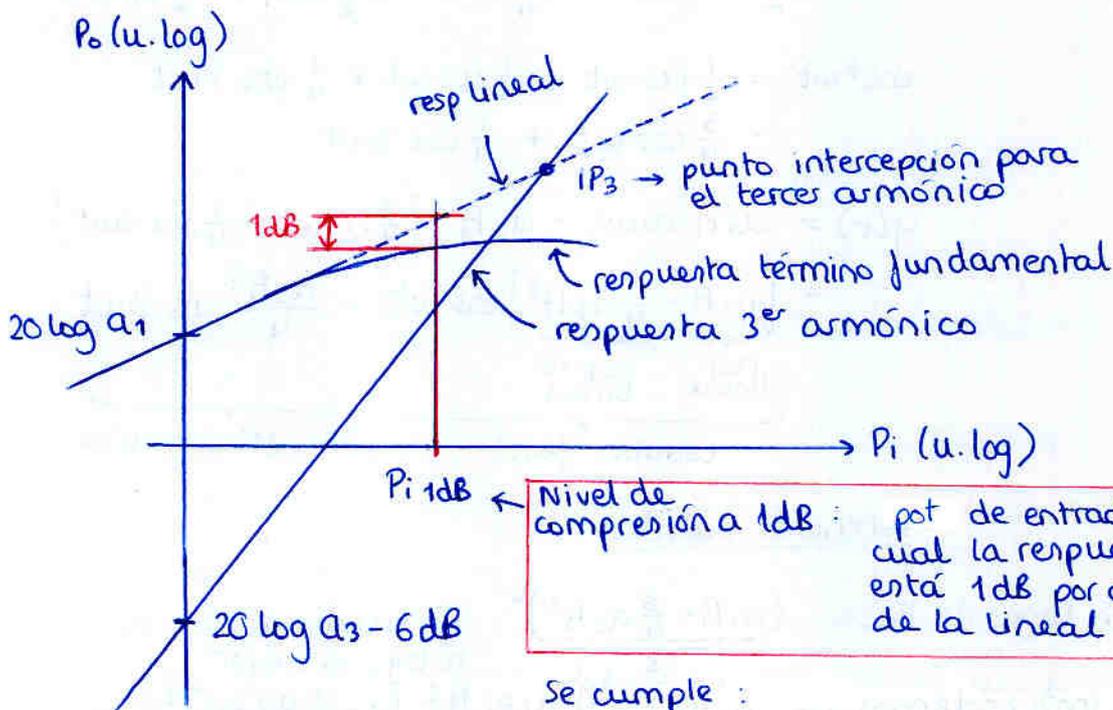
$$a_1 A - \frac{3}{4} a_3 A^3 = a_1 A \left[1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right] \xrightarrow{\left(\frac{\cdot}{2}\right)^2}$$

$$\frac{a_1^2 A^2}{2} \left[1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right]^2$$

$$P_{0 \text{ term fund}} \text{ (u.log)} = \underbrace{20 \log a_1 + P_i \text{ (u.log)}}_{\text{respuesta lineal}} + 20 \log \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right)$$

$\frac{a_3}{a_1} \downarrow \downarrow$
si $A \downarrow$ esto es nulo

$$P_{0 \text{ 3er armónico}} \text{ (u.log)} = 20 \log a_3 - 6 \text{ dB} + 3 P_i \text{ (u.log)}$$



Nivel de compresión a 1dB: pot de entrada a la cual la respuesta fund. está 1dB por debajo de la lineal

Se cumple:

$$P_{0 \text{ term fund}} \text{ (u.log)} = 20 \log a_1 + P_i \text{ (u.log)} + \underbrace{20 \log \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right)}_{-1 \text{ dB}}$$

$$20 \log \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right) = -1 \text{ dB}$$

$$\frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 = 1 - 10^{-\frac{1}{20}} \rightarrow \text{permite despejar } A_{c1dB}^2$$

Distorsión de intermodulación

suma de señales a la entrada

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos \omega_i t \longrightarrow \boxed{g(x)} \longrightarrow y(t)$$

n cosenos de entrada

$$g(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m$$

coeficientes decrecientes $|a_1| > |a_2| > \dots > |a_m|$

m : orden de la no linealidad

A la salida se observa (ver comprobación para $n=2, m=3$) pag II-4

- Términos de componente continua
- Términos fundamentales a frecuencias ω_i
 - ↳ Respuesta lineal: $a_1 \cdot A_i \cos \omega_i t$
 - ↳ Respuesta no lineal: términos cruzados y no cruzados
- Armónicos: $2\omega_i, 3\omega_i, \dots, m \cdot \omega_i$
 - $2\omega_1, 2\omega_2, \dots, 2\omega_n$ (2º orden)
 - \uparrow m-ésimo orden

• Productos de intermodulación

$|k\omega_i \pm r\omega_j| \Rightarrow$ producto intermodulación orden $k+r$

Los más peligrosos son los $|k\omega_i - r\omega_j|$ de orden impar, ya que pueden caer en banda.
 Y ya que $|a_1| > |a_2| > \dots > |a_m| \Rightarrow$ el más problemático es el de orden 3

Desensibilización

prod. interm de orden 3

$$y(t) = a_3 \cdot \frac{3}{4} A_1 \cdot A_2^2 \cdot \cos(2\omega_2 - \omega_1)t$$

$\approx \omega_1$

el g corresponde a la pendiente de orden 3

$$x(t) = A_1 \cos \omega_1 t + \underbrace{A_2 \cos \omega_2 t}_{\text{señal interferente}} \longrightarrow \boxed{\text{Ley cúbica}} \longrightarrow y(t)$$

$$g(x) = a_1 x - a_3 x^3$$

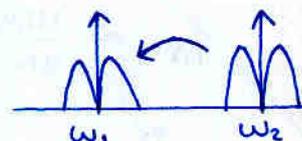
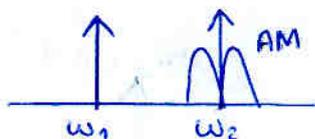
term fund:

$$y(t) = a_1 A_1 \left[1 - \frac{3 a_3}{4 a_1} A_1^2 - \frac{3 a_3}{2 a_1} A_2^2 \right] \cos \omega_1 t + \text{otros términos a otras frecuencias}$$

↳ si $A_2 \uparrow \Rightarrow$ baja la amplitud a $\omega_1 \rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_0 \downarrow$

pérdida de sensibilidad

Modulación cruzada (cross-talk)



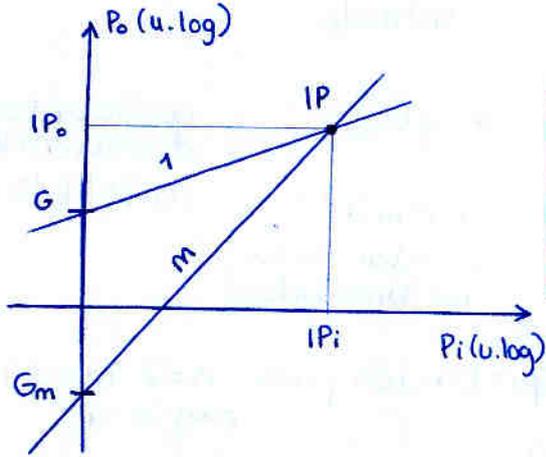
$$x(t) = A_1 \cos \omega_1 t + [1 + m\alpha(t)] \cos \omega_2 t \longrightarrow \boxed{\text{Ley cúbica}} \longrightarrow$$

para el término fund. cruzado a ω_1

$$\hookrightarrow \frac{3}{2} a_3 A_1 A_2^2 [1 + 2m\alpha(t) + \underbrace{m^2 \alpha^2(t)}_{\ll \ll}] \cdot \cos \omega_1 t$$

iii la modulación AM se ha contagiado a ω_1 !!!

• Punto intersección para producto intermodulación orden m



Recuerda:

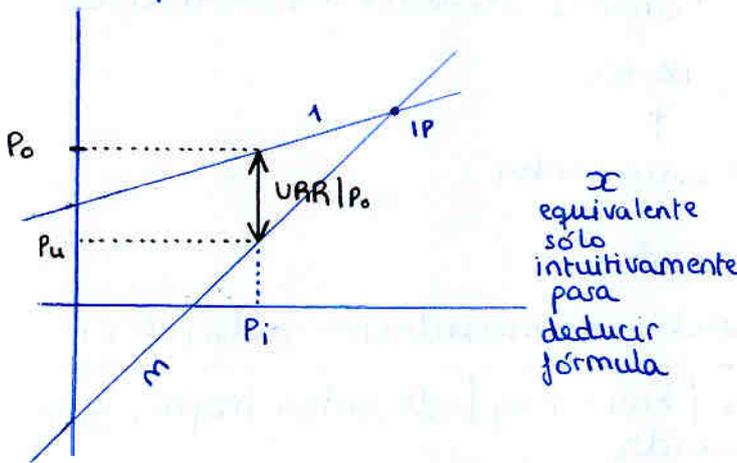
Término fundamental
 $P_o(u.log) = P_i(u.log) + G$
 Orden m
 $P_o(u.log) = m \cdot P_i(u.log) + G_m$

en particular coinciden en el IP

$IP_o = G + IP_i = G_m + m \cdot IP_i$

Relación de rechazo a la salida para un determinado P_o (o P_i)

$URR|_{P_o}$ (dB) \rightarrow (o P_i) \Rightarrow hay q elegir un punto de la recta ideal

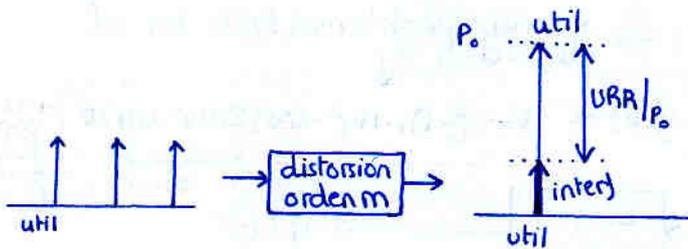


restamos 1 a todas las pendientes (como si cambiásemos la referencia)

$URR|_{P_o} = (m-1) \cdot [IP_i - P_i]$

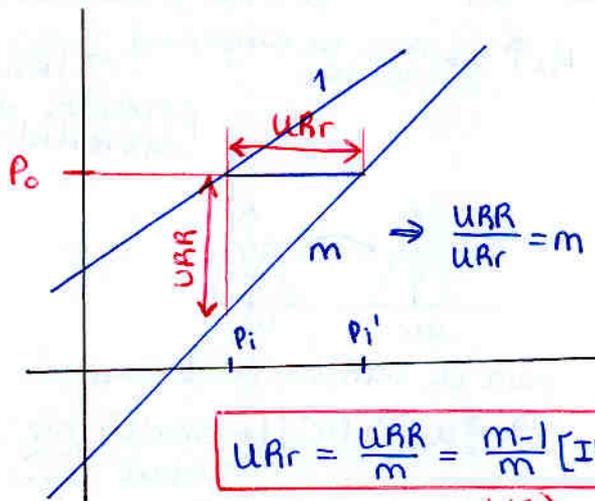
$\begin{cases} P_i = P_o - G \\ IP_i = IP_o - G \end{cases}$

$URR|_{P_o} = (m-1)[IP_o - P_o]$ (dB)

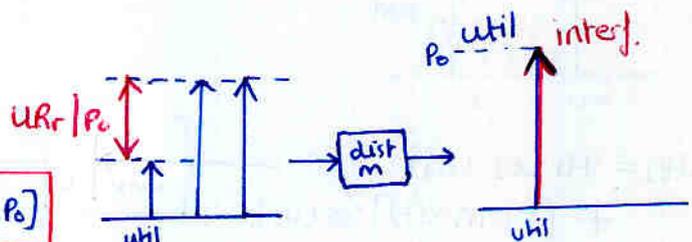


Relación de rechazo a la entrada $URR|_{P_o}$

Indica cuanto hay que subir las señales interferentes a la entrada para que las interferencias a la frecuencia util a la salida tengan la misma pot que la salida util

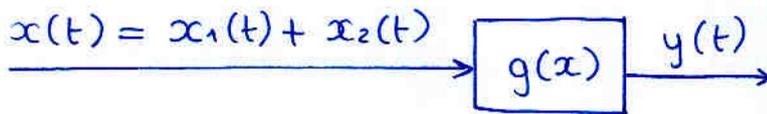


$URR = \frac{URR}{m} = \frac{m-1}{m} [IP_o - P_o]$ (dB)
 $= \frac{m-1}{m} [IP_i - P_i] \Rightarrow$



i.e. en URR y URr puedes definir o bien P_o o bien P_i

Comprobación



$$g(x) = a_1 \cdot x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

$$y(t) = a_1 [x_1(t) + x_2(t)] + a_2 [x_1(t) + x_2(t)]^2 + a_3 [x_1(t) + x_2(t)]^3$$

$$\text{caso } \begin{cases} x_1(t) = A_1 \cos \omega_1 t \\ x_2(t) = A_2 \cos \omega_2 t \end{cases}$$

Cálculos previos:

$$\cos^2 \omega t = \frac{1 + \cos 2\omega t}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos \omega t \cdot \cos 2\omega t &\stackrel{(1)}{=} \frac{e(j\omega t) + e(-j\omega t)}{2} \cdot \frac{e(2j\omega t) + e(-2j\omega t)}{2} \\ &= \frac{1}{4} [e(j\omega t) + e(-j\omega t) + e(3j\omega t) + e(-3j\omega t)] \\ &= \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos 3\omega t \end{aligned}$$

$$\cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t = \frac{1}{4} [(e(j\omega_1 t) + e(-j\omega_1 t)) \cdot (e(j\omega_2 t) + e(-j\omega_2 t))]$$

nueva notación para simplificar: $e(\omega_1) = e^{j\omega_1 t}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} [e(\omega_1 + \omega_2) + e(\omega_1 - \omega_2) + e(-\omega_1 + \omega_2) + e(-\omega_1 - \omega_2)] \\ &= \frac{1}{2} \cos(\omega_1 + \omega_2)t + \frac{1}{2} \cos(\omega_1 - \omega_2)t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \omega_1 t \cdot \cos 2\omega_2 t &\stackrel{(2)}{=} \frac{1}{4} [(e(\omega_1) + e(-\omega_1)) \cdot (e(2\omega_2) + e(-2\omega_2))] \\ &= \frac{1}{4} [e(\omega_1 + 2\omega_2) + e(\omega_1 - 2\omega_2) + e(-\omega_1 + 2\omega_2) + e(-\omega_1 - 2\omega_2)] \\ &= \frac{1}{2} \cos(\omega_1 + 2\omega_2)t + \frac{1}{2} \cos(2\omega_2 - \omega_1)t \end{aligned}$$

$\hookrightarrow \omega_1 - 2\omega_2 \text{ si } > 0$

$$\begin{aligned} \cos^3 \omega t &= \cos \omega t \cdot \cos^2 \omega t = \cos \omega t \cdot \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \\ &= \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos \omega t \cdot \cos 2\omega t \quad \downarrow (1) \\ &= \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t = \frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \omega_1 t \cdot \cos^2 \omega_2 t &= \cos \omega_1 t \cdot \frac{1 + \cos 2\omega_2 t}{2} \\ &= \frac{1}{2} \cos \omega_1 t + \frac{1}{2} \cos \omega_1 t \cdot \cos 2\omega_2 t \quad \downarrow (2) \\ &= \frac{1}{2} \cos \omega_1 t + \frac{1}{4} \cos(\omega_1 + 2\omega_2)t + \frac{1}{4} \cos(2\omega_2 - \omega_1)t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y(t) &= a_1 [A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t] \\
&\quad + a_2 [A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t]^2 \\
&\quad + a_3 [A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t]^3 \\
&= a_1 [A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t] \\
&\quad + a_2 [A_1^2 \cos^2 \omega_1 t + 2A_1 A_2 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t + A_2^2 \cos^2 \omega_2 t] \\
&\quad + a_3 [A_1^3 \cos^3 \omega_1 t + 2A_1^2 A_2 \cos^2 \omega_1 t \cos \omega_2 t + A_1 A_2^2 \cos \omega_1 t \cos^2 \omega_2 t \\
&\quad\quad + A_1^2 A_2 \cos^2 \omega_1 t \cos \omega_2 t + 2A_1 A_2^2 \cos \omega_1 t \cos^2 \omega_2 t + A_2^3 \cos^3 \omega_2 t] \\
&= a_1 [A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t] \\
&\quad + a_2 \left[\left(\frac{A_1^2}{2} + \frac{A_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t \right) + \left(\frac{2A_1 A_2}{2} \cos (\omega_1 + \omega_2) t + \frac{2A_1 A_2}{2} \cos (\omega_2 - \omega_1) t \right) \right. \\
&\quad\quad \left. + \left(\frac{A_2^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} \cos 2\omega_2 t \right) \right] \\
&\quad + a_3 \left[\left(\frac{3}{4} A_1^3 \cos \omega_1 t + \frac{1}{4} A_1^3 \cos 3\omega_1 t \right) + 3 \left[\frac{A_1^2 A_2}{2} \cos \omega_2 t + \frac{A_1^2 A_2}{4} \cos (\omega_2 + 2\omega_1) t \right. \right. \\
&\quad\quad \left. \left. + \frac{A_1^2 A_2}{4} \cos (2\omega_1 - \omega_2) t \right] + 3 \left[\frac{A_1 A_2^2}{2} \cos \omega_1 t + \frac{A_1 A_2^2}{4} \cos (\omega_1 + 2\omega_2) t \right. \right. \\
&\quad\quad \left. \left. + \frac{A_1 A_2^2}{4} \cos (2\omega_2 - \omega_1) t \right] + \left(-\frac{3}{4} A_2^3 \cos \omega_2 t + \frac{1}{4} A_2^3 \cos 3\omega_2 t \right) \right]
\end{aligned}$$

Respuesta fundamental:

$$\begin{aligned}
\underbrace{a_1 A_1 \cos \omega_1 t + a_1 A_2 \cos \omega_2 t}_{\text{respuesta lineal}} &+ \underbrace{a_3 \frac{3}{4} A_1^3 \cos \omega_1 t + a_3 \frac{3}{4} A_2^3 \cos \omega_2 t}_{\text{términos de distorsión no cruzados}} \\
&+ \underbrace{\frac{3}{2} a_3 A_1^2 A_2 \cos \omega_2 t + \frac{3}{2} a_3 A_1 A_2^2 \cos \omega_1 t}_{\text{términos de distorsión cruzados}}
\end{aligned}$$

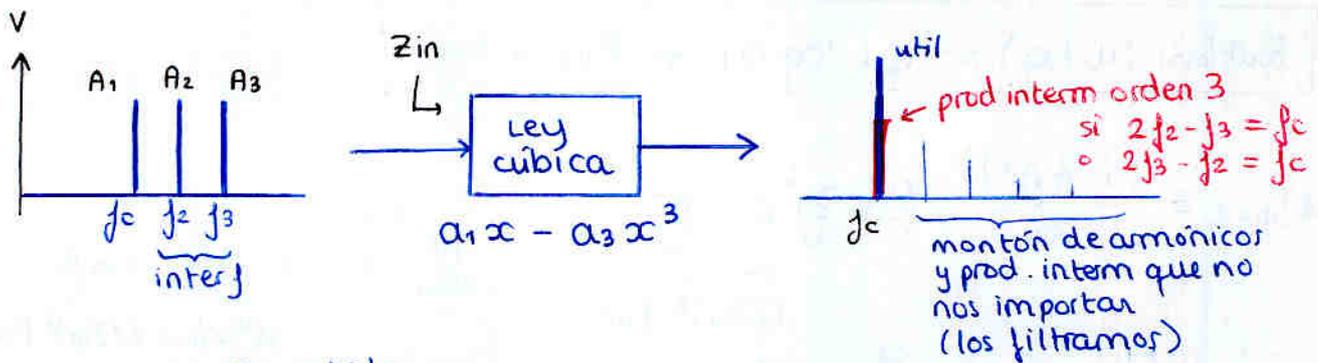
Términos de 2º orden

- armónicos: $a_2 \frac{A_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t + a_2 \frac{A_2^2}{2} \cos 2\omega_2 t$
- productos intermodulación: $a_2 A_1 A_2 \cos (\omega_1 + \omega_2) t + a_2 A_1 A_2 \cos (\omega_2 - \omega_1) t$

Términos de 3º orden

- armónicos: $a_3 \frac{A_1^3}{4} \cos 3\omega_1 t + a_3 \frac{A_2^3}{4} \cos 3\omega_2 t$
- productos intermodulación: $a_3 \frac{3A_1^2 A_2}{4} \cos (2\omega_1 + \omega_2) t + a_3 \frac{3A_1^2 A_2}{4} \cos (2\omega_1 - \omega_2) t$
 $+ a_3 \frac{3A_1 A_2^2}{4} \cos (2\omega_2 + \omega_1) t + a_3 \frac{3A_1 A_2^2}{4} \cos (2\omega_2 - \omega_1) t$
↳ puede caer en banda

⇒ Distorsión de intermodulación: visión general



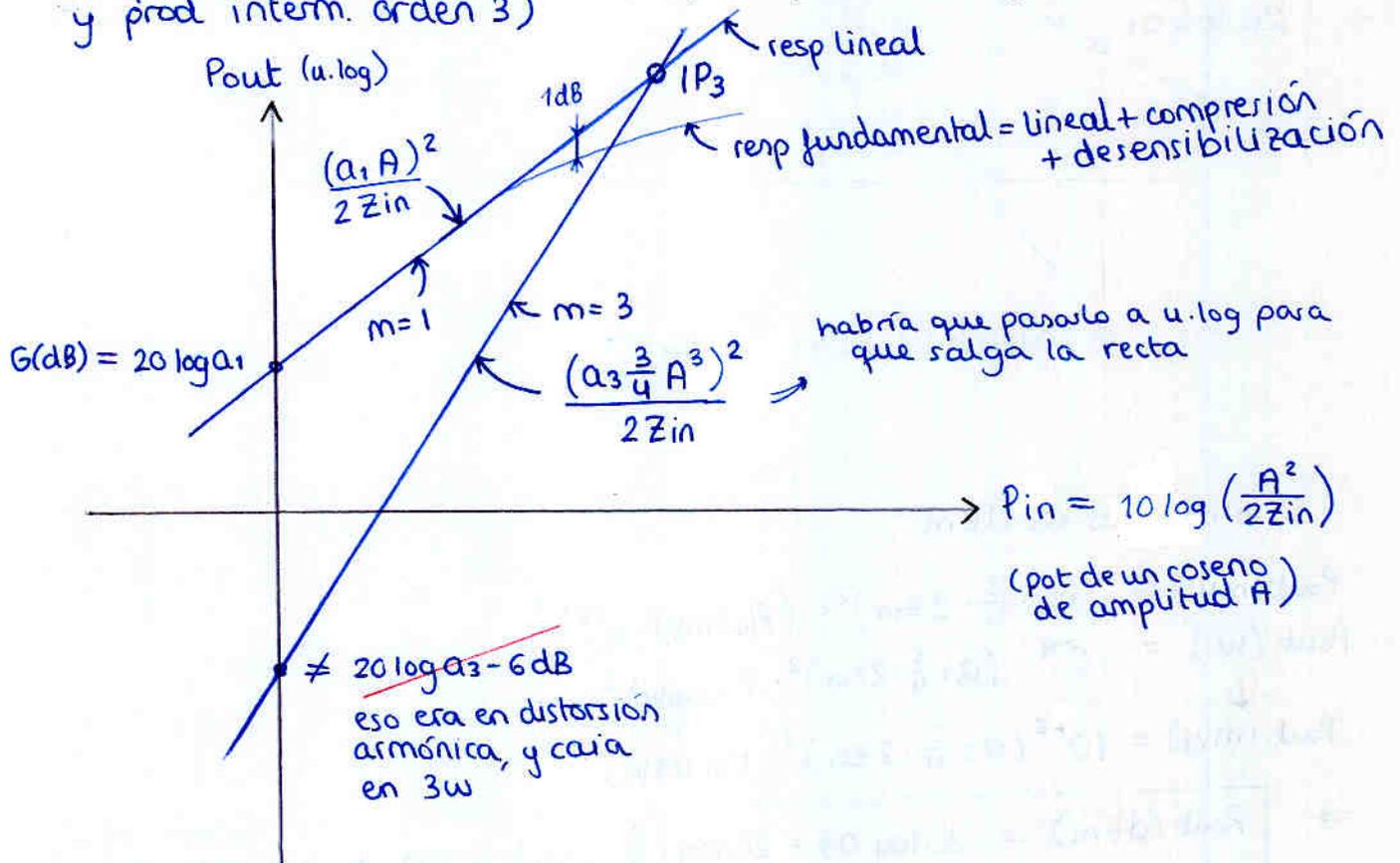
a la salida:

$$y(t) = \underbrace{a_1 A_1}_{\text{resp lineal}} \left[1 - \underbrace{\frac{3 a_3}{4 a_1} A_1^2}_{\text{compresión}} - \underbrace{\frac{3 a_3}{2 a_1} (A_2^2 + A_3^2)}_{\text{desensibilización}} \right] \cos \omega_1 t \quad \left. \vphantom{y(t)} \right\} \text{término fundamental}$$

$$+ a_3 \cdot \frac{3}{4} \cdot \underbrace{A_i^2 A_j}_{\substack{\text{tal que} \\ 2f_i - f_j = f_c}} \cos(\underbrace{2\omega_i - \omega_j}_{\omega_c}) t \quad \left. \vphantom{+ a_3 \cdot \frac{3}{4} \cdot A_i^2 A_j} \right\} \text{prod intermodulación de orden 3 que cae en } f_c$$

+ otras frecuencias que podemos filtrar

si representamos las 2 señales que aparecen a f_c (señal útil y prod interm. orden 3)



$$P_{out|m=1} = \frac{(a_1 A)^2}{2Z_{in}} = a_1 \cdot \frac{A^2}{2Z_{in}} = a_1^2 \cdot P_{in}$$

$$P_{out|m=1} (u. \log) = 20 \log a_1 + P_{in} (u. \log)$$

$$P_{out|m=3} = \frac{(a_3 \frac{3}{4} A^3)^2}{2Z_{in}} = \left(a_3 \cdot \frac{3}{4}\right)^2 \underbrace{A^4 \cdot \frac{A^2}{2Z_{in}}}_{(2Z_{in})^2 \cdot P_{in}^3}$$

$$= \left(a_3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2Z_{in}\right)^2 \cdot P_{in}^3$$

dem

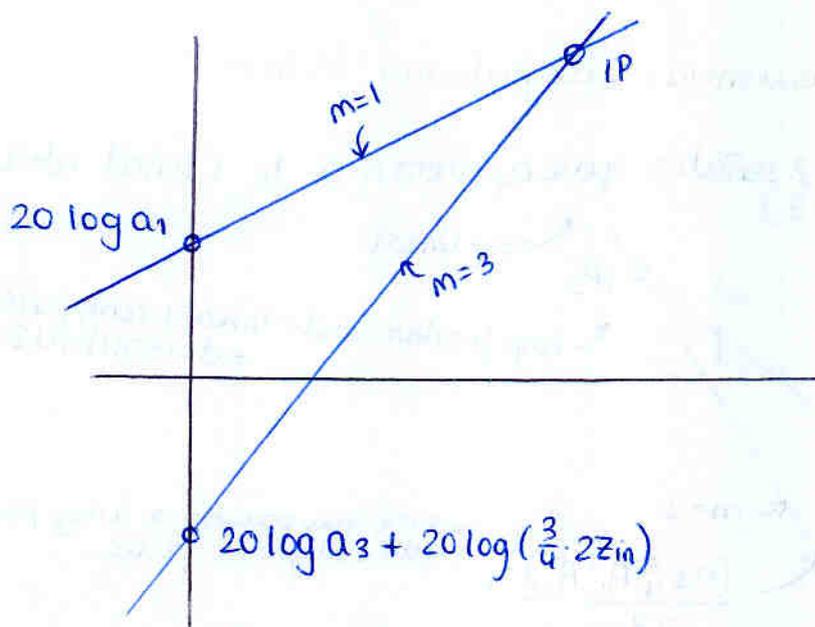
$$\frac{A^2}{2Z_{in}} = P_{in} \rightarrow A^2 = 2Z_{in} P_{in}$$

$$\downarrow$$

$$A^4 \cdot P_{in} = (2Z_{in})^2 P_{in}^3$$

$$P_{out|m=3} (u. \log) = 20 \log a_3 + 20 \log \left(\frac{3}{4} \cdot 2Z_{in}\right) + 3 \cdot P_{in} (u. \log)$$

He ahí las dos rectas para respuesta lineal y producto de intermodulación de orden 3 en $2\omega_i - \omega_j$



Si lo hacemos en dBm

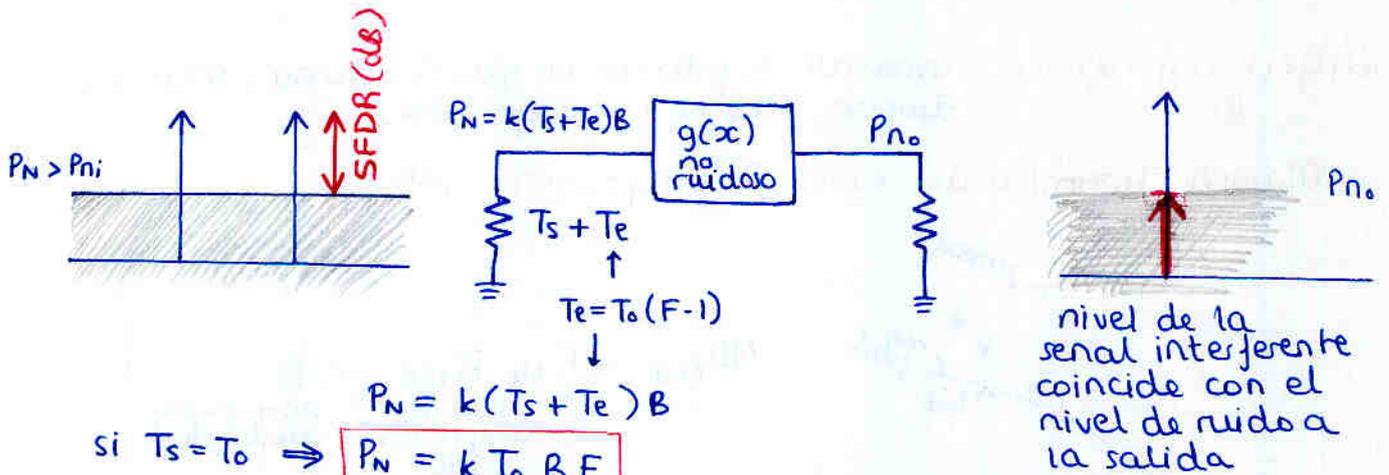
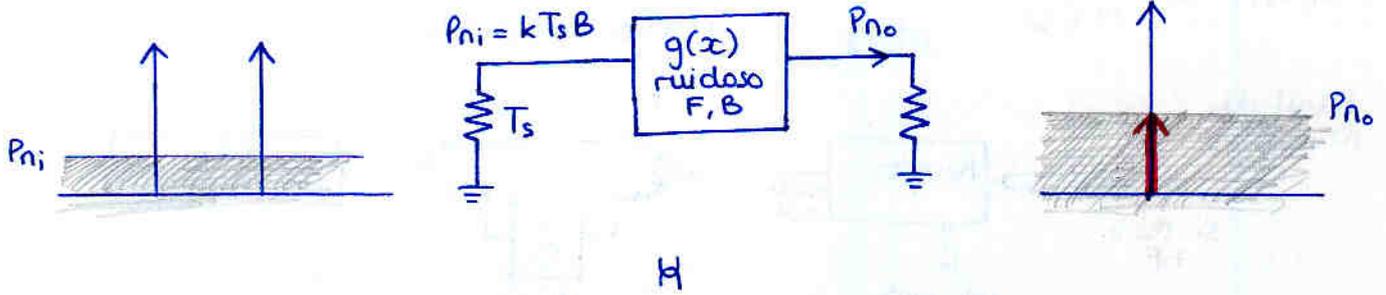
$$P_{out}(W) = \left(a_3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2Z_{in}\right)^2 \cdot (P_{in}(mW) \cdot 10^{-3})^3$$

$$P_{out}(W) = 10^{-9} \cdot \left(a_3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2Z_{in}\right)^2 \cdot P_{in}(mW)^3$$

$$P_{out}(mW) = 10^{-6} \left(a_3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2Z_{in}\right)^2 \cdot P_{in}(mW)^3$$

$$\Rightarrow P_{out}(dBm) = 20 \log a_3 + 20 \log \left(\frac{3}{4} \cdot 2Z_{in}\right) - 60 + 3 P_{in}(dBm)$$

Margen dinámico libre de espúreos SFDR



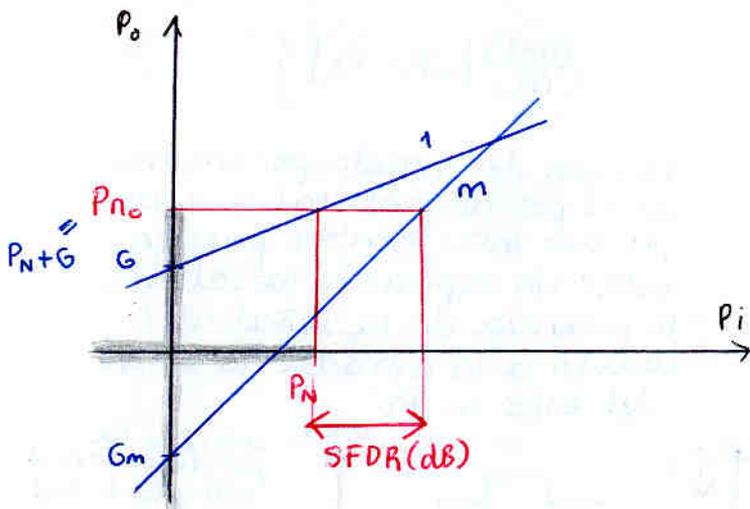
si $T_s = T_o \Rightarrow P_N = k T_o B F$

Potencia de ruido equivalente a la entrada

$P_{no} = P_N + G$
 $\neq P_{ni} + G$

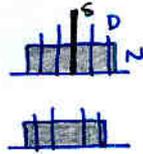
SFDR = margen de entrada, por encima de la pot ruido equivalente, dentro del cual las interferencias a la salida están por debajo del ruido, y por tanto es como si no hubieran.

$SFDR = URr |_{P_o = P_{no}} = URr |_{P_i = P_N}$
 $= \left(\frac{m-1}{m}\right) [IP_o - P_{no}] = \left(\frac{m-1}{m}\right) [IP_i - P_N] \text{ (dB)}$



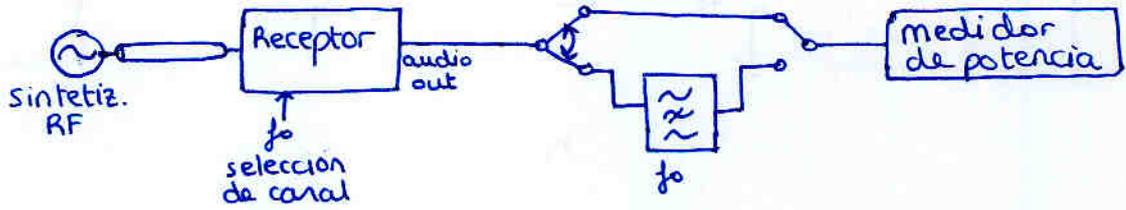
SINAD = signal and Noise Distortion

$$SINAD = \frac{S+N+D}{N+D}$$



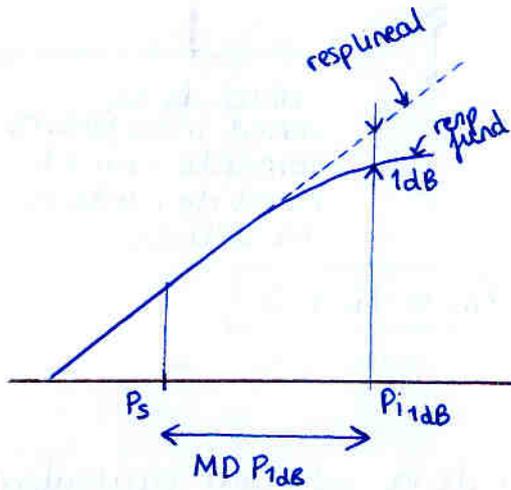
es como una $(\frac{S}{N})$ teniendo en cuenta la distorsión.
se usa en audio

Facil de medir



Margen dinámico: intervalo de potencia en que el sistema funciona diversos criterios; por ejemplo:

- Margen dinámico del nivel de compresión $MD_{P_{1dB}}$

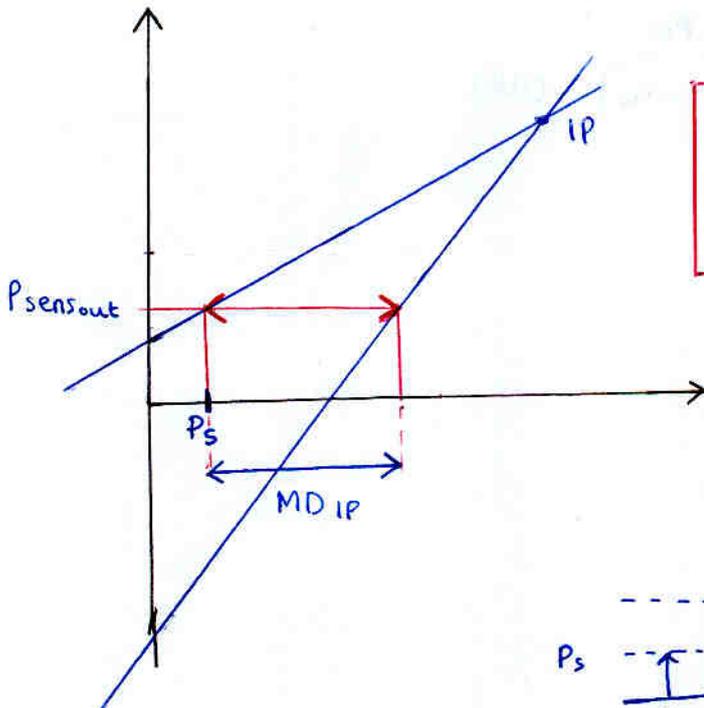


$$MD_{P_{1dB}} (dB) = P_{i_{1dB}} - P_s$$

Nivel de compresión a 1dB Potencia de sensibilidad

no participan distorsiones de orden m, sólo la respuesta fundamental

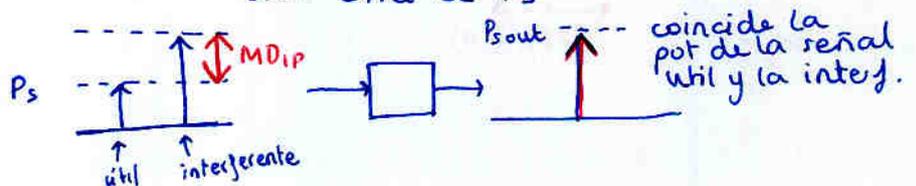
- Margen dinámico del punto de intercepción MD_{IP}
el nombre confunde porque no tiene nada que ver con el IP



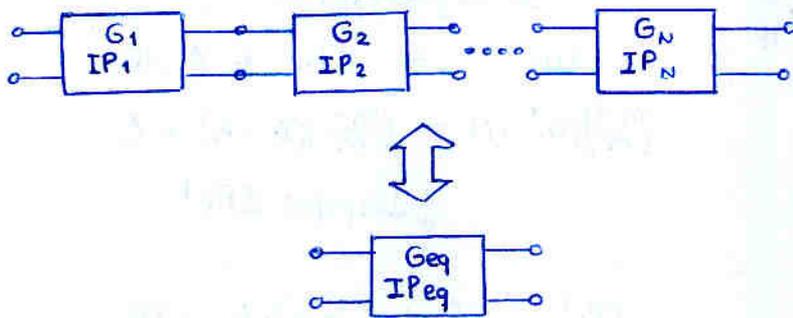
$$MD_{IP} = URr |_{P_i = P_s} = SCA (dB)$$

$$= \left(\frac{m-1}{m}\right) [IP_i - P_s]$$

Margen de entrada por encima de la pot de sens en el cual las señales interferentes pueden estar sin superar a la salida lo potencia de la señal util cuando a la entrada la señal util está a P_s



- Punto de intercepción equivalente de cuadripolos en cascada



Estas formulas EN LINEAL

$$G_{eq} = G_1 \cdot G_2 \cdot \dots \cdot G_N$$

$$\left(\frac{1}{IP_{o|total}} \right)^q = \left(\frac{1}{IP_{oN}} \right)^q + \left(\frac{1}{G_N \cdot IP_{oN-1}} \right)^q + \dots + \left(\frac{1}{(G_N \dots G_2) IP_{o1}} \right)^q$$

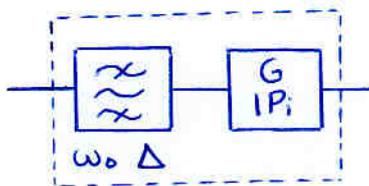
$$IP_{i|total} = \frac{IP_{o|total}}{G_{eq}}$$

$$\left(\frac{1}{IP_{i|total}} \right)^q = \left(\frac{1}{IP_{i1}} \right)^q + \left(\frac{G_1}{IP_{i2}} \right)^q + \dots + \left(\frac{G_1 G_2 \dots G_{N-1}}{IP_{iN}} \right)^q$$

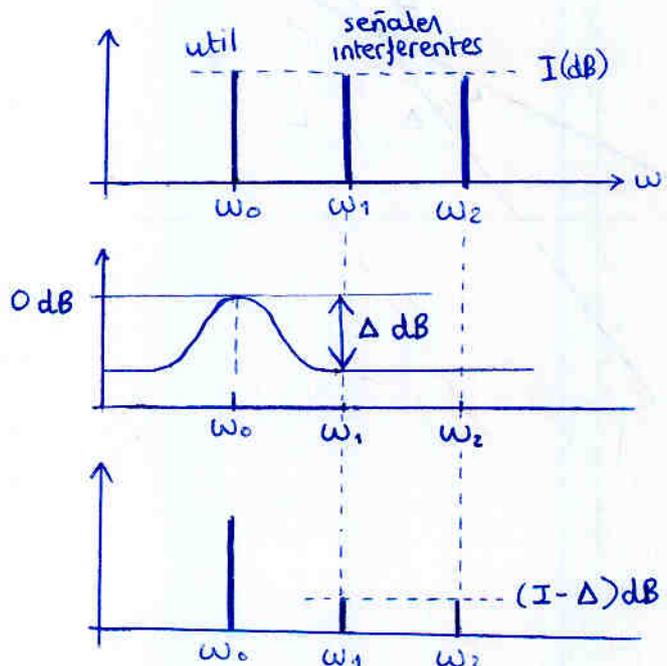
siendo $q = \frac{m-1}{2}$

el IP_{total} es siempre peor que el peor de la cascada

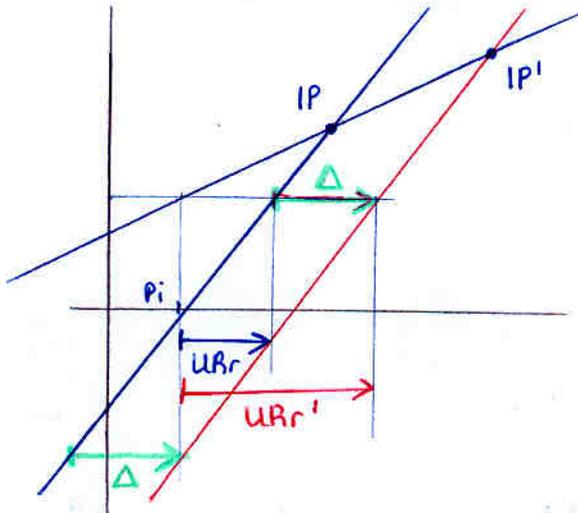
- Efecto de la selectividad sobre el punto de intercepción



Atenuamos las señales interferentes ANTES de meterse en el elemento i.e. antes de que hagan su indeseado efecto



Desde el pto de vista del sistema equivalente, parece obvio q hay que trasladar la recta de producto de intermodulación Δ dB en el eje de entrada



Se ve facilmente

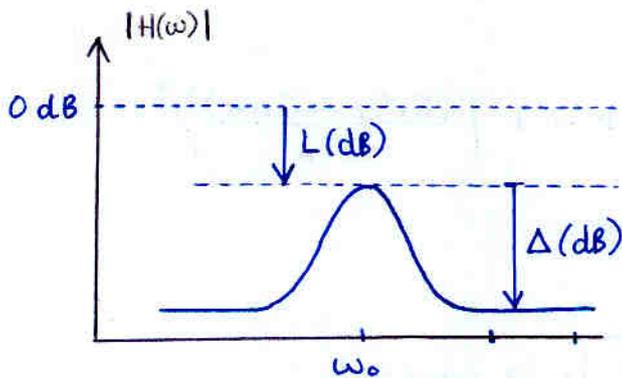
$$URr' = URr + \Delta(\text{dB})$$

$$\left(\frac{m-1}{m}\right)(IP_i' - P_i) = \left(\frac{m-1}{m}\right)(IP_i - P_i) + \Delta$$

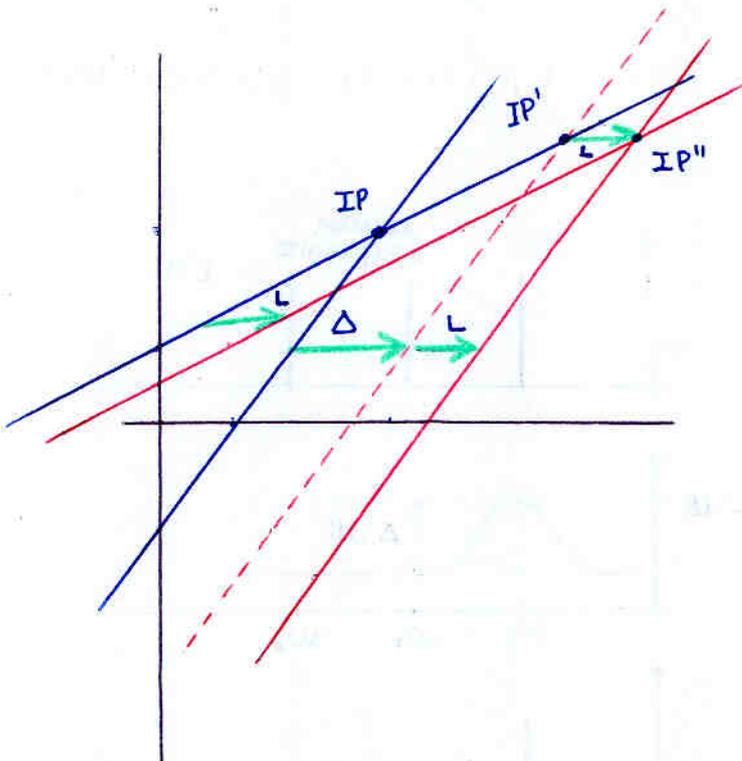
↓ despejar IP_i'

$$IP_i' = IP_i + \left(\frac{m}{m-1}\right) \cdot \Delta \quad (\text{dB})$$

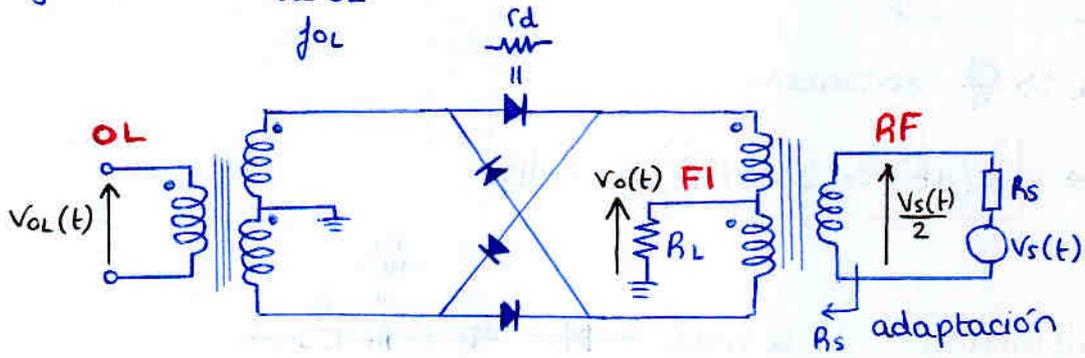
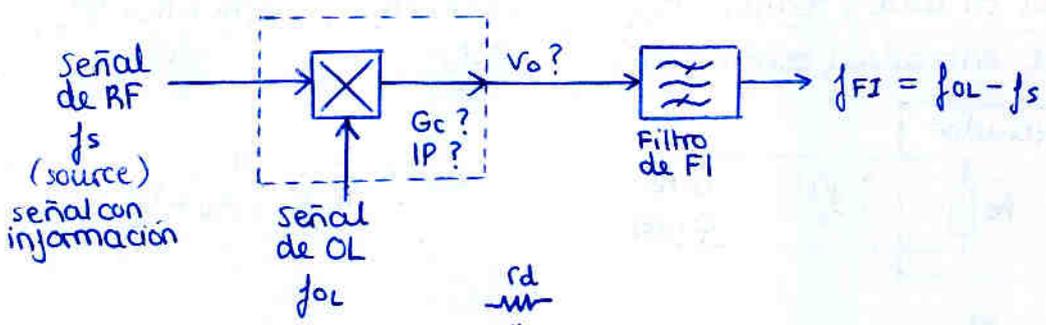
Si el filtro presenta pérdidas de inserción (tanto a ω_0 como a EL RESTO)



$$IP_i'' = \underbrace{IP_i + \left(\frac{m}{m-1}\right)\Delta}_{IP_i'} + L \quad (\text{dB})$$



Mezclador con puente de diodos



• Cálculo de $V_o(t)$. Expresión teórica sin distorsión: (ver desarrollo en transp)

$$V_o(t) = - \frac{V_s(t) \cdot R_L}{R_s + R_L + \frac{r_d}{2}} \cdot \underbrace{\frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos[(2n+1)\omega_0 t]}{2n+1}}_{\substack{\text{DSF de sign}(\cos \omega_0 t) \\ = V_{oL}(t)}}$$

y si tenemos:
 RF: $V_s(t) = g(t) \cdot \cos(2\pi f_s t)$
 entonces: \uparrow
 señal de información

$$V_o(t) = \frac{-2R_L g(t)}{\pi (R_s + R_L + \frac{r_d}{2})} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos[(2n+1)\omega_0 - \omega_s]t + \cos[(2n+1)\omega_0 + \omega_s]t}{2n+1}$$

Tenemos el término a FI cuando $n=0$, separable por filtrado

$$V_o(t)|_{FI} = \frac{-2 \cdot R_L \cdot g(t)}{\pi \left[R_s + R_L + \frac{r_d}{2} \right]} \cdot \cos(\omega_0 - \omega_s)t$$

ademas no aparecen f_{OL} ni f_{RF}
 \downarrow
 aislamiento teórico infinito

$R_s = R_L$ adaptación: típico $R_L = R_s = 50 \Omega$

$$= \frac{-2 \cdot R_L \cdot g(t)}{\pi [2R_L + \frac{r_d}{2}]} \cdot \cos(\omega_0 - \omega_s)t$$

y ya que $\frac{r_d}{2} \ll 2R_L$

$$V_o(t)|_{FI} \approx - \frac{g(t)}{\pi} \cdot \cos(\omega_0 - \omega_s)t$$

• Ganancia de conversión

$$G_c = \frac{\text{amplitud salida (término FI)}}{\text{amplitud entrada (término RF)}} = \frac{V_o(t)|_{FI}}{\frac{g(t)}{2}} = \frac{-\frac{2R_L g(t)}{\pi [R_S + R_L + \frac{r_d}{2}]}}{\frac{g(t)}{2}}$$

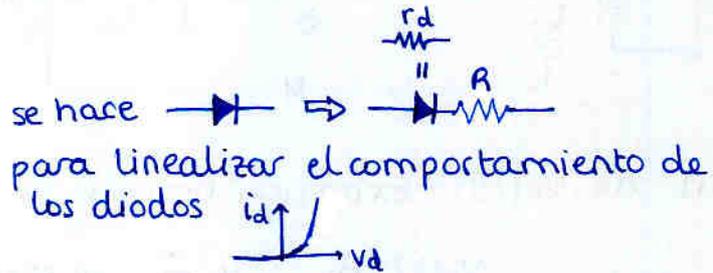


$$G_c = \frac{4}{\pi} \frac{R_L}{R_S + R_L + \frac{r_d}{2}}$$

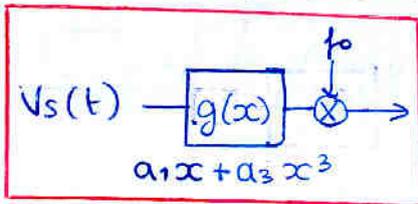
si $R_S = R_L \gg \frac{r_d}{4}$ entonces

$$G_c \approx \frac{2}{\pi} \rightarrow G(\text{dB}) \approx 20 \log\left(\frac{2}{\pi}\right) = -4\text{dB}$$

• Análisis de distorsión



haciendo el análisis queda el modelo:



$$y(t) = [a_1 \cdot v_s(t) + a_3 v_s^3(t)] \cdot \cos \omega_0 t$$

siendo

$$a_1 = -\frac{8R_L}{\pi R_x} \approx -G_c$$

$$R_x = \frac{kT}{qI} + 2(R_S + R_L + \frac{r_d + R}{2})$$

$$R_x \approx 2(R_S + R_L + \frac{r_d + R}{2})$$

$$a_3 = \frac{8kTR_L}{3\pi I^3 q R_x^4}$$

ej: con $v_s(t) = g(t) \cdot \cos 2\pi f_A t + V_A \cos 2\pi f_A t + V_B \cos 2\pi f_B t$ } interj.

se obtiene a la salida

si $2f_A - f_B = f_s$

$$v_o(t) = \frac{1}{2} a_1 g(t) \left[1 + \frac{3a_3}{4a_1} g^2(t) + \frac{3a_3}{2a_1} (V_A^2 + V_B^2) \right] \cdot \cos(2\pi \underbrace{(f_s - f_0)}_{f_{FI}} t) \quad \left. \vphantom{v_o(t)} \right\} \text{término a } f_{FI}$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{3a_3}{4} (V_B V_A^2) \cos[2\pi \underbrace{(2f_A - f_B)}_{f_s} - f_0] t \quad \left. \vphantom{v_o(t)} \right\} \text{producto interm orden 3}$$

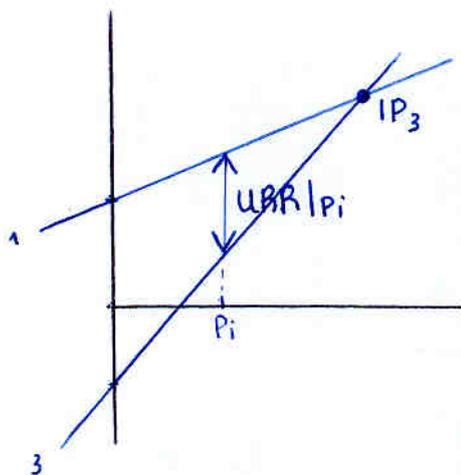
+ ...

ese $\frac{1}{2}$ viene de mult $\cos \cdot \cos$

• Análisis del comportamiento no lineal

Calculemos URR/Pi

consideramos $g(x) = V_A = V_B$



$$URR(dB) = 10 \log \frac{\left(\frac{a_1 V}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{8} a_3 V^3\right)^2} = 10 \log \frac{4 a_1}{3 a_3 V^2}$$

Despejamos ahora IP_{i3}

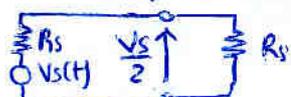
$$URR(dB) = (m-1)[IP_{i3} - P_i]$$

despejando:

$$IP_{i3} = \frac{1}{2} URR(dB) + P_i(dBm)$$

siendo

P_i la pot entrada



para la señal útil

$$\frac{V_s(t)}{2} = \frac{V}{2} \cos(2\pi f_s t)$$

$$P_i = \frac{\left(\frac{V}{2}\right)^2}{2 R_s} = \frac{V^2}{8 R_s}$$

$$URR(dB) = 10 \log \frac{4 \cdot a_1}{3 \cdot a_3 V^2}$$

$$P_i(dBm) = 10 \log \left[\frac{V^2}{8 R_s} \right] + 30 dBm$$

$$a_1 = -\frac{8 R_L}{\pi R_x} \quad a_3 = \frac{8 k T R_L}{3 \pi I^3 q R_x^4}$$

se obtiene:

$$IP_{i3}(dBm) = 10 \log \left[\frac{9}{2 k T} \cdot \frac{R_x^3}{R_s} I^3 \right] + 30 dBm \propto (R_x I)^3$$

$$G_c(dB) = 20 \log \left[\frac{8}{\pi} \frac{R_L}{R_x} \right]$$

$$\text{siendo } R_x = 2 \left[R_s + R_L + \frac{r_d + R}{2} \right]$$

$$\text{si } R \uparrow \Rightarrow \begin{cases} IP_i \uparrow \rightarrow \text{bueno} \\ G_c \downarrow \rightarrow \text{malo} \end{cases}$$

Problemas Tema 2

Problema 1 :

Determinar la relación entre IP_{i3} (para producto de intermodulación de orden 3) y P_{1dB} (nivel de compresión a 1 dB), en dispositivo de ley cúbica.

$$Z_{in} = 50 \Omega$$

$$v_o(t) = a_1 v_i(t) - a_3 v_i^3(t)$$

Sugerencia:

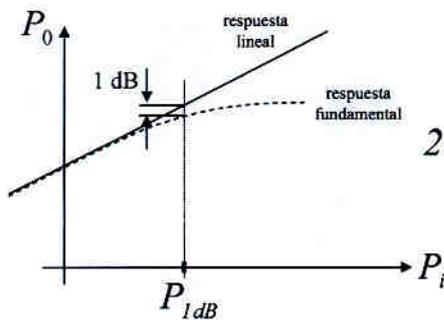
aplicaremos la ley cúbica a $v_i(t) = v_c \text{ sen } \omega_0 t$

obtener P_{1dB} ←
 obtener URR ←
 obtener IP_{i3} ←
 relacionar

$$v_o(t) = a_1 v_c \text{ sen } \omega_0 t - a_3 v_c^3 \text{ sen}^3 \omega_0 t = \dots$$

$$= a_1 v_c \left[1 - \frac{3 a_3}{4 a_1} v_c^2 \right] \text{ sen } \omega_0 t + \underbrace{\frac{a_3}{4} v_c^3 \text{ sen } 3\omega_0 t}_{\text{3er armónico}}$$

fundamental



$$20 \log \frac{a_1 v_{c1dB}}{a_1 v_{c1dB} \left[1 - \frac{3 a_3}{4 a_1} v_{c1dB}^2 \right]} = 1 \text{ dB}$$

fundamental

$$20 \log \left[1 - \frac{3 a_3}{4 a_1} v_{c1dB}^2 \right] = -1 \text{ dB}$$

$$\frac{3 a_3}{4 a_1} v_{c1dB}^2 = 0.1087 \quad (*) \text{ expresión que nos será útil posteriormente}$$

nivel de compresión a 1 dB

$$P_{1dB} = 10 \log \left[\frac{v_{c1dB}^2}{2 Z_{in}} 10^3 \right] \text{ (dBm)}$$

Para obtener la URR haremos un análisis de distorsión de intermodulación

Interferentes

↓ ↓

aplicando ley cúbica a $v_i(t) = I_1 \cos \omega_1 t + I_2 \cos \omega_2 t$ $I_1 = I_2 = I$

$$v_o(t) = \dots - \frac{3}{4} a_3 \underbrace{I_1^2 I_2}_{I^3} \cos(2\omega_1 - \omega_2)t + \dots$$

cuatro combinaciones con misma amplitud

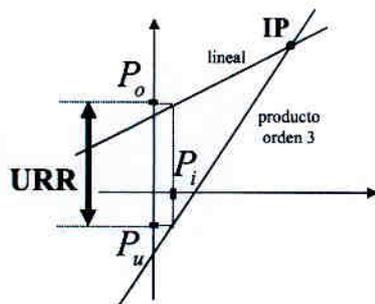
$2\omega_1 \pm \omega_2$
 $\omega_1 \pm 2\omega_2$

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be clearly documented, including the date, amount, and purpose of the transaction. This ensures transparency and allows for easy reconciliation of accounts.

In the second section, the author details the process of reviewing these records on a regular basis. This involves comparing the recorded amounts with bank statements and receipts to identify any discrepancies. If a difference is found, it is crucial to investigate the cause immediately to prevent further errors.

The third part of the document provides a step-by-step guide for creating a budget. It starts with identifying all sources of income and then lists all necessary expenses. By comparing income against expenses, one can determine if they are living within their means and make adjustments where necessary.

Finally, the document concludes with advice on how to use the information gathered from these records. It suggests that regular review and budgeting can help in making informed financial decisions, saving money, and achieving long-term financial goals.



respuesta lineal

$$P_o(dBm) = 10 \log \left[\frac{a_1^2 I^2}{2 Z_{in}} 10^3 \right]$$

respuesta no lineal

$$P_u(dBm) = 10 \log \left[\frac{\left(\frac{3}{4} a_3 I^3 \right)^2}{2 Z_{in}} 10^3 \right]$$

$$URR(dB) = P_o - P_u = 10 \log \left(\frac{a_1}{\frac{3}{4} a_3 I^2} \right)^2$$

$$URR(dB) = (m-1) [IP_i - P_i] \Big|_{m=3} \implies IP_{i3} = \frac{URR}{2} + P_i =$$

$$P_i(dBm) = 10 \log \left[\frac{I^2}{2 Z_{in}} 10^3 \right] = 20 \log I + 10$$

\uparrow
 50Ω

$$IP_{i3} = 10 \log \left(\frac{a_1}{\frac{3}{4} a_3 I^2} \right) + \underbrace{20 \log I + 10}_{P_i} = 10 \log \left(\frac{4 a_1}{3 a_3} \right) - \cancel{20 \log I} + \cancel{20 \log I} + 10$$

$$\frac{4 a_1}{3 a_3} = \frac{v_{c1dB}^2}{0.1087} \quad (*)$$

$$IP_{i3}(dBm) = 10 \log \left(\frac{v_{c1dB}^2}{0.1087} \right) + 10 =$$

$$= 10 \log \left(\frac{v_{c1dB}^2}{2 Z_{in}} 10^3 \right) + 10 \log \left(\frac{2 Z_{in}}{0.1087} 10^{-3} \right) + 10$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{P_{1dB}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\approx 1}$

En ley cúbica

$$IP_{i3}(dBm) \approx P_{1dB}(dBm) + 10 dB$$

Any other

any other

any other

$$u(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 2x + 1)$$

$$v(x) = \frac{1}{2} (x^2 - 2x + 1)$$

$$w(x) = \frac{1}{2} (x^2 - 1)$$

$$x^2$$

$$\frac{1}{2} (x^2 + 2x + 1) = \frac{1}{2} (x^2 - 2x + 1) + 2x$$

$$\frac{1}{2} (x^2 + 2x + 1) = \frac{1}{2} (x^2 - 1) + 2x + 1$$

$$\frac{1}{2} (x^2 + 2x + 1) = \frac{1}{2} (x^2 - 1) + 2x + 1$$

$$\frac{1}{2} (x^2 + 2x + 1) = \frac{1}{2} (x^2 - 1) + 2x + 1$$

Problema 2 : Comportamiento no lineal de receptor FM modelable por

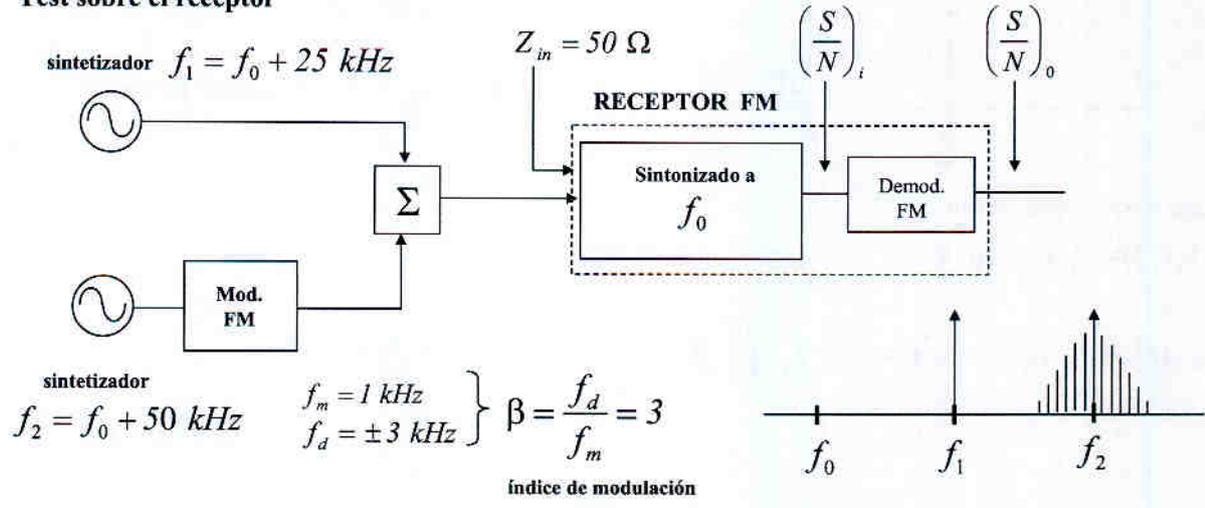
$Z_{in} = 50 \Omega$
 $T_0 = 293 K$
 $B = 16 kHz$
 $F = 4 dB$

$v_0(t) = a_1 v_i(t) - a_3 v_i^3(t) \Big|_{\substack{a_1=10 \\ a_3=130}}$ ← no debe sorprender

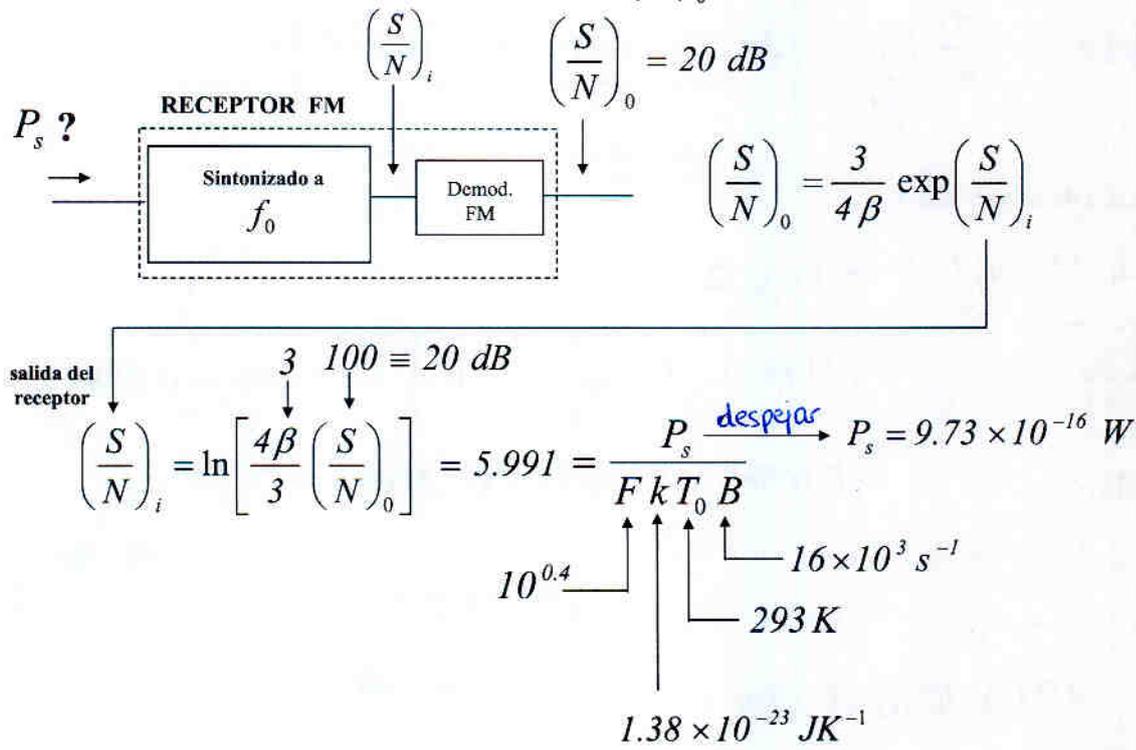
en FM el demodulador está precedido por paso limitador de amplitud

En demoduladores de FM $\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{3}{4\beta} \exp\left(\frac{S}{N}\right)_i$ β : índice de modulación

Test sobre el receptor



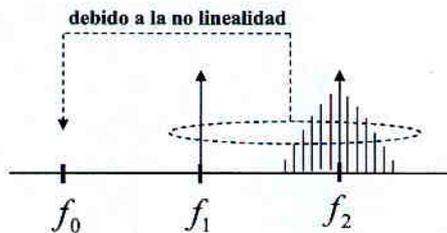
¿ Cual debe ser la sensibilidad del receptor para una $\left(\frac{S}{N}\right)_0 = 20 dB$?



$$P_s = 9.73 \times 10^{-16} \text{ W} \longrightarrow P_s (\text{dBm}) = 10 \log \left(\frac{9.73 \times 10^{-16} \text{ W}}{10^{-3}} \right) = -120.11 \text{ dBm}$$

Determinar la SCA (Selectividad de canal adyacente)

↑
 $URR|_{P_s}$ cuando las señales interferentes son canales adyacentes



$$f_1 = f_0 + 25 \text{ kHz}$$

$$f_2 = f_0 + 50 \text{ kHz}$$

$$2f_1 - f_2 = f_0 \quad \text{producto de orden 3}$$

estudio de intermodulación

$$v_1(t) = I_1 \cos \omega_1 t \quad ; \quad f_1 = f_0 + 25 \text{ kHz}$$

$$v_2(t) = I_2 \cos \left[\omega_2 t + 2\pi f_d \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda \right] \quad ; \quad f_2 = f_0 + 50 \text{ kHz}$$

$$I_1 = I_2 = I$$

aplicamos ley cúbica $v_0(t) = a_1 v_i(t) - a_3 v_i^3(t)$ a $v_1(t) + v_2(t)$

$$v_0(t) = \dots - \frac{3a_3}{4} \underbrace{I_1^2 I_2}_{I^3} \cos \left[2\pi \underbrace{(2f_1 - f_2)}_{=f_0} t - 2\pi f_d \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda \right] + \dots$$

producto de tercer orden

en el punto de intercepción

$$\underbrace{\frac{3}{4} a_3 I^3}_{\text{resp. producto orden 3}} = \underbrace{a_1 I}_{\text{resp. lineal}} \longrightarrow I \approx 0.32$$

$$IP_i (\text{dBm}) = 10 \log \left(\frac{I^2}{2.50} 10^3 \right) = 0.1 \text{ dBm} \approx 0 \text{ dBm}$$

$$a_1 = 10$$

$$a_3 = 130$$

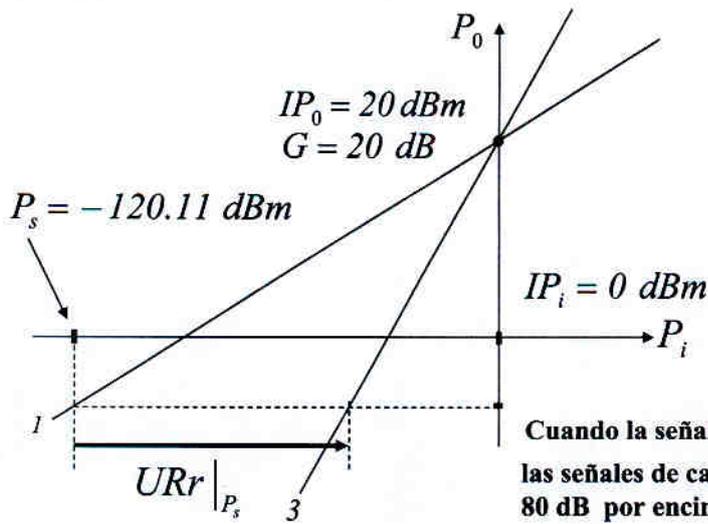
$$IP_0 (\text{dBm}) = IP_i (\text{dBm}) + G = 0 \text{ dBm} + 20 \text{ dB} = \text{---} \downarrow 20 \text{ dBm}$$

$$20 \log a_1 = 20 \text{ dB}$$

$$a_1 = 10$$

$$IP (0 \text{ dBm}, 20 \text{ dBm})$$

gráficamente

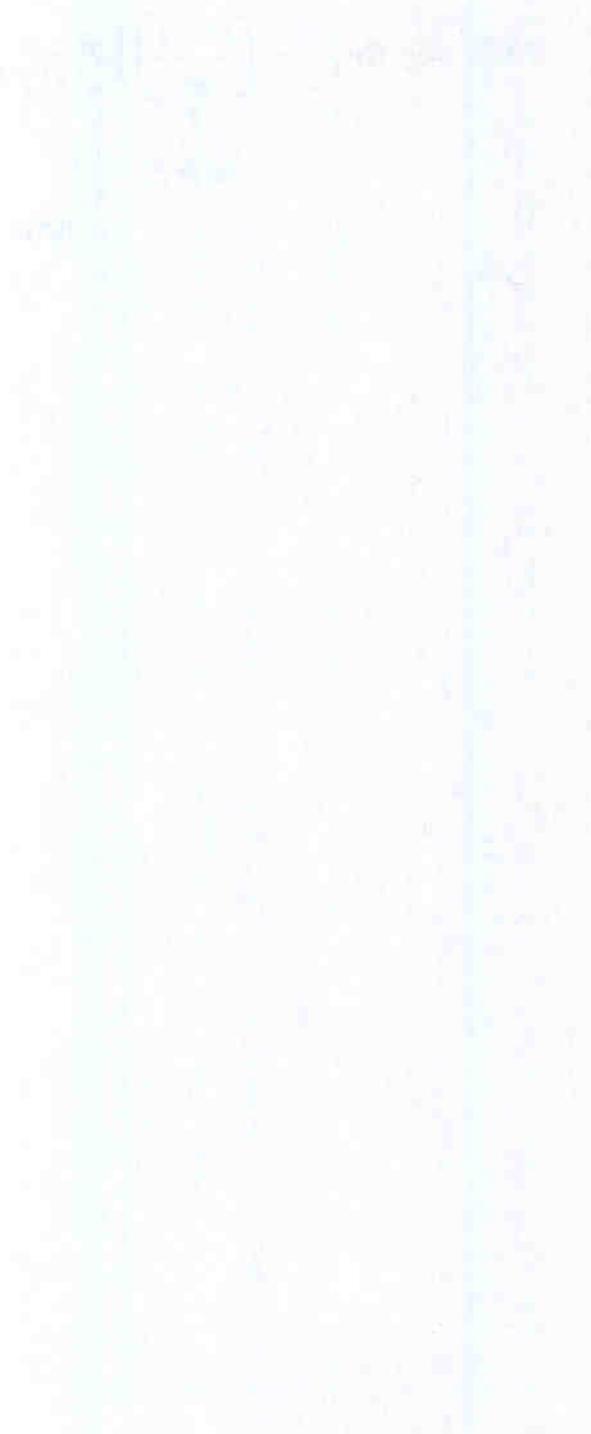
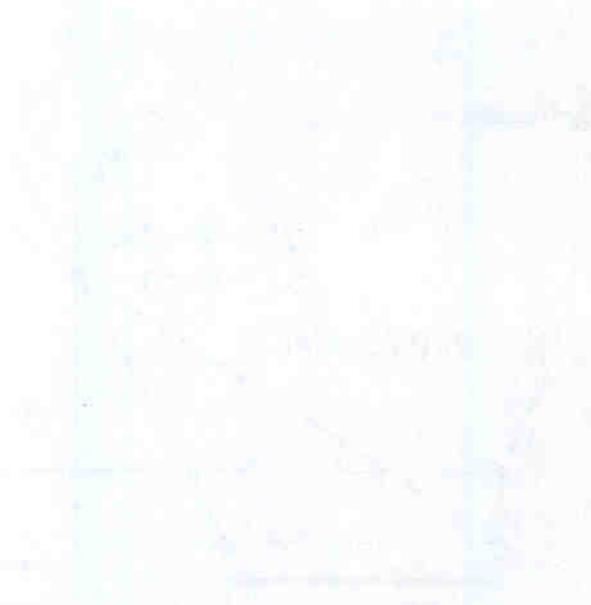


Cuando la señal útil entra con la potencia de sensibilidad, las señales de canales adyacentes, tendrían que entrar con 80 dB por encima de la señal útil, para que a la salida se igualasen las potencias de señal útil y no deseada

$$SCA = URr|_{P_s} = \left(\frac{m-1}{m} \right) [IP_i - P_s] = 80 \text{ dB}$$

$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow \\ m = 3 & & -120.11 \text{ dBm} \\ & & \uparrow \\ & & 0 \text{ dBm} \end{matrix}$

Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is mostly illegible due to fading and bleed-through.



Problema_3 :

Tras caracterizar en laboratorio un dispositivo de ley cúbica, se obtiene

$$v_i(t) = \text{sen } \omega_0 t$$

además

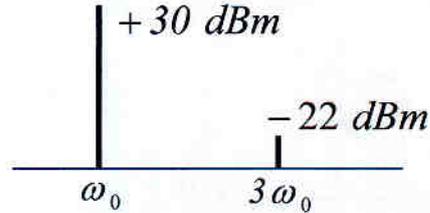
$$F = 4 \text{ dB}$$

$$\text{sensibilidad} \rightarrow -80 \text{ dBm} / \text{BER} = 10^{-6}$$

$$Z_i = 50 \Omega$$

$$B = 1.25 \text{ MHz}$$

Se pide :



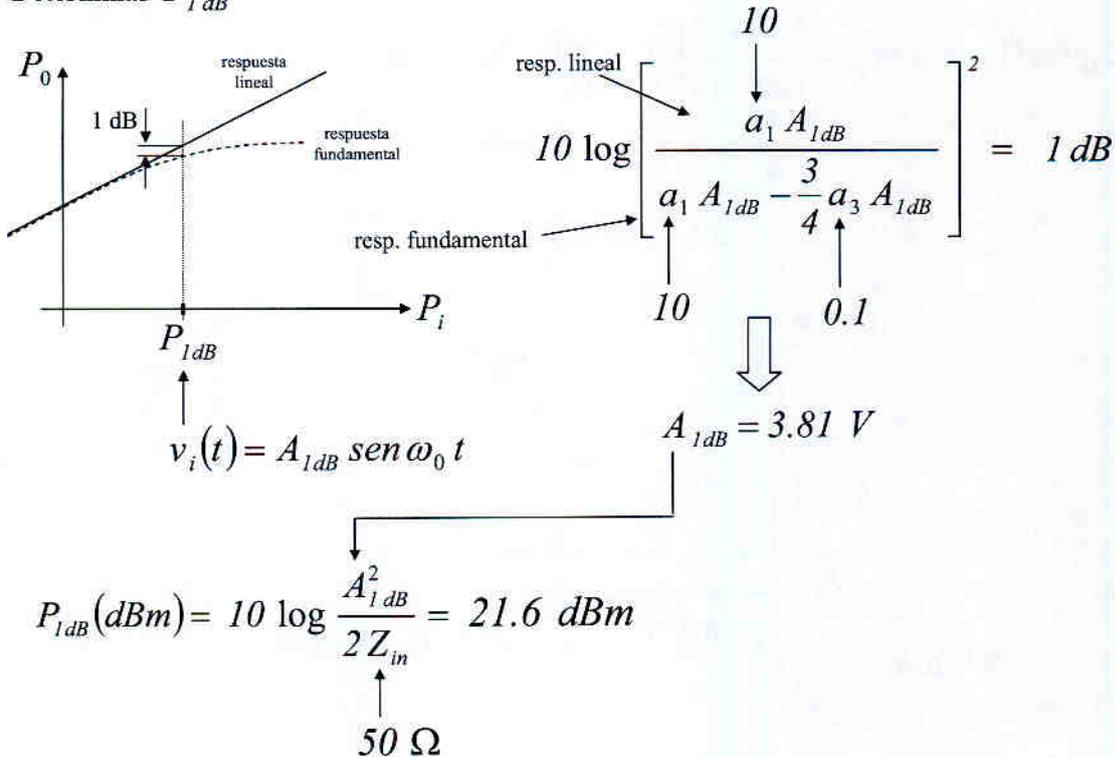
a) Determinar los coeficientes de la ley cúbica a_1, a_3

del fundamental a ω_0 $30 \text{ dBm} \equiv 10^{-3} 10^{30/10} = \frac{\left(a_1 - \frac{3}{4} a_3\right)^2}{2 Z_{in}} \rightarrow a_1 \approx 10$

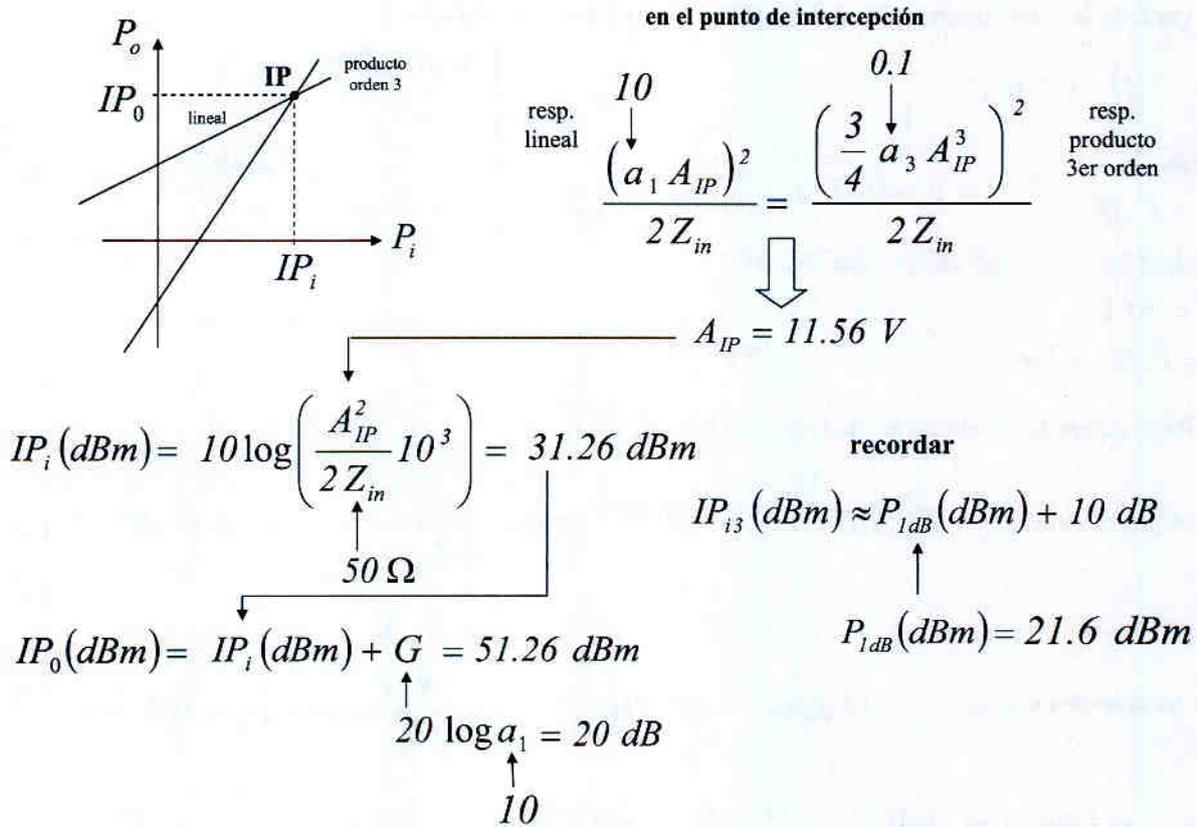
del 3er armónico a $3\omega_0$ $-22 \text{ dBm} \equiv 10^{-3} 10^{-22/10} = \frac{\left(\frac{a_3}{4}\right)^2}{2 Z_{in}} \rightarrow a_3 \approx 0.1$

Ley cúbica $\rightarrow v_o(t) = \pm 10 v_i(t) \mp 0.1 v_i^3(t)$

b) Determinar P_{1dB}



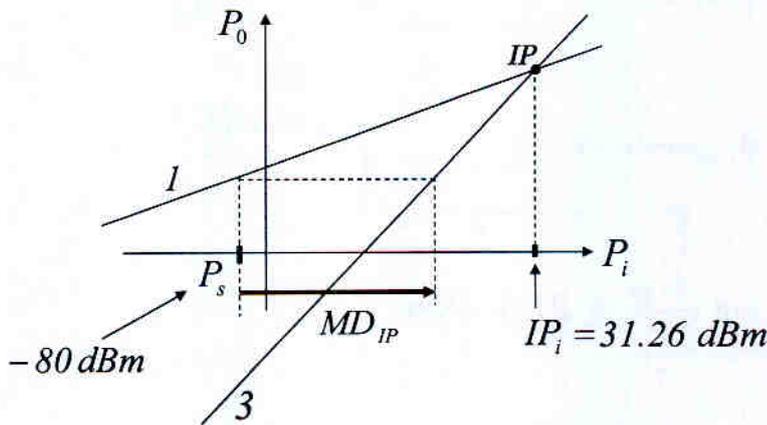
c) Determinar el punto de intersección para el producto de orden 3



d) Determinar el margen dinámico del punto de intersección

$$MD_{IP}(\text{dB}) \equiv URr|_{P_s} = \left(\frac{m}{m-1} \right) [IP_i - P_s] = 74.5 \text{ dB}$$

3 31.26 dBm -80 dBm



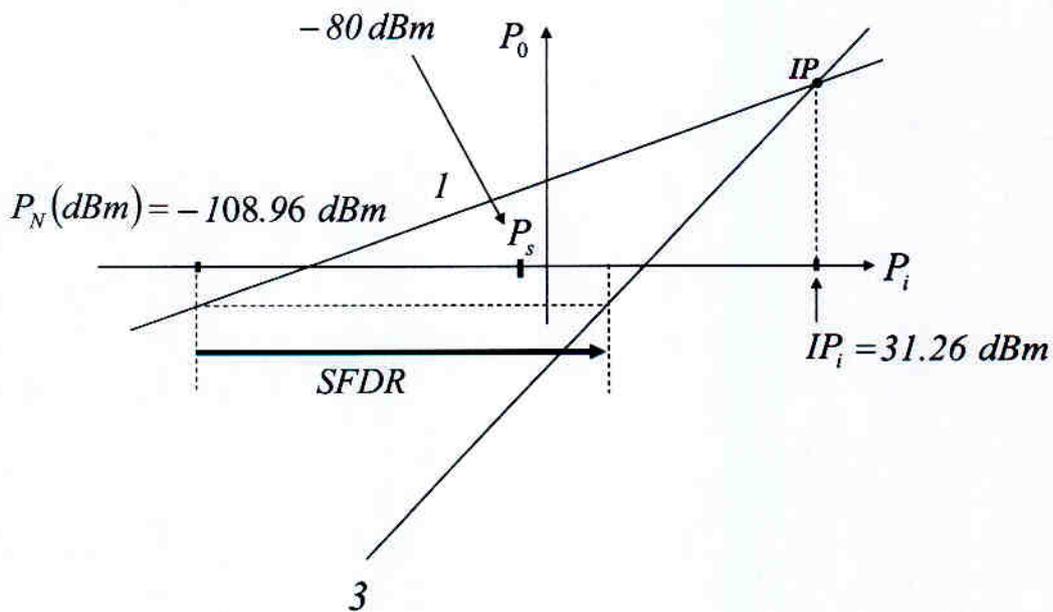
e) Determinar el margen dinámico libre de espúreas

$$SFDR(dB) = URr|_{P_N} = \left(\frac{m-1}{m} \right) [IP_i - P_N] = 93.48 \text{ dB}$$

\uparrow
 $m = 3$
 \uparrow
 31.26 dBm

$$P_N(dBm) = 10 \log \left(\frac{k T B F}{10^{-3}} \right) = -108.96 \text{ dBm}$$

$1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
 293 K
 $1.25 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$
 $10^{4/10}$



Problema_4:

Sea un dispositivo no lineal de ley cúbica $y(t) = a_1 x(t) - a_3 x^3(t)$

$G = 10 \text{ dB}$

$IP_i = 40 \text{ dBm}$

$T_0 = 293 \text{ K}$

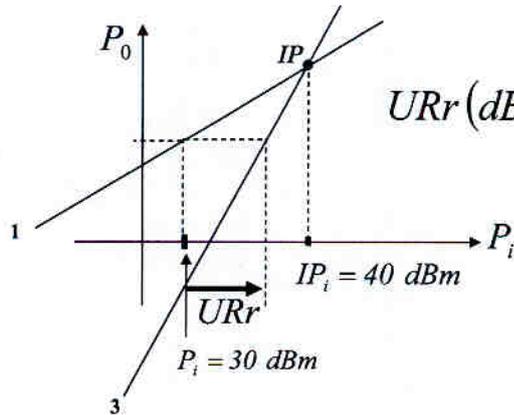
$B = 25 \text{ kHz}$

$F = 3 \text{ dB}$

$Z_{in} = 50 \Omega$

Se pide :

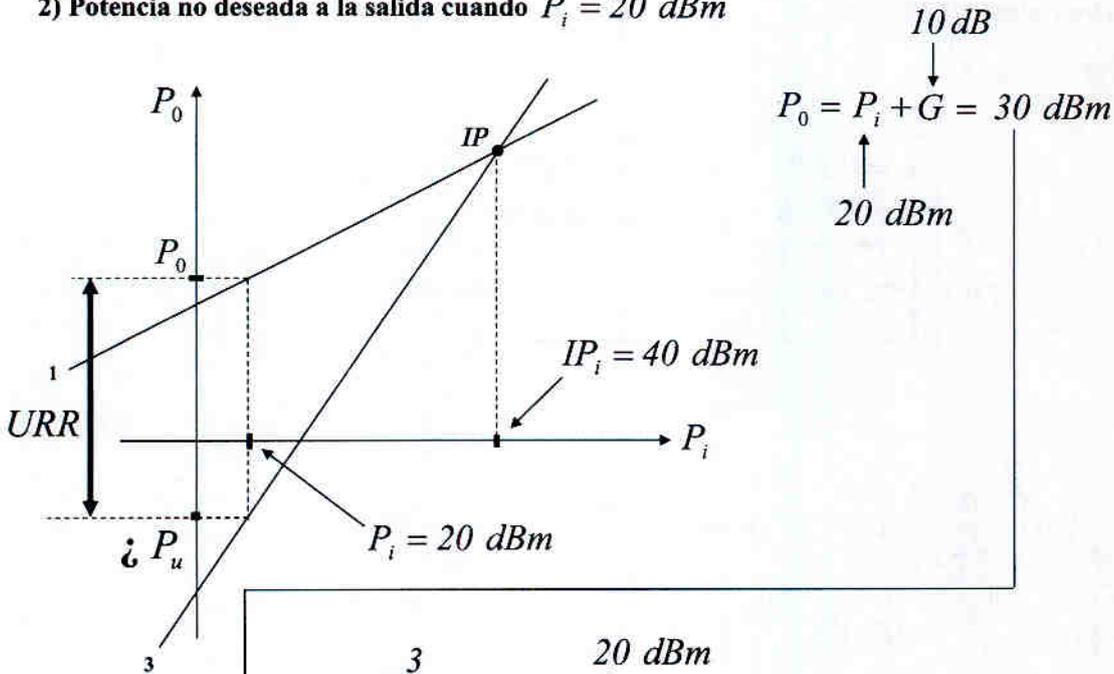
1) Calcular la URr para una $P_i = 30 \text{ dBm}$



$$URr(\text{dB})|_{P_i=30 \text{ dBm}} = \left(\frac{m-1}{m}\right) [IP_i - P_i] = 6.6 \text{ dB}$$

$m=3$ $P_i = 30 \text{ dBm}$
 $IP_i = 40 \text{ dBm}$

2) Potencia no deseada a la salida cuando $P_i = 20 \text{ dBm}$



$$URR(\text{dB}) = P_0 - P_u = (m-1) [IP_i - P_i] = 40 \text{ dB} \implies P_u = -10 \text{ dBm}$$

10 dB
 $P_0 = P_i + G = 30 \text{ dBm}$
 20 dBm
 3 20 dBm
 40 dBm

3) Calcular el margen dinámico libre de espúreas

$$SFDR(dB) = URr|_{P_N} = \left(\frac{m-1}{m}\right) [IP_i - P_N] = 111.3 \text{ dB}$$

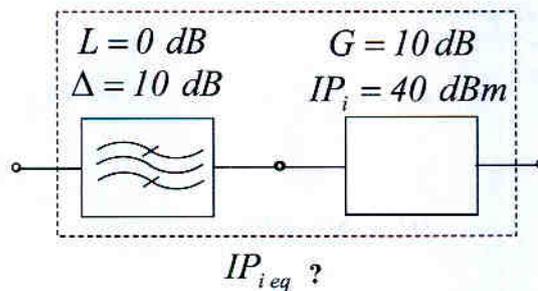
$\begin{matrix} 40 \text{ dBm} \\ \downarrow \\ \uparrow \\ 3 \end{matrix}$

$$P_N(dBm) = 10 \log\left(\frac{kT_0 B F}{10^{-3}}\right) = -127 \text{ dBm}$$

$\begin{matrix} 293 \text{ K} \\ \downarrow \\ 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \\ \downarrow \\ 25 \times 10^3 \text{ s}^{-1} \\ \downarrow \\ 10^{3/10} \end{matrix}$

4) Se introduce un filtro sin pérdidas que atenúa en 10 dB las frecuencias susceptibles de generar producto de intermodulación.

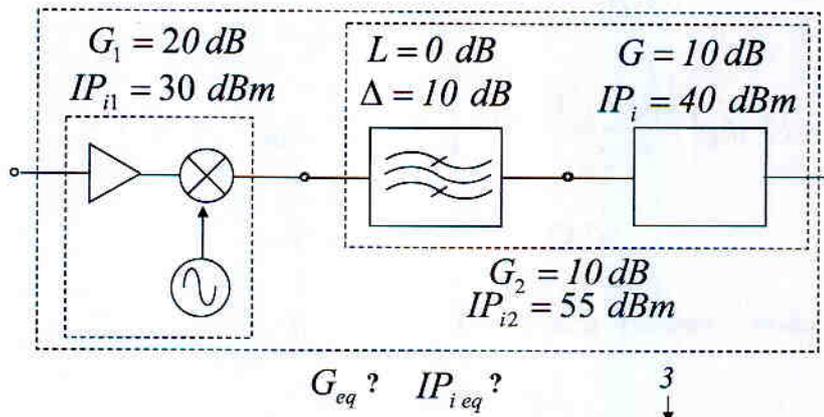
¿Cuál será el IP_{ieq} ?



$$IP_{ieq} = IP_i + \left(\frac{m}{m-1}\right) \Delta = 55 \text{ dBm}$$

$\begin{matrix} 40 \text{ dBm} \\ \uparrow \\ \uparrow \\ 3 \\ \uparrow \\ 10 \text{ dB} \end{matrix}$

5) Se introduce una etapa como se muestra en la figura ¿Cuál será la G_{eq} y el IP_{ieq} ?



$$G_{eq} = G_1 + G_2 = 20 \text{ dB} + 10 \text{ dB} = 30 \text{ dB}$$

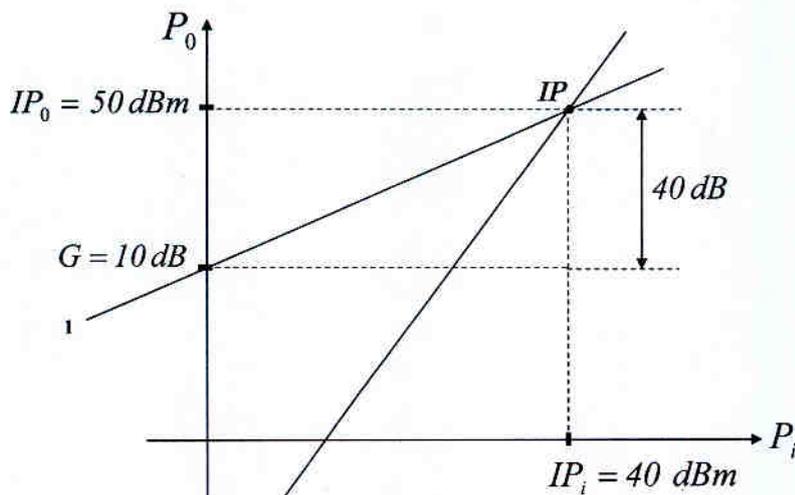
$$q = \frac{m-1}{2} = 1$$

$$\left(\frac{1}{IP_{ieq}} \right)^q = \left(\frac{1}{IP_{i1}} \right)^q + \left(\frac{G_1}{IP_{i2}} \right)^q$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 1 316.12
 (30 dBm) (55 dBm)

$\Rightarrow IP_{ieq} = 0.76 \text{ W}$
 $IP_{ieq} = 28.8 \text{ dBm}$

6) Determinar los coeficientes a_1 y a_3 de la no linealidad



$$G = 10 \text{ dB} = 20 \log a_1 \Rightarrow a_1 = 10^{0.5} = 3.16$$

en el IP tendremos :

Para la respuesta lineal

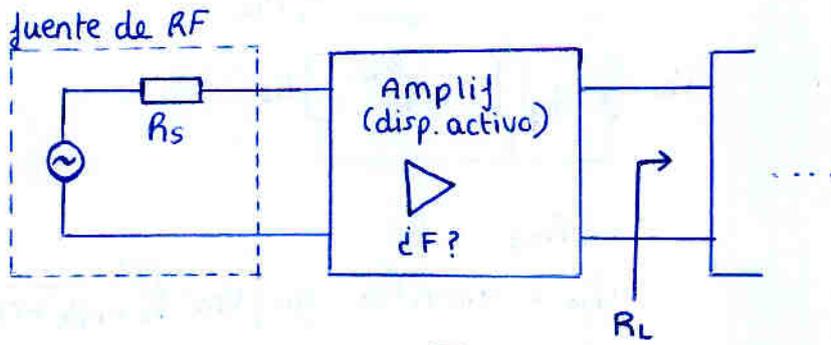
$$50 \text{ dBm} = 10 \log \left(\frac{\overset{3.16}{(a_1 A_{IP})^2}}{\underset{50 \Omega}{2 Z_{in}}} 10^3 \right) \Rightarrow A_{IP} = 31.62 \text{ V}$$

Para la respuesta no lineal (producto de orden 3)

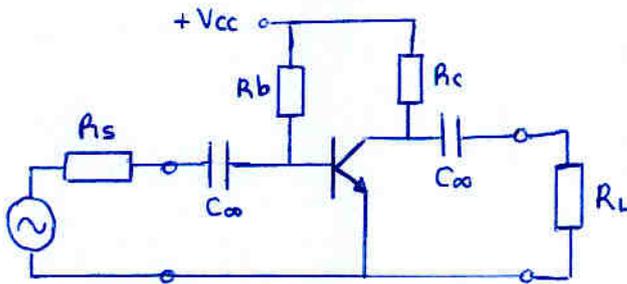
$$50 \text{ dBm} = 10 \log \left(\frac{\left(\frac{3}{4} a_3 A_{IP}^3 \right)^2}{\underset{50 \Omega}{2 Z_{in}}} 10^3 \right) \Rightarrow a_3 = 2.63 \times 10^{-4}$$

Tema 3 - Ruido

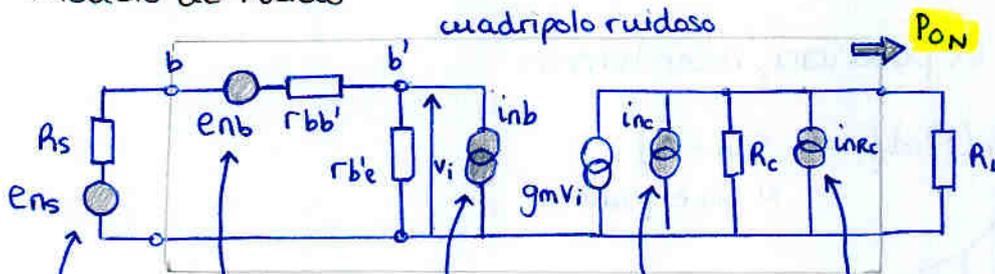
1. Diseño de mínimo ruido en amplificadores de RF



ej. sencillo



Modelo de ruido



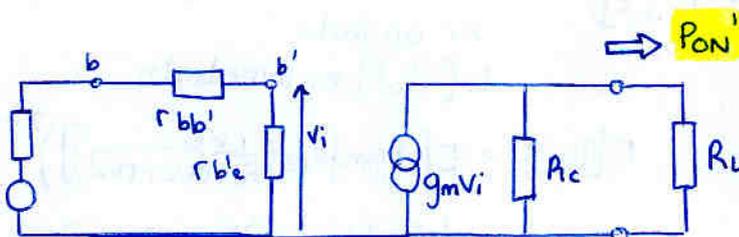
$$g_m = \frac{\partial i_c}{\partial V_{b'e}} = \dots \approx \frac{1}{r_e}$$

$$r_{b'e} = \frac{\partial V_{b'e}}{\partial i_b} = \dots = \frac{\beta}{g_m}$$

- ruido térmico de la resist. de fuente
 $G_{ens}(f) = 4kTR_s \left[\frac{V^2}{Hz} \right]$
- ruido térmico resistencia de base
 $G_{enb}(f) = 4kTr_{bb'} \left[\frac{V^2}{Hz} \right]$
- ruido shot de la corriente de base
 $G_{inb}(f) = 2q I_b \left[\frac{A^2}{Hz} \right]$
- ruido shot de la corriente de colector
 $G_{inc}(f) = 2q I_c \left[\frac{A^2}{Hz} \right]$
- ruido térmico de la resistencia de colector
 $G_{inrc}(f) = 4kT \left(\frac{1}{R_c} \right) \left[\frac{A^2}{Hz} \right]$
hacemos el eq norton del gen tension ruido

Recuerda
 ruido térmico:
 $4kTR \quad V^2/Hz$
 ruido shot
 $2qI \quad A^2/Hz$

cuadripolo no ruidoso:

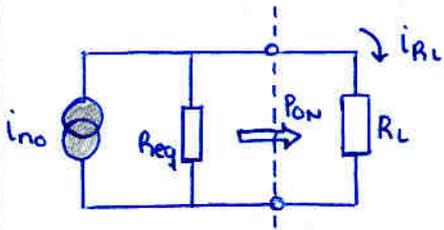


Por definición de factor de ruido

$$F = \frac{P_{ON}}{P'_{ON}}$$

Para calcularlo, hacemos el equivalente Norton desde la salida

Cuadripolo ruidoso:



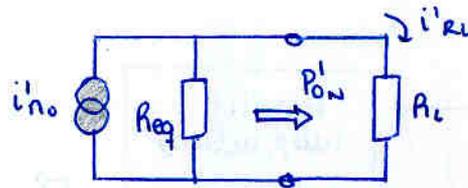
$$R_{eq} = R_c$$

$$i_{no} = i_{nc} + i_{nrc} + g_m V_i$$

$$V_i = e_{ns} \left(\frac{r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right) + e_{nb} \left(\frac{r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right) + i_{nb} \left(\frac{r_{b'e} (R_s + r_{bb'})}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right)$$

por superposición (muy fácil) de sacar

Cuadripolo no ruidoso



$$R_{eq} = R_c$$

$$i'_{no} = g_m V_i' = g_m \left[e_{ns} \left(\frac{r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right) \right]$$

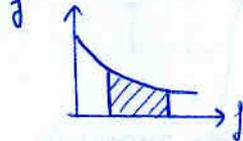
$$i_{RL} = i_{no} \cdot \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_L}$$

$$i'_{RL} = i'_{no} \cdot \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_L}$$

Y para calcular la potencia, recordemos:

$$E[i_n^2] = \int G_{in}(f) df = G_{in} \cdot \Delta f$$

si G_{in} es plano



$$P_{ON} = R_L \cdot E[i_{RL}^2]$$

$$= R_L \cdot \left(\frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_L} \right)^2 E[i_{no}^2]$$

$$P'_{ON} = R_L \cdot E[i'_{RL}^2]$$

$$= R_L \cdot \left(\frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_L} \right)^2 E[i'_{no}^2]$$

Por tanto $F = \frac{P_{ON}}{P'_{ON}} = \frac{E[i_{no}^2]}{E[i'_{no}^2]}$

Por el otro lado

$E[(i_{no})^2]$ no parece tan fácil ya que i_{no} es una gran suma de términos que hay que elevar al cuadrado

Por un lado

$E[i'_{no}^2]$ es inmediato

$$E[(i'_{no})^2] = E \left[\left(g_m \left[e_{ns} \left(\frac{r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right) \right] \right)^2 \right]$$

$$= \left(\frac{g_m r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right)^2 E[e_{ns}^2]$$

$\Delta f \cdot G_{ns}$

$$E[(i_{no})^2] = E \left[(i_{nc} + i_{nrc} + \underbrace{g_{mns} \left(\frac{r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right) + g_{mnb} \left(\frac{r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right) + g_{minb} \left(\frac{r_{b'e}(R_s + r_{bb'})}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right)}_{\frac{g_m r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} [e_{ns} + e_{nb} + (R_s + r_{bb'}) i_{nb}]} \right)^2 \right] \quad 2$$

al elevar al cuadrado aparecen un montón de términos

$$= E \left[i_{nc}^2 + i_{nrc}^2 + \left(\frac{g_m r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right)^2 [e_{ns}^2 + e_{nb}^2 + (R_s + r_{bb'})^2 i_{nb}^2] + \dots \right]$$

↓
productos cruzados

al aplicar $E[\dots]$...

¡Desaparecen el resto de términos!

En otras asignaturas hacíamos esto implícitamente al decir que los ruidos se suman en potencia y no en tensión
i.e.

Por **in correlación de las fuentes de ruido**

$$E[e_{n1} \cdot e_{n2}] = E[e_{n1}] \cdot E[e_{n2}] = 0$$

media nula

$$i_{no}^2 = i_{nc}^2 + i_{nrc}^2 + \left(\frac{g_m r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right)^2 [e_{ns}^2 + e_{nb}^2 + (R_s + r_{bb'})^2 i_{nb}^2]$$

$$= \underbrace{E[i_{nc}^2]}_{\Delta f \cdot G_{inc}(f)} + \underbrace{E[i_{nrc}^2]}_{\Delta f \cdot G_{inrc}(f)} + \left(\frac{g_m r_{b'e}}{R_s + r_{b'e} + r_{bb'}} \right)^2 \left[\underbrace{E[e_{ns}^2]}_{\Delta f \cdot G_{ens}(f)} + \underbrace{E[e_{nb}^2]}_{\Delta f \cdot G_{enb}(f)} + (R_s + r_{bb'})^2 \underbrace{E[i_{nb}^2]}_{\Delta f \cdot G_{inb}(f)} \right]$$

Ya conocemos por tanto la expresión

$$F = \frac{E[i_{no}^2]}{E[i_{nc}^2]} \quad \text{donde no hay más que sustituir las } G(f) \text{ y arreglar la expresión un poco haciendo aproximaciones (ver transp)}$$

Finalmente se llega a :

$$F = 1 + \frac{1}{R_s} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_s \cdot \frac{g_{Ib}}{2kT}$$

Diseño óptimo $\Rightarrow F_{min}$

$$\frac{\partial F}{\partial R_s} = 0 \Rightarrow (R_s)_{optimo} = \sqrt{\frac{2kT}{g_{Ib}} \left(r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right)}$$

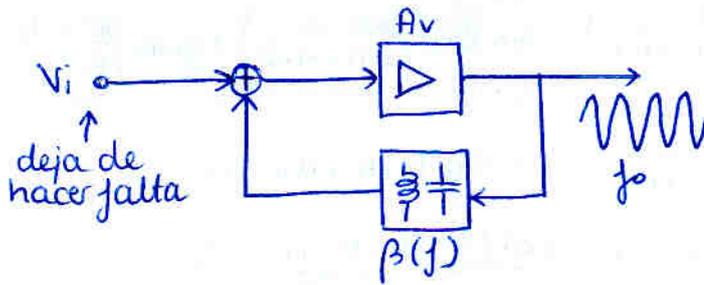
en AF se sacrifica la adaptación a cambio de menor ruido.

y para $(R_s)_{optimo}$

$$\frac{\partial F}{\partial I_c} = 0 \Rightarrow (I_c)_{optimo} = \frac{kT}{g_{R_s}} \sqrt{\beta}$$

Punto de trabajo óptimo

2. Oscilador de RF = amplif RF + red realimentación



$$V_o = A_v (V_i + V_o \cdot \beta(f))$$

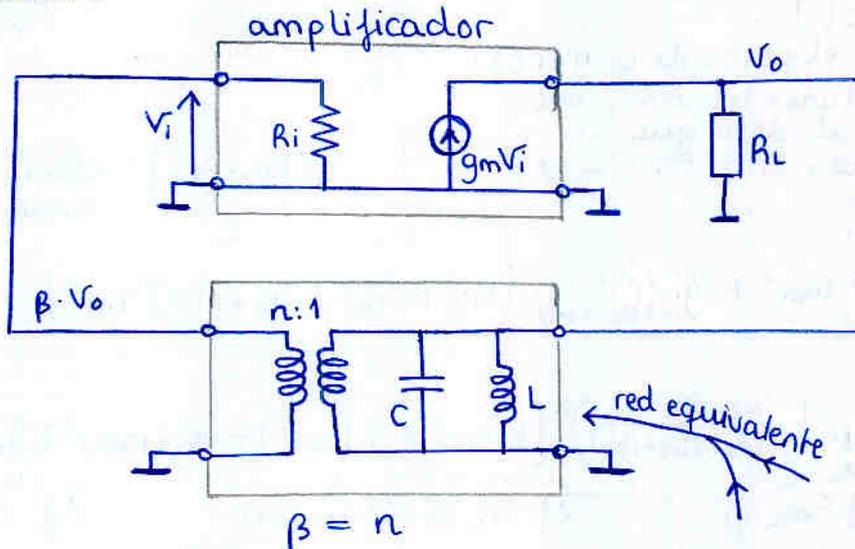
↓

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A_v}{1 - A_v \cdot \beta(f)}$$

a f_o se cumple $A_v \cdot \beta(f_o) = 1$

$$\frac{V_o}{V_i} = \infty$$

Implementación:

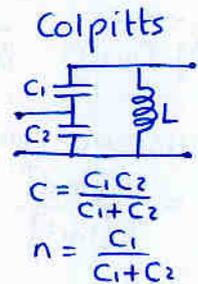
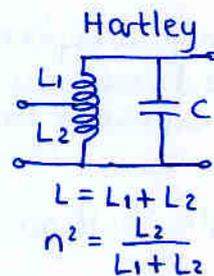


Para haber adaptación:

$$R_L \cdot n^2 = R_i$$

$$V_o = g_m \cdot V_i \cdot \left(R_L \parallel \frac{R_i}{n^2} \right) = g_m V_i \frac{R_L}{2}$$

carga que se ve desde salida amplif



$$V_o = g_m \cdot V_i \cdot \frac{R_L}{2} \Rightarrow$$

$$\beta = n$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = g_m \frac{R_L}{2}$$

Condición de oscilación:

$$\beta \cdot A_v = 1$$

$$n \cdot g_m \frac{R_L}{2} = 1$$

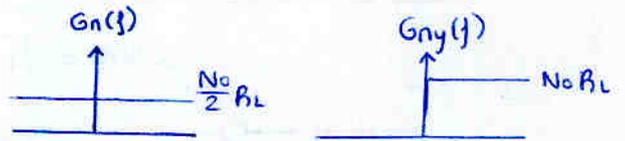
β A_v

3. Ruido de fase

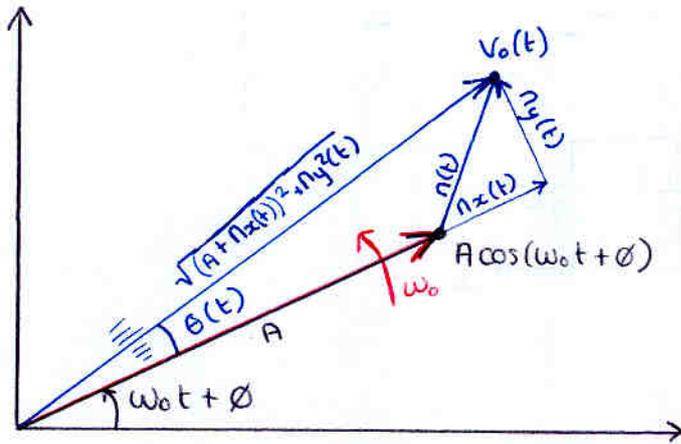
Señal entregada por un oscilador

$$V_o(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \phi) + n(t)$$

ruido



$$n(t) = n_x(t) \cos(\omega_0 t + \phi) \leftarrow \text{comp fase} + n_y(t) \sin(\omega_0 t + \phi) \leftarrow \text{comp cuadr}$$



se obtiene:

$$V_o(t) = \sqrt{(A + n_x(t))^2 + n_y(t)^2} \cos(\omega_0 t + \phi + \underbrace{\text{tg}^{-1}\left(\frac{n_y(t)}{n_x(t) + A}\right)}_{\theta(t)})$$

↑ ruido sobre la envolvente poco relevante ↑ Ruido de FASE

Ruido de fase: $\theta(t) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{n_y(t)}{A + n_x(t)}\right) \approx \frac{n_y(t)}{A}$

↑ $A \gg n_x(t), n_y(t)$

Densidad espectral del ruido de fase:

$$G_\theta(f) \quad f = f_0 + \Delta f \quad \xrightarrow{\text{origen en } f_0} \quad G_\theta(\Delta f) = \text{TF}[R_\theta(\tau)]$$

$$= \text{TF}[E(\theta(t) \cdot \theta(t+\tau))]$$

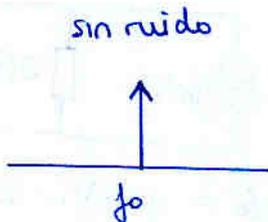
$$= \text{TF}\left[\frac{n_y(t)}{A} \cdot \frac{n_y(t+\tau)}{A}\right]$$

$$= \frac{1}{A^2} \text{TF}\left[\underbrace{E[n_y(t) \cdot n_y(t+\tau)]}_{R_{n_y}(\tau)}\right]$$

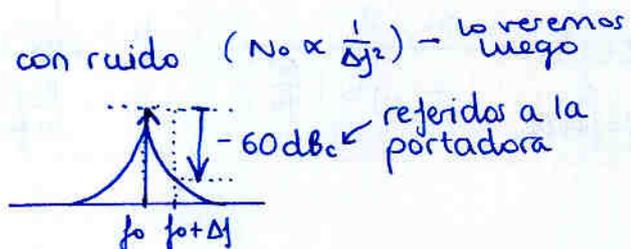
$$G_\theta(\Delta f) = \frac{G_{n_y}(\Delta f)}{A^2} \quad [\text{Hz}^{-1}]$$

d.e.p. de la componente en cuadratura del ruido

salida del oscilador



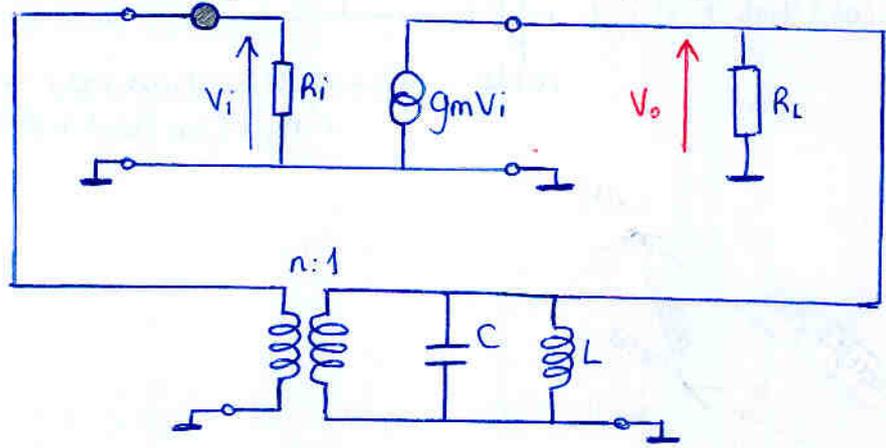
⇒



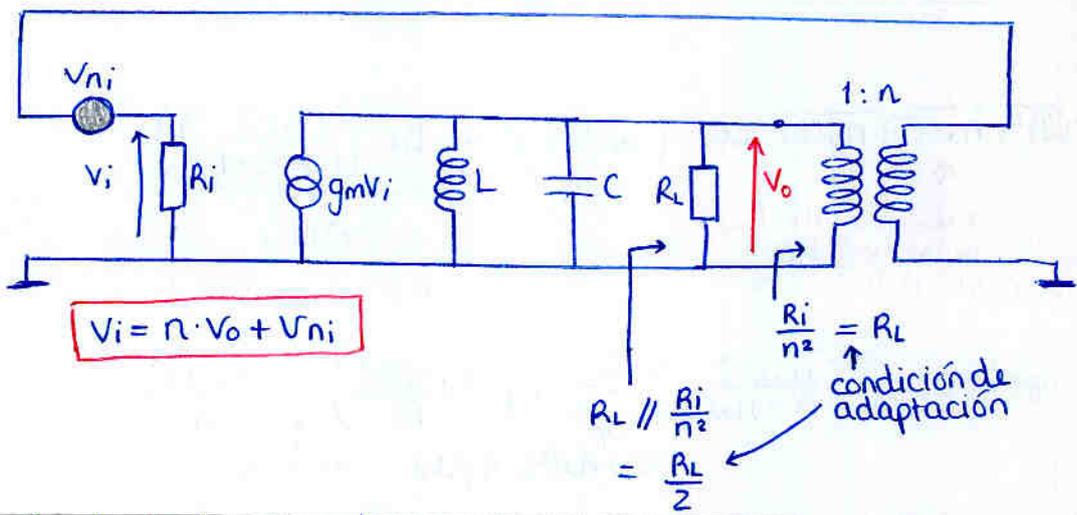
4. Oscilador ruidoso

gen. de ruido EQUIVALENTE
sabiendo $P_{ineq} = kTBF = \frac{\overline{V_{ni}^2}}{R_i}$

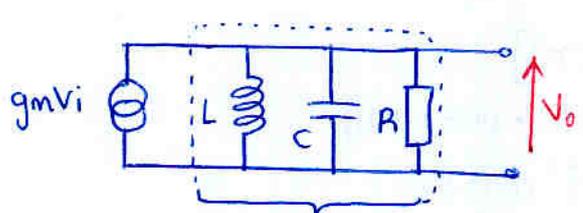
$V_{ni} = \sqrt{kTBF R_i} = \sqrt{kTFR_i} \text{ V}/\text{Hz}$
 $\uparrow_{B=1\text{Hz}}$



M



Desde el pto de vista de V_o



siendo $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$Z(j\omega) = \frac{1}{\frac{2}{R_L} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}} = \dots = \frac{R_L/2}{1 + j \frac{R_L/2}{2\pi f L} \left(\frac{f^2}{f_0^2} - 1 \right)} = Z(f)$$

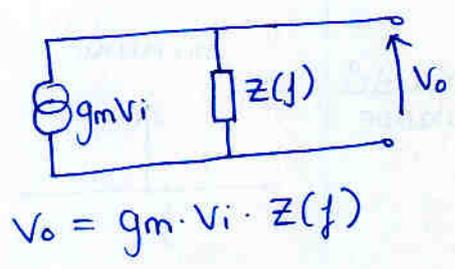
\uparrow ver transp

Si sustituimos $f = f_0 + \Delta f$ y despreciamos $(\Delta f)^2$ se obtiene..

$$Z(f) = \frac{R_L/2}{1 + 2jQ \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{R_L/2}{2\pi f_0 L}$$



$$V_o = g_m \cdot V_i \cdot Z(f)$$

y ahora es cuando tenemos en cuenta tanto el ruido como la realimentación cuando hacemos

$$V_i = n \cdot V_o + V_{ni}$$

$$V_o = g_m \cdot (n \cdot V_o + V_{ni}) \cdot Z(f)$$

despejando V_o

$$V_o = \frac{g_m \cdot Z(f)}{1 - g_m Z(f) \cdot n} \cdot V_{ni} = \frac{g_m \frac{R_L}{2}}{1 - g_m \frac{R_L}{2} n + j 2Q \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)} \cdot V_{ni}$$

Y como el circuito está diseñado con

$$\text{condición de oscilación: } A_v \beta = 1 \Rightarrow \frac{g_m \frac{R_L}{2} n}{A_v \beta} = 1$$

queda:

$$V_o = \frac{1/n}{j 2Q \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)} \cdot V_{ni} \quad [V/Hz]$$

ruido equiv a la entrada $V_{ni} = \sqrt{k T F R_i}$

Calculamos ahora el ruido total de salida por hertzio:

$$N_o = \frac{\overline{V_o^2}}{R_L} = \dots = \frac{k T F}{4 Q^2} \frac{f_0^2}{(\Delta f)^2}$$

Normalizando por la potencia de señal util a la carga $P = \frac{1}{2} \frac{A^2}{R_L}$

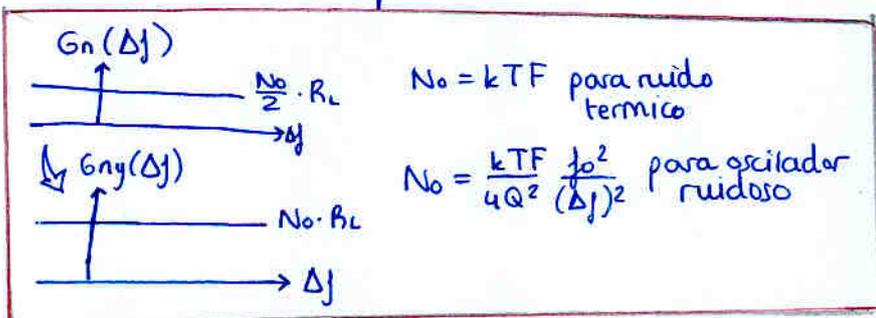
$$\frac{N_o}{P} = \frac{k T F}{P} \frac{1}{4 Q^2} \frac{f_0^2}{(\Delta f)^2}$$

Densidad espectral del ruido de fase

$$G_o(\Delta f) = \frac{G_{ny}(\Delta f)}{A^2} = \frac{N_o R_L}{A^2} = \dots = \frac{k T F}{P} \frac{1}{8 Q^2} \frac{f_0^2}{(\Delta f)^2}$$

La mitad de pot de ruido entregada por un oscilador es ruido de fase

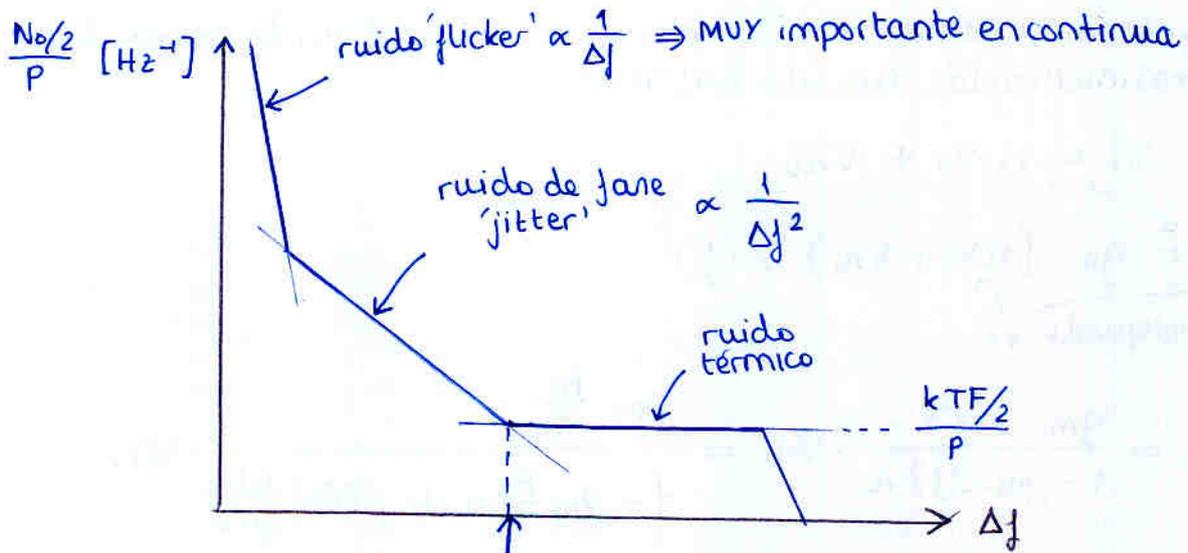
$$G_o(\Delta f) \propto \frac{1}{(\Delta f)^2}$$



$f_0 \uparrow$
 $F \uparrow$
 $Q \downarrow$ } mayor ruido de fase

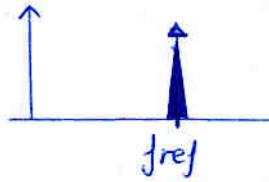
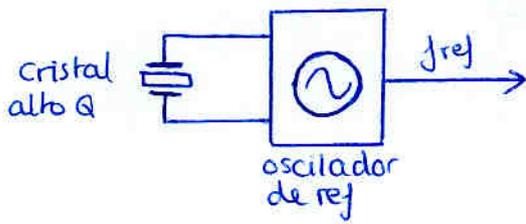
Fóptimo no coincide con Q_{maximo}

Espectro de ruidos:

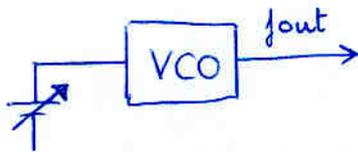


$$\underbrace{\frac{\frac{kTF}{8Q^2} \cdot \frac{f_0^2}{(\Delta f)^2}}{P}}_{\text{Ruido de fase normaliz.}} = \underbrace{\frac{\frac{kTF}{2}}{P}}_{\text{Ruido térmico normaliz.}} \Rightarrow \Delta f = \frac{f_0}{2Q}$$

5. Utilización de un PLL para mejorar la pureza espectral

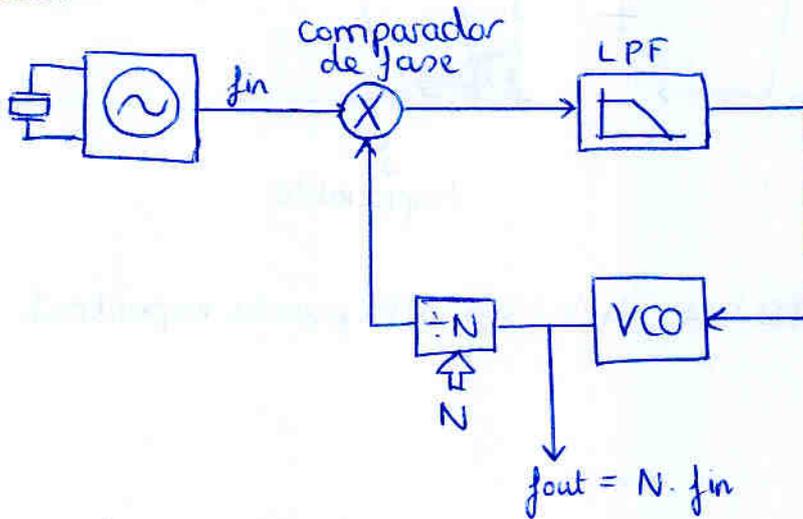


alta pureza espectral
pero no permite f altas



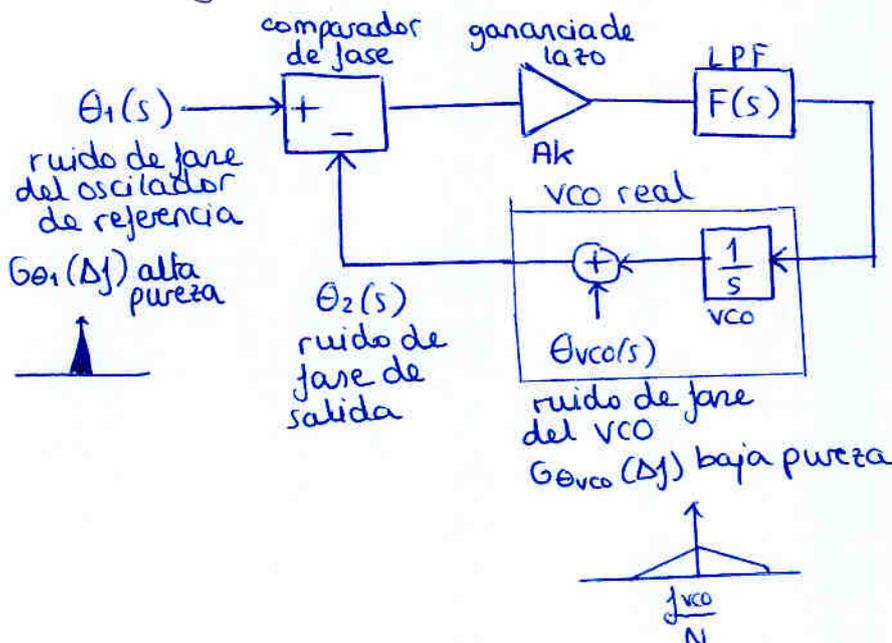
baja pureza espectral
altas frecuencias

Solución:



Analicemos el ruido de fase

PLL enganchado: modelo lineal como procesador de la fase

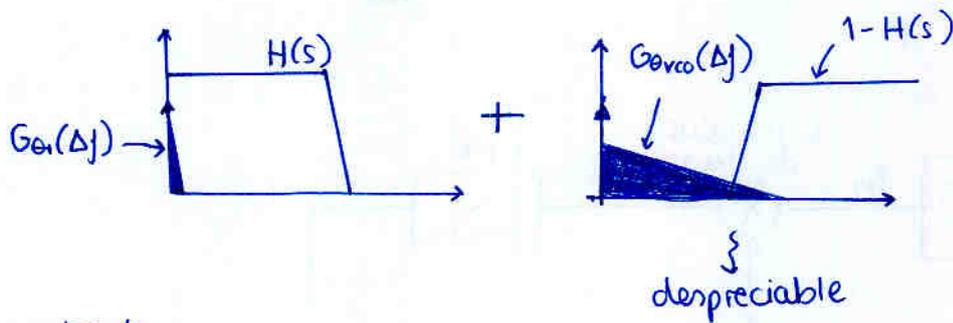


se obtiene:

$$\theta_2(s) = [\theta_1(s) - \theta_2(s)] \frac{A \cdot k \cdot F(s)}{s} + \theta_{vco}(s)$$

despejando $\theta_2(s)$

$$\theta_2(s) = \theta_1(s) \cdot \underbrace{\frac{F(s) \frac{Ak}{s}}{1+F(s)}}_{H(s) \text{ paso bajo}} + \theta_{vco}(s) \underbrace{\frac{1}{1+F(s) \frac{Ak}{s}}}_{1-H(s) \text{ paso alto}}$$



por tanto

$$\theta_2(s) \simeq \theta_1(s) \cdot H(s) \simeq \theta_1(s) \Rightarrow \text{alta pureza espectral}$$

Problemas. Parte I - Subsistemas

Examen de Sistemas de Radiocomunicaciones

Convocatoria junio 2004

Profesores: Luis Sempere, José Miguel Fuster.

Parte I: Subsistemas

Problema 1 (2.25p) El esquemático de la figura adjunta corresponde a un equipo digital de radiocomunicaciones. Si la sensibilidad del receptor para garantizar un mínimo de calidad establecido por la normativa, es de -115 dBm, calcular los coeficientes a_1 y a_3 de la ley cúbica en la etapa de radiofrecuencia para que la selectividad al canal adyacente del receptor sea de 84.8 dB.

Notas:

Los puntos de intercepción están referidos a producto de orden 3.

Supóngase que las pérdidas de inserción tanto del filtro preselector de radiofrecuencia como de las redes de acoplo son prácticamente nulas.

$$G_c = 20 \cdot \log\left(\frac{4}{\pi} \cdot \frac{R_L}{(R_x/2)}\right) ; R_x = 2 \cdot (R_L + R_S + \frac{r_d + R}{2}) ; r_d = 10 \Omega$$

$$IP_i = 30 \text{ dBm} + 10 \cdot \log\left(\frac{1}{2v_T} \cdot \frac{R_x^3}{R_S} I^3\right) ; v_T = \frac{kT}{q} \approx 26 \text{ mV}$$

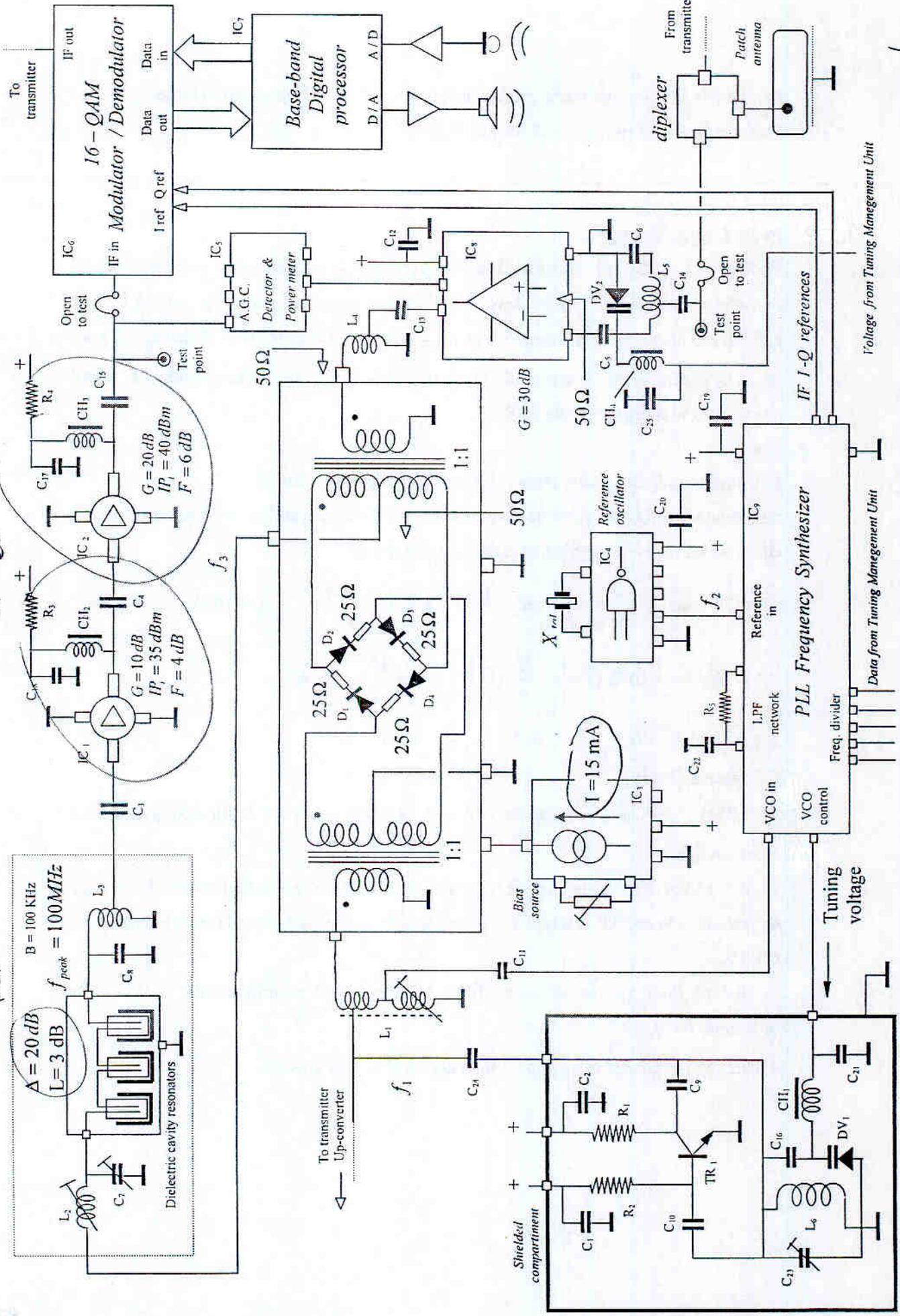
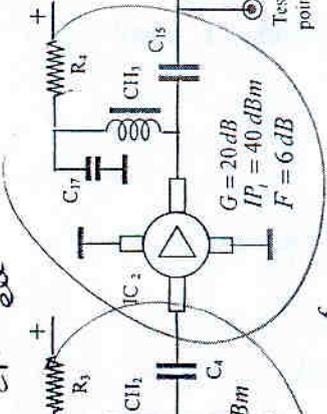
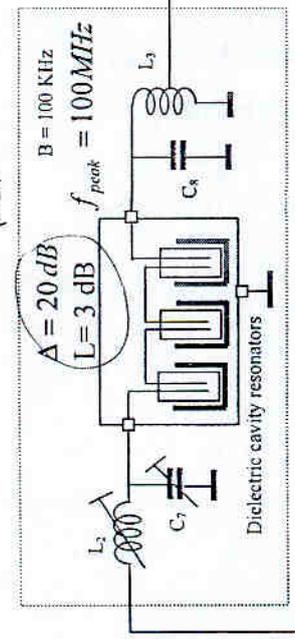
$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} ; T_0 = 293 \text{ K}$$

Cuestión 1 (1.25p)

- (0.25p) Clasifica los componentes C_i , R_i , L_i , CH_i , DV_i por la función que realizan en el circuito.
- (0.5p) Cual debe ser la cifra de ruido del paso de radiofrecuencia para que la relación de rechazo a la entrada referida a la potencia equivalente de ruido a la entrada, sea de 90 dB's ?.
- (0.25p) Para que se utiliza el filtro preselector de radiofrecuencia ?. Explicáte utilizando las f_i .
- (0.25p) Calcular el margen dinámico del nivel de compresión.

2 Ampl. stages

Filter



Voltage from Tuning Management Unit

Data from Tuning Management Unit

Tuning voltage

IF I-Q references

Test point

Open to test

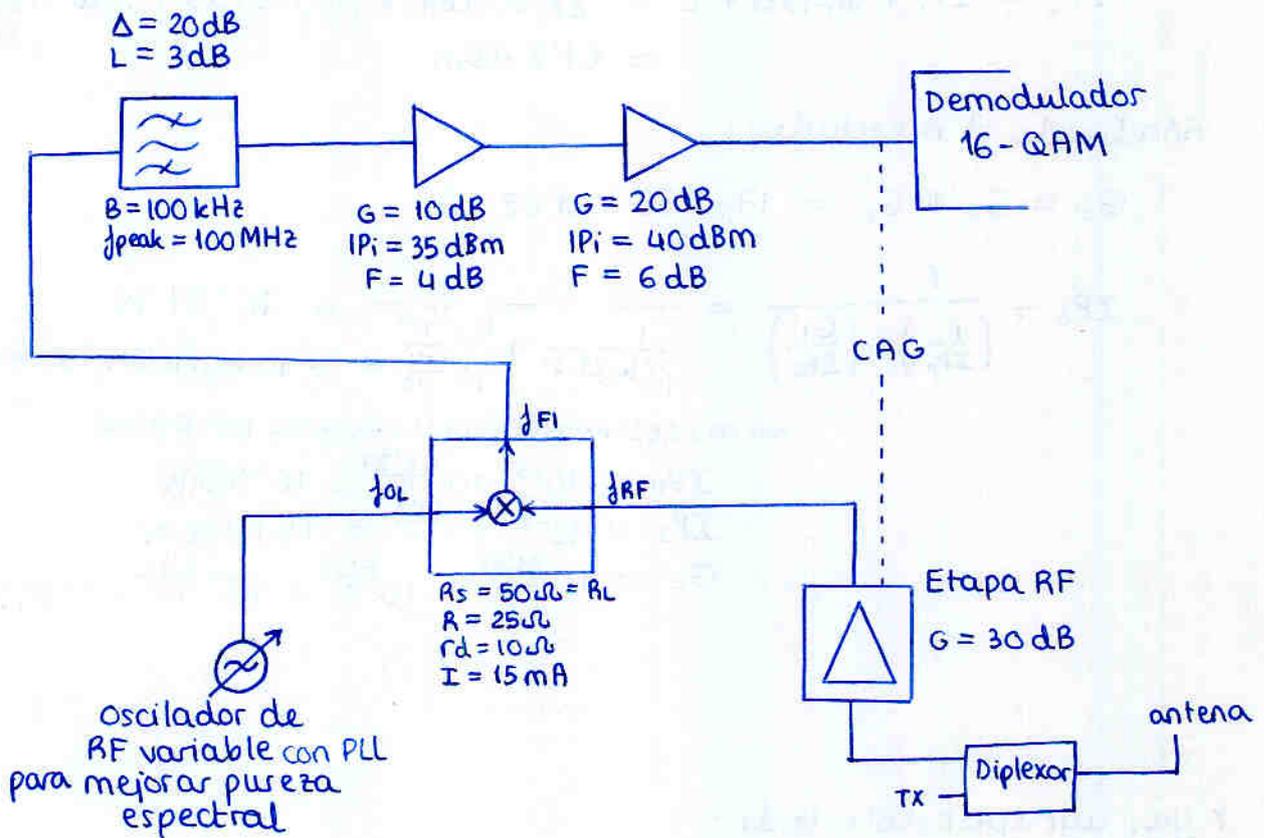
From transmitter

Patch antenna

Junio 2004 - Problema 1

- Sensibilidad del receptor : -115 dBm
- calcular a_1 y a_3 de la ley cúbica en la etapa de RF para que la selectividad al canal adyacente del receptor sea de 84.8 dB

Lo que se ve en el dibujo es :



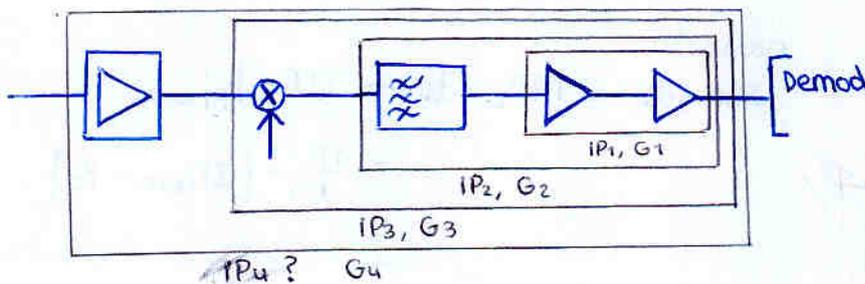
Antes de empezar calculo G e IP_i del mezclador ; del cual se dan las fórmulas:

$$R_x = 2(R_L + R_s + \frac{r_d + R}{2}) = 235 \Omega$$

$$G_c = 20 \log \left(\frac{4}{\pi} \cdot \frac{R_L}{R_x/2} \right) = -5.32 \text{ dB}$$

$$IP_i = 30 \text{ dBm} + 10 \log \left(\frac{1}{2V_r} \frac{R_x^3}{R_s} I^3 \right) = 42.27 \text{ dBm}$$

Y ahora puedo calcular IP_i y G de toda la cadena agrupando poco a poco:



nota
 IP_1, IP_2, \dots es como lo numero, no confundir el subindice con el orden del IP

$$G_1 = 10 \text{ dB} + 20 \text{ dB} = 30 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{1}{IP_{1i}}\right) = \left(\frac{1}{10^{\frac{35-30}{10}}}\right) + \left(\frac{10^{\frac{10}{10}}}{10^{\frac{40-30}{10}}}\right) = 1'316$$

$$IP_1 = 0'760 \text{ W} = -1'1933 + 30 \text{ dBm} = 28'80 \text{ dBm}$$

ya que $q = \frac{m-1}{2} = 1$

MUCHO CUIDADO:
 - en lineal (están en dBm)
 - orden de los IP según calculamos IP_i o IP₀
 - donde van las G

Efecto del filtro:

$$G_2 = G_1 - L = 27 \text{ dB}$$

$$IP_2 = IP_1 + \left(\frac{m}{m-1}\right)\Delta + L = 28'80 \text{ dBm} + \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 20 \text{ dB} + 3 \text{ dB} = 61'8 \text{ dBm}$$

Cuidado
 El efecto del filtro en dB

Añadiendo el mezclador:

$$G_3 = G_2 + G_c = 27 - 5'32 = 21'68 \text{ dB}$$

$$IP_3 = \frac{1}{\left(\frac{1}{IP_m}\right) + \left(\frac{G_c}{IP_2}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{16'865} + \frac{0'2938}{1513'56}} = 16'81 \text{ W}$$

$$= 10 \log(16'81) + 30 = 42'25 \text{ dBm}$$

NOTA / RECOMENDACION: hacerlo por pasos

$$IP_m = 10^{-3} \cdot 10^{\frac{42'27}{10}} = 16'865 \text{ W}$$

$$IP_2 = 10^{-3} \cdot 10^{\frac{61'8}{10}} = 1513'56 \text{ W}$$

$$G_c = 10^{\frac{21'68}{10}} = 10^{-\frac{5'32}{10}} = 10^{-0'532} = 0'2938$$

no es el G_{eq} sino el del 1^{er} cuádrupolo
 si es en negativo no olvidar el negativo!!
 en partido 10, G es la gan en potencia
 sin unidad

Y ya, agrupándolo todo:

$$G_T = G_3 + G_{RF} = 21'68 \text{ dB} + 30 \text{ dB} = 51'68 \text{ dB}$$

$$IP_T = \frac{1}{\frac{1}{IP_{RF}} + \left(\frac{G_{RF}}{IP_3}\right)} = \left\{ \begin{array}{l} G_{RF} = 10^{\frac{30}{10}} = 1000 \\ IP_3 = 16'81 \text{ W} \end{array} \right\} = \frac{1}{\frac{1}{IP_{RF}} + \frac{1000}{16'81}}$$

Podemos despejar lo desconocido en función de IP_T, que lo obtendremos a partir de la condición del enunciado

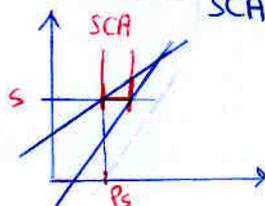
selectividad al canal adyacente del receptor sea 84'8 dB

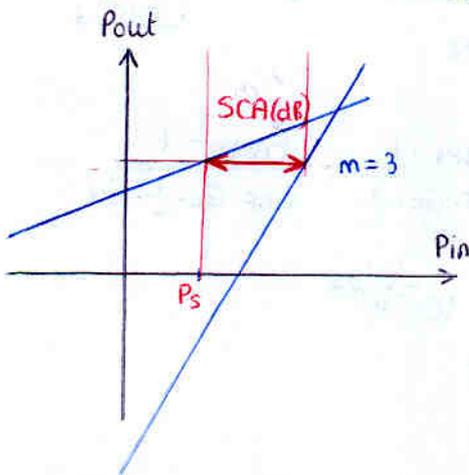
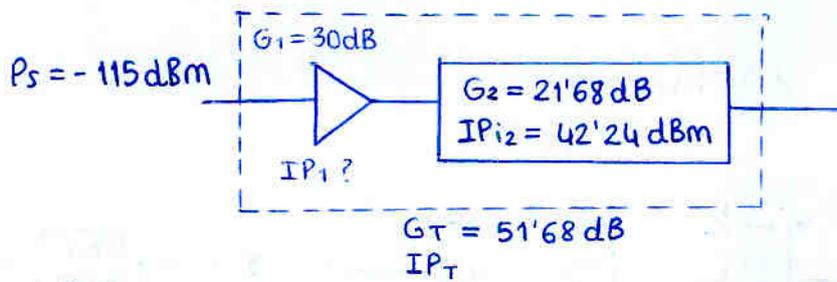
$$\Rightarrow IP_{TOT} \text{ tal que } SCA(\text{dB}) = 84'8 \text{ dB}$$

recuerda

$$SCA(\text{dB}) = MD_{IP}(\text{dB}) = UBR |_{P_i = P_s}$$

$$= \frac{m-1}{m} [IP_{iTOT} - P_s]$$





$$P_s = -115 \text{ dBm}$$

$$SCA(\text{dB}) = \frac{m-1}{\frac{m}{2/3}} [IP_{i, \text{TOT}} - P_s] = 84.8 \text{ dB}$$

$$\begin{aligned} IP_{i, \text{TOT}} &= \frac{3}{2} \cdot SCA(\text{dB}) + P_s \\ &= \frac{3}{2} \cdot 84.8 \text{ dB} - 115 \text{ dBm} \\ &= 12.2 \text{ dBm} \end{aligned}$$

Por tanto, sabiendo:

$$IP_{i, \text{TOT}} = \frac{1}{\frac{1}{IP_{RF}} + \left(\frac{G_{RF}}{IP_3}\right)} \quad \rightarrow \quad \text{despejamos}$$

$$IP_{RF} = \frac{1}{\frac{1}{IP_{i, \text{TOT}}} - \frac{G_{RF}}{IP_3}} \quad \text{Recuerda En lineal}$$

$$\begin{aligned} IP_{i, \text{TOT}} &= 10^{-3} \cdot 10^{\frac{12.2}{10}} = 0.016596 \text{ W} \\ G_{RF} &= 10^{\frac{30}{10}} = 1000 \\ IP_3 &= 16.81 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} IP_{RF} &= \frac{1}{\frac{1}{0.016596} - \frac{1000}{16.81}} = 1.3036 \text{ W} \\ &= 10 \log(1.3036) + 30 \text{ dBm} = 31.15 \text{ dBm} \end{aligned}$$

Conociendo IP_{RF} podemos conocer a_1 y a_3

en IP_{RF} se cumple: $a_1 A = a_3 \frac{3}{4} A^3$ \leftarrow ignora signos $(a_1 A)^2 = \left(a_3 \frac{3}{4} A^3\right)^2$

\rightarrow siendo A_{IP} :

$$IP_{i, \text{RF}} = \frac{A_{IP}^2}{2 \cdot P_{in}} = 1.3036 \text{ W} \rightarrow A_{IP} = 11.42 \text{ V}$$

siendo

$$\begin{aligned} 20 \log a_1 \neq IP_{P_0, \text{RF}} = IP_{i, \text{RF}} + G_{RF} &= 61.15 \text{ dBm} \times \\ a_1 &= 10^{-3} \cdot 10^{\frac{61.15}{20}} \end{aligned}$$

que burrada!!! me he inventado la formula

\rightarrow siendo $20 \log a_1 = G_{RF} = 30 \text{ dB}$

$$a_1 = 10^{\frac{30}{20}} = 31.623$$

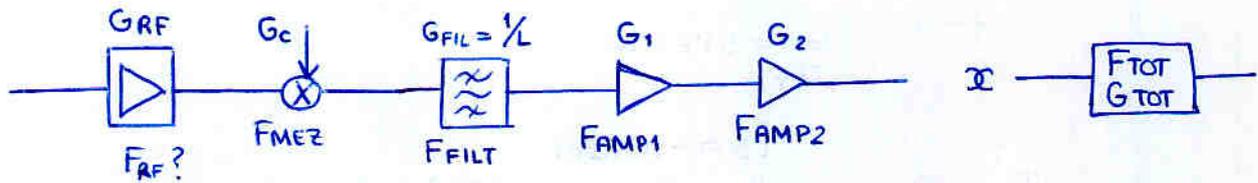
\rightarrow despejamos a_3

$$a_3 = \frac{4}{3} \frac{a_1}{A^2} = 0.3233$$

tendrán signo contrario.

Cuestión b)

F del paso de RF para $URR|_{P_N} = 90 \text{ dB}$
↑ ruido equiv. entrada



$$F_{TOT} = F_{RF} + \frac{F_{MEZ} - 1}{GRF} + \frac{F_{FILT} - 1}{GRF \cdot G_c} + \frac{F_{AMP1} - 1}{GRF \cdot G_c \cdot \frac{1}{L}} + \frac{F_{AMP2} - 1}{GRF \cdot G_c \cdot \frac{1}{L} \cdot G_1}$$

¡¡ No tenemos F_{MEZ} ni F_{FILT} !!

suponiendo $T_{ms} = T_0 \Rightarrow F_{MEZ} = L_{MEZ} = \frac{1}{G_c} = 10^{\frac{5'32}{10}}$ sin signo menos! $G_c = -5'32$ $L_c = 5'32$

$F_{FILT} = L_{FILT} = 10^{\frac{3}{10}}$

Podremos despejar F_{RF} en función de F_{TOT}

F_{TOT} la obtenemos de la condición del enunciado:

$$URR|_{P_N} = \frac{m-1}{m} [IP_{TOT} - P_N] = 90 \text{ dB}$$

↑ $P_N = 10 \log(kT_0BF) + 30 \text{ dBm}$

despejando

$$P_N = IP_{TOT} (\text{dBm}) - \frac{3}{2} \cdot 90 = 12'2 \text{ dBm} - 135 \text{ dB} = -122'6 \text{ dBm}$$

$$10 \log(kT_0BF) + 30 \text{ dBm} = -122'6 \text{ dBm}$$

$$F_{TOT} = \frac{10^{\frac{-152'6}{10}}}{kT_0B} = \left\{ \begin{array}{l} k = 1'38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ T_0 = 293 \text{ K} \\ B = 100 \text{ kHz} \end{array} \right\} = 1'298$$

con $F_{TOT} = 1'298$ despejamos F_{RF}

$$F_{RF} = F_{TOT} - \frac{F_{MEZ} - 1}{GRF} - \frac{F_{FILT} - 1}{GRF \cdot G_c} - \frac{F_{AMP1} - 1}{GRF \cdot G_c \cdot \frac{1}{L}} - \frac{F_{AMP2} - 1}{GRF \cdot G_c \cdot \frac{1}{L} \cdot G_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_{TOT} = 1'298 & F_{AMP1} = 10^{\frac{4}{10}} = 2'51189 \\ F_{MEZ} = 10^{\frac{5'32}{10}} = 3'4041 & F_{AMP2} = 10^{\frac{6}{10}} = 3'9811 \\ F_{FILT} = 10^{\frac{3}{10}} = 2'00 & \frac{1}{L} = 10^{-\frac{3}{10}} = 0'50119 \\ GRF = 10^{\frac{39}{10}} = 1000 & G_1 = 10^{\frac{10}{10}} = 10 \\ G_c = 10^{-\frac{5'32}{10}} = 0'2938 & \end{array} \right.$$

$$F_{RF} = 1'280$$

$$= 1'072 \text{ dB}$$

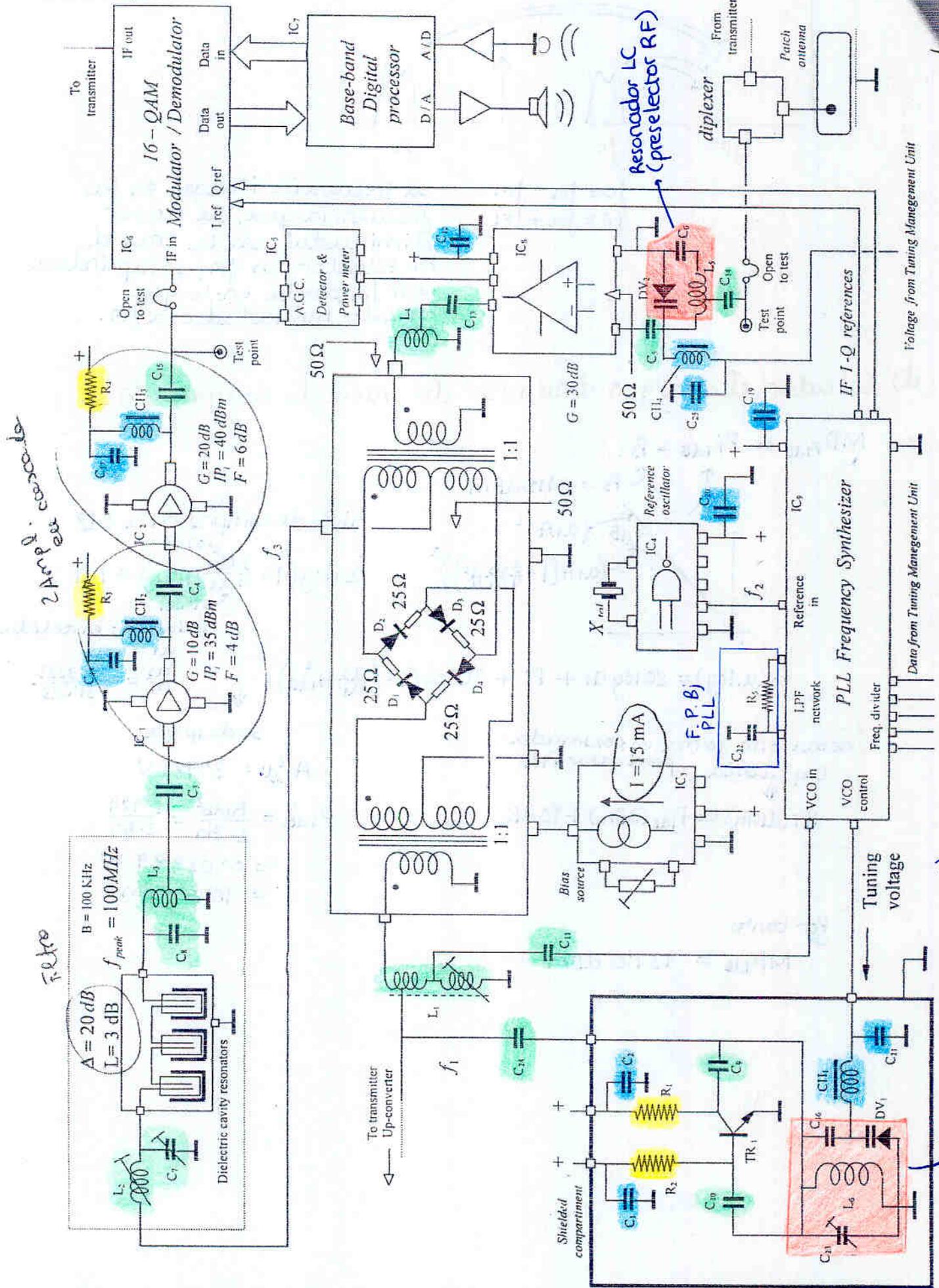
Cuestión a)

Redes de acoplo (paso señal adaptación)

By-pass de RF
Choqueos de RF

Resonadores LC

Polarización



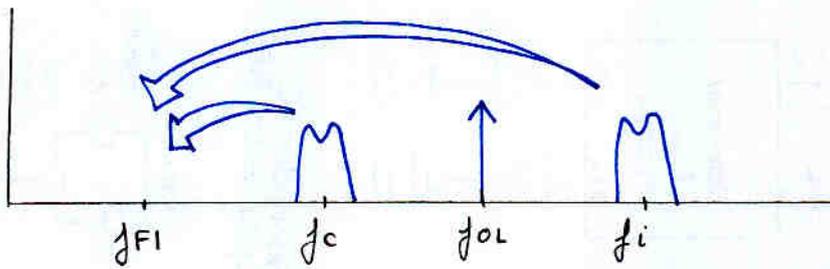
2 Amplificadores

Filtro

Resonador LC (preselector RF)

Resonadores LC (Oscilador Local)

c) El filtro preselector de frecuencia sirve para eliminar la frecuencia imagen



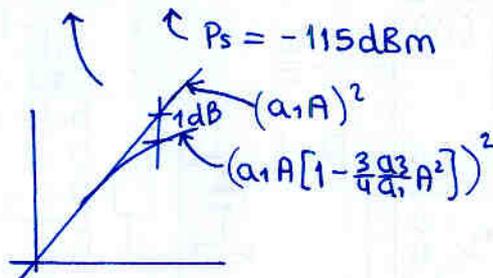
$$f_c = f_{OL} - f_{FI}$$

$$f_i = f_{OL} + f_{FI}$$

La frecuencia imagen es la frecuencia que, de no ser eliminada, caería tras el mezclador en f_{FI} , solapándose con la banda útil que ha sido trasladada a f_{FI} .

d) Calcular el margen dinámico del nivel de compresión

$$MD_{P_{1dB}} = P_{i_{1dB}} - P_s$$



nivel de compresión a 1dB

$$20 \log \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A_{1dB}^2 \right) = 1 \text{ dB}$$

$$P_o(\text{u.log}) = 20 \log a_1 + P_i + 20 \log \left(1 - \frac{3a_3}{4a_1} A_{1dB}^2 \right)$$

cuidado; en realidad
 $a_1 = -a_3$
 $\frac{a_3}{a_1} = -\frac{0'3233}{31'623}$ ⚠

se despeja

$$A_{1dB}^2 = 3'989 \text{ V}$$

$$P_{1dB} = \frac{A_{1dB}^2}{2 \cdot Z_{in}} = \frac{3'989}{2 \cdot 50}$$

$$= 0'03989 \text{ W}$$

$$= 16'00 \text{ dBm}$$

nota: otra forma aproximada
 ley cúbica para sacar P_{1dB}
 \downarrow
 $P_i(\text{dBm}) \approx P_{1dB}(\text{dBm}) + 10 \text{ dB}$

Por tanto

$$MD_{1dB} = 131'0 \text{ dBm}$$

1) En la caracterización de un receptor de radiocomunicaciones en banda de VHF se llevan a cabo dos pruebas (Test_1 , y Test_2) que se detallan en las figuras adjuntas.

Se pide:

- .a) (0.5) Determinar la corriente de colector del amplificador de bajo ruido (diseño de mínimo ruido).
- .b) (0.75) Determinar la potencia de sensibilidad del receptor si la mínima relación señal a ruido requerida a la salida del receptor es de 20 dB.
- .c) (0.75) Determinar el punto de intercepción del receptor para el producto de intermodulación de orden 3.
- .d) (0.5) Determinar la selectividad al canal adyacente del receptor.
- .e) (0.5) Determinar el margen dinámico libre de espúreas del receptor.
- .f) (0.5) Determinar el coeficiente a_3 de la no linealidad que caracteriza al receptor.
- .g) (0.5) Determinar la capacidad equivalente del resonador LC en el VCO

Datos útiles :

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}; q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}; T_S = T_0 = 293 \text{ K};$$

$$r_e = \frac{kT_S}{qI_C} \approx \frac{1}{g_m}; \beta = g_m r_{b'e} = 80; I_C = \beta I_B;$$

$$R_B \gg R_S; r_{bb'} = 100 \Omega; r_{b'e} = 800 \Omega;$$

$$F = 1 + \frac{1}{R_S} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_S \frac{qI_B}{2kT_S} \quad (\text{transistor bipolar})$$

pérdidas nulas en cables coaxiales y conmutador de RF.

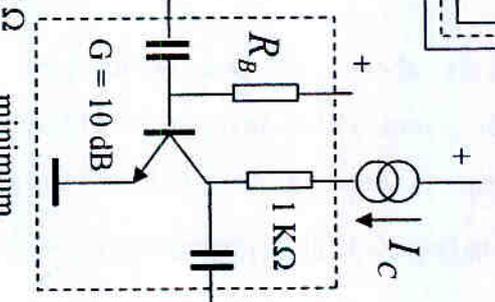
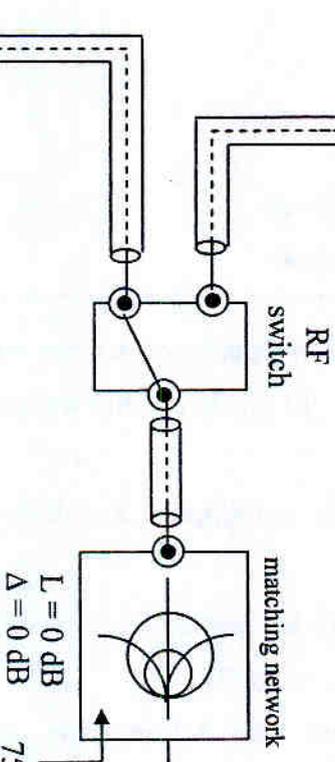
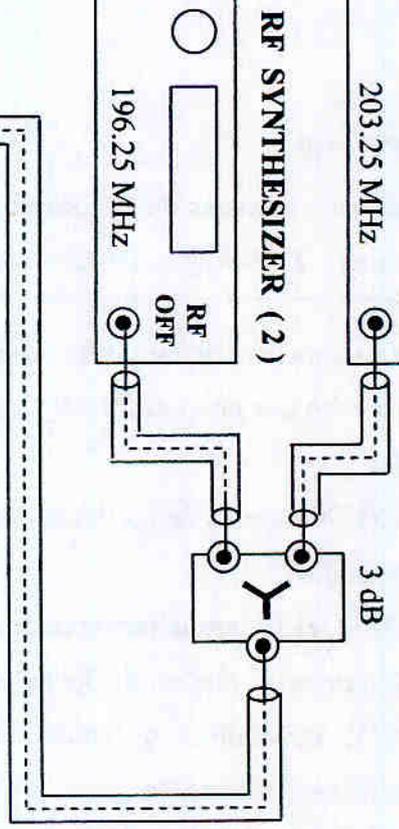
RF SYNTHESIZER (1)



RF SYNTHESIZER (2)

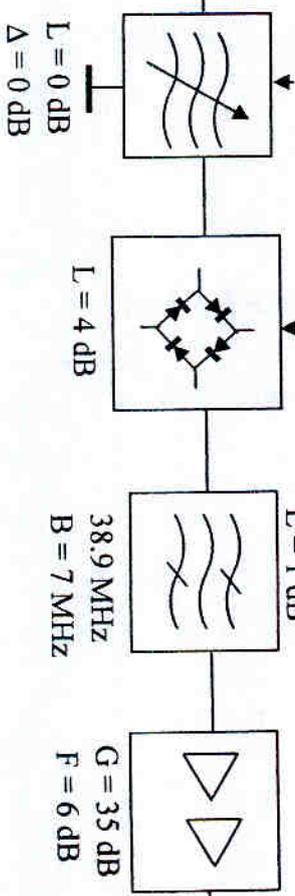
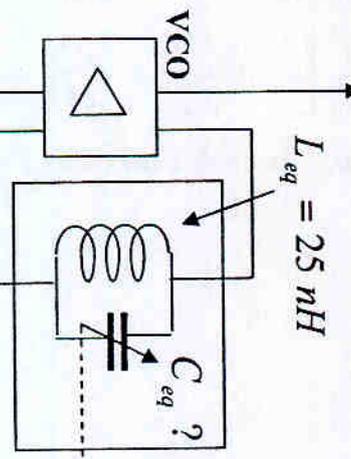


Test_1

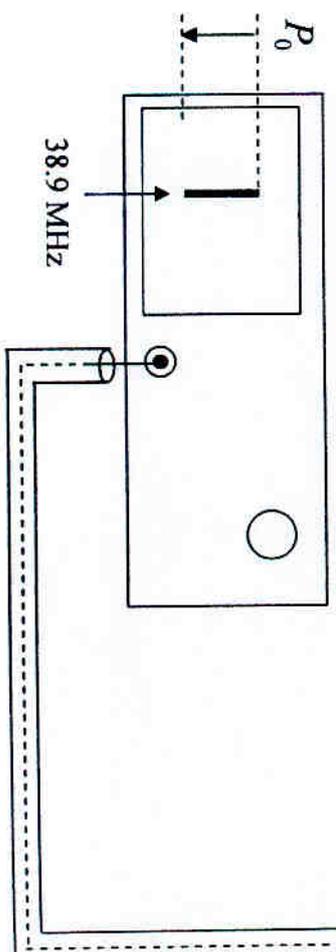


noise design

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\min} = 20 \text{ dB}$$



SPECTRUM ANALYZER

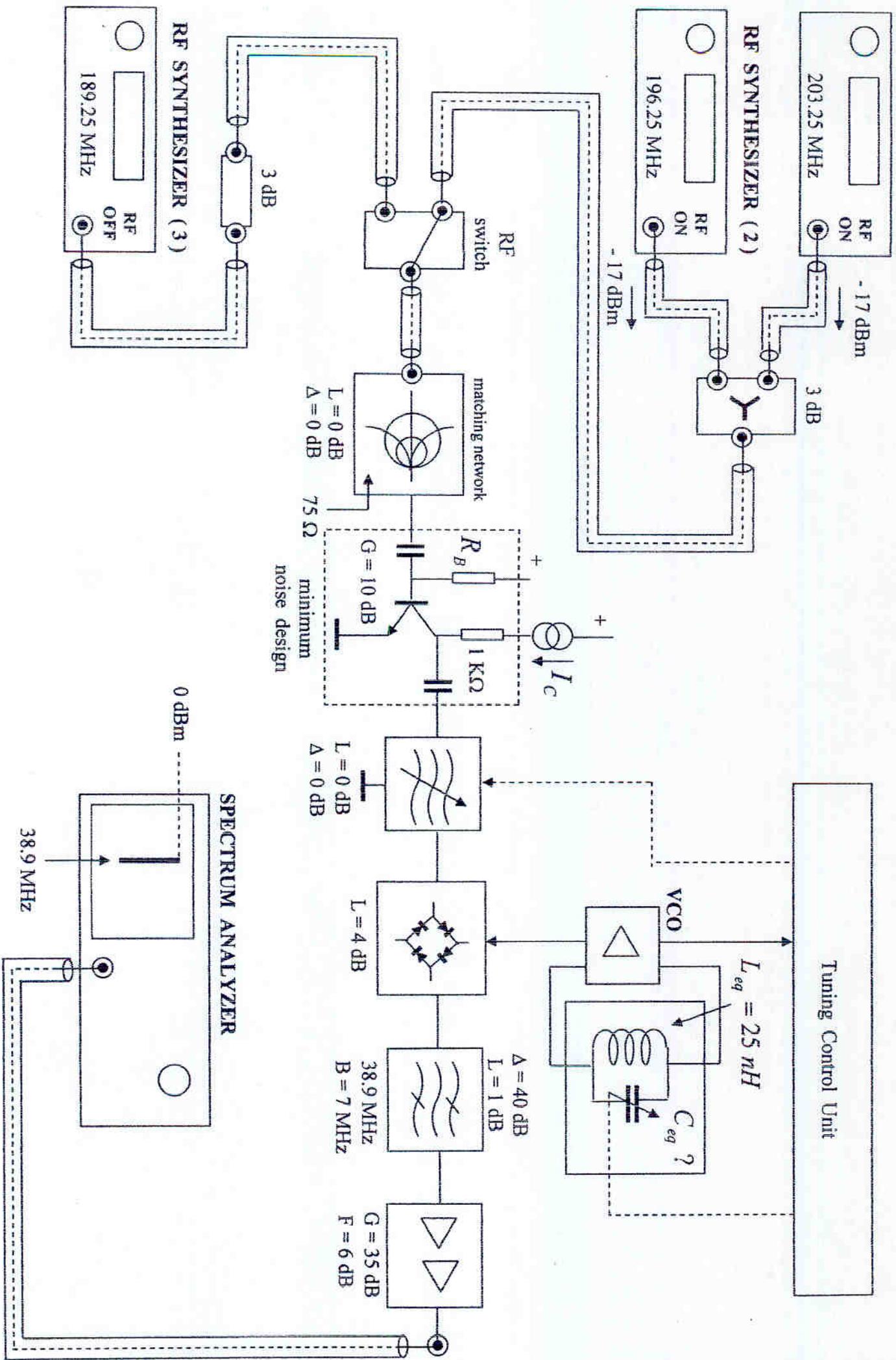


RF SYNTHESIZER (3)

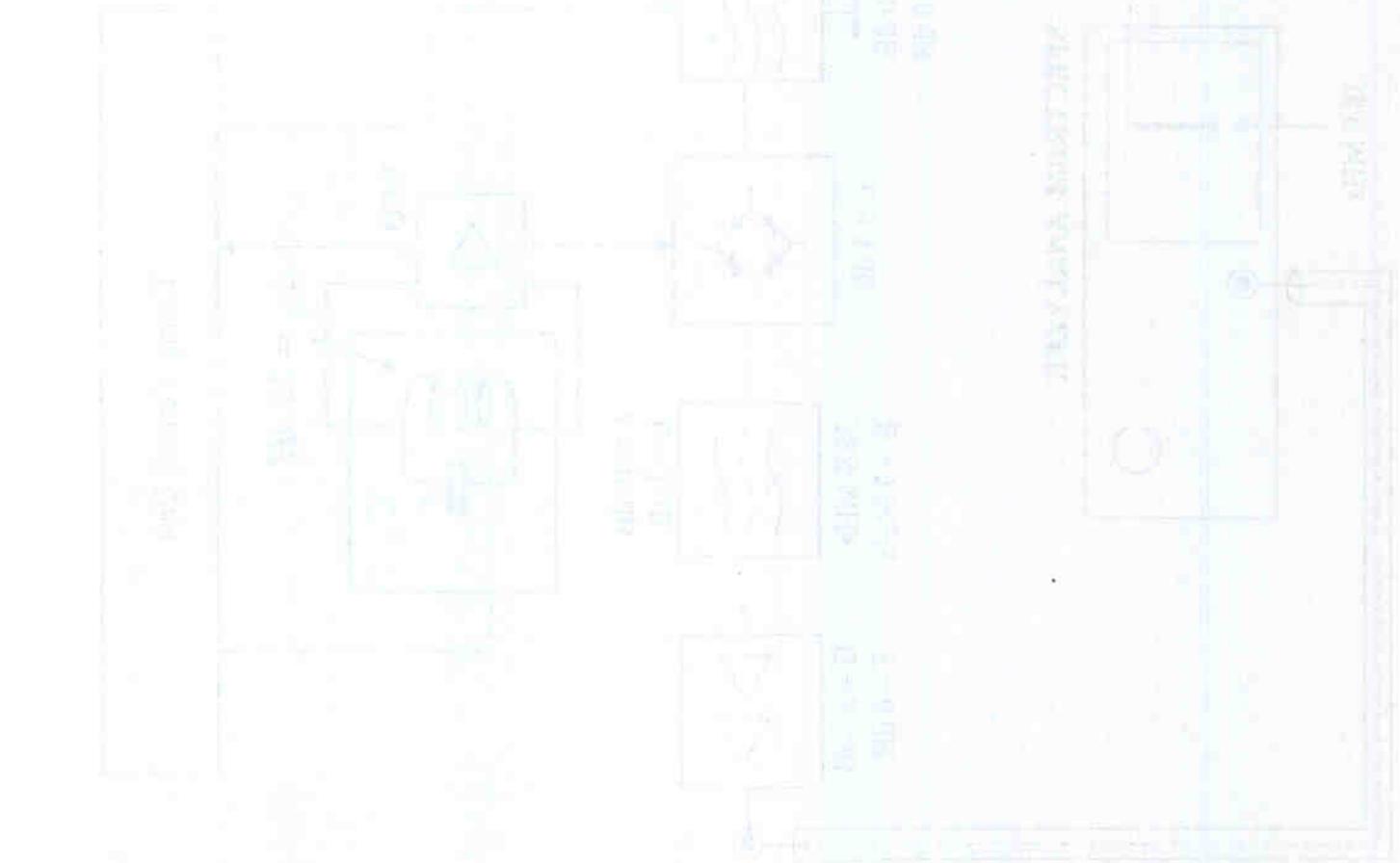
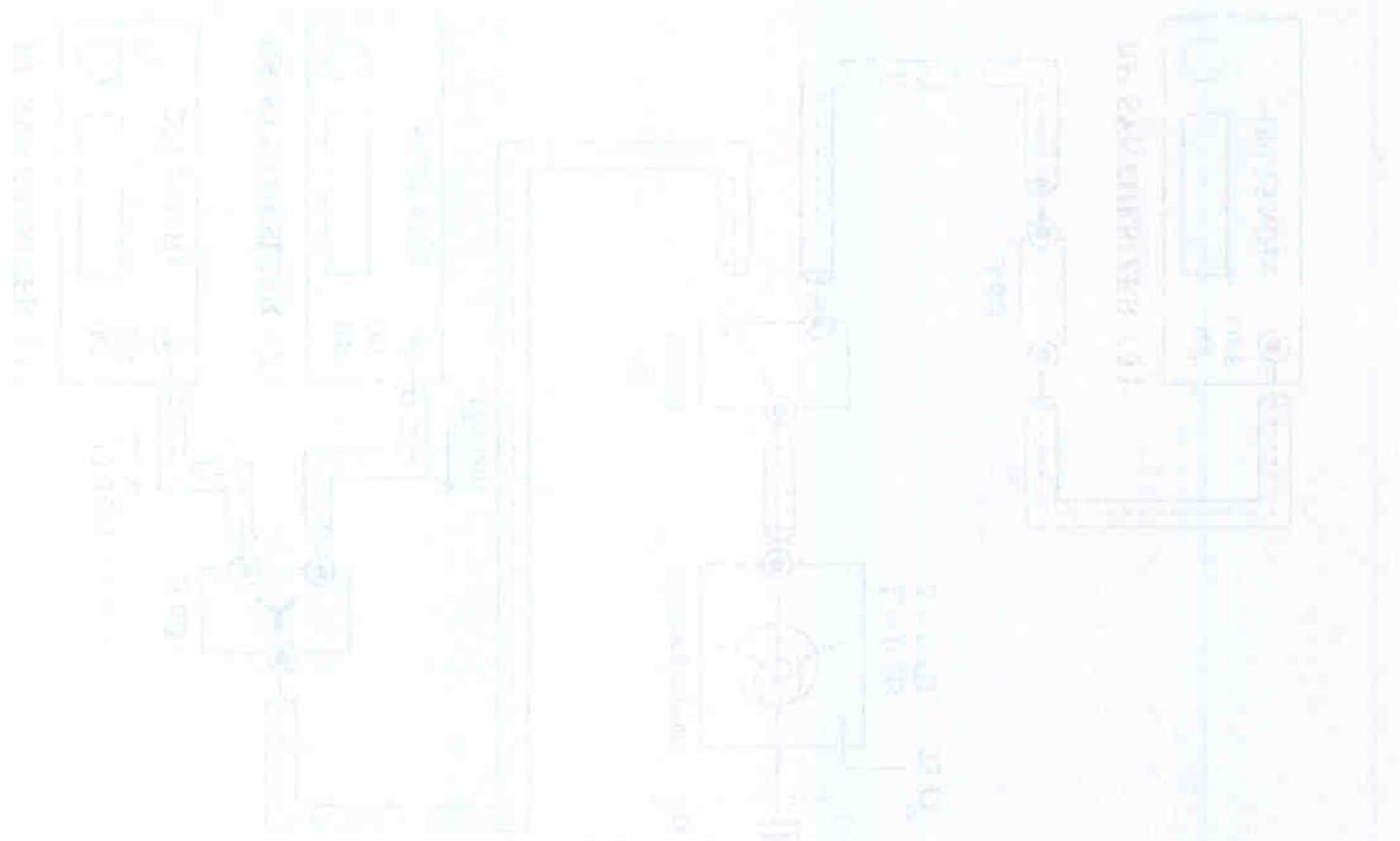


P_i

Test 2



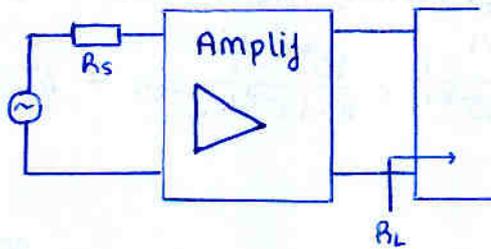
Handwritten text at the top left of the page.



Handwritten text at the bottom of the page.

Problema 1

a) Determinar la corriente de colector del amplif. de bajo ruido.



$$F = 1 + \frac{1}{R_s} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_s \cdot \frac{q I_b}{2 k T}$$

$$\frac{dF}{dR_s} = 0 \Rightarrow R_{s \text{ óptimo}}$$

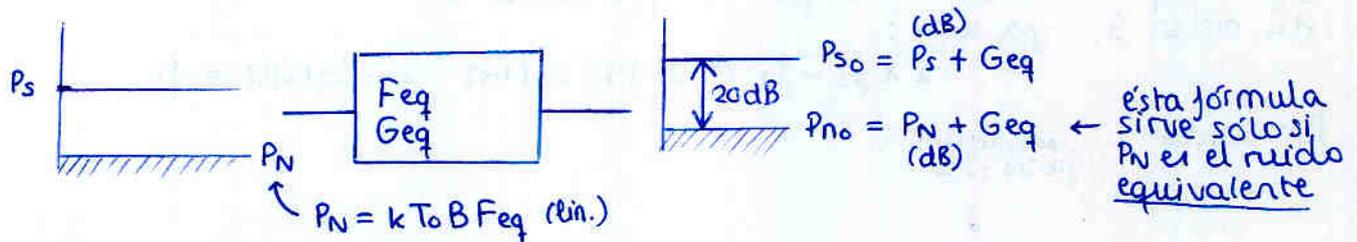
Pero en el circuito ya nos fijan \$R_s\$ (red adaptadora de entrada)

$$R_s = 75 \Omega$$

Para \$R_s\$ fija, la \$I_c\$ óptima:

$$\frac{\partial F}{\partial I_c} = 0 \Rightarrow I_{c \text{ óptimo}} = \frac{k T}{q R_s} \sqrt{\beta} = \frac{1'38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \cdot 293 \text{ K}}{1'602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 75 \Omega} \cdot \sqrt{80} = 3'01 \text{ mA}$$

b) Potencia de sensibilidad del receptor si a la salida $\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{min}} = 20 \text{ dB}$ si calculamos el factor de ruido equivalente:



Por tanto:

$$P_s \text{ (u.log)} - P_N \text{ (u.log)} = P_{s0} - P_{n0} = \frac{S}{N} / \text{min} = 20 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \frac{P_s}{P_N} = 10^{\frac{20}{10}} = 100 \Rightarrow$$

es relación de potencias

$$P_s = \frac{k T_o B F_{eq} \cdot \frac{S}{N}}{P_N}$$

Hay que hallar \$F_{eq}\$:

$$F_{\text{AMP}} = 1 + \frac{1}{R_s} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_s \frac{q I_b}{2 k T_s} = 1 + \frac{1}{75 \Omega} \left[100 \Omega + \frac{8'385 \Omega}{2} \right] + 75 \Omega \frac{1'602 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{3'01 \cdot 10^{-3}}{80}}{2 \cdot 1'38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}$$

$$r_e = \frac{k T_s}{q I_c} = \frac{1'38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \cdot 293 \text{ K}}{1'602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3'01 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 8'385 \Omega$$

$F_{\text{AMP}} = 2'445$	$G_{\text{AMP}} = 10^{\frac{10}{10}} = 10$
$F_{\text{FILT}_1} = 10^{\frac{0}{10}} = 1$	$G_{\text{FILT}_1} = 1$
$F_{\text{MEZ}} = 10^{\frac{6}{10}} = 2'5119$	$G_{\text{MEZ}} = 10^{-\frac{6}{10}} = 10^{\frac{6}{10}} = 0'3981$
$F_{\text{FILT}_2} = 10^{\frac{6}{10}} = 1'2589$	$G_{\text{FILT}_2} = 10^{-\frac{6}{10}} = 0'7943$
$F_{\text{AMP}_2} = 10^{\frac{6}{10}} = 3'9811$	$G_{\text{AMP}_2} = 10^{\frac{6}{10}} = 3162$

Por Friis

$$F_{eq} = F_{AMP} + \frac{F_{FILT1} - 1}{G_{AMP}} + \frac{F_{MEZ} - 1}{G_{AMP} \cdot G_{FILT1}} + \frac{F_{FILT2} - 1}{G_{AMP} \cdot G_{FILT1} \cdot G_{MEZ}} + \frac{F_{AMP2} - 1}{G_{AMP} \cdot G_{FILT1} \cdot G_{MEZ} \cdot G_{FILT2}}$$

$$= 3'604$$

NOTA: parece ser que he perdido mucha precisión; mejor hacer: pues no he
perdido
precisión

$$F_{eq} = 2'445 + \frac{10^{\frac{0}{10}} - 1}{10^{\frac{10}{10}}} + \frac{10^{0'4} - 1}{10 \cdot 10^{-0}} + \frac{10^{0'1} - 1}{10 \cdot 10^{-0'4}} + \frac{10^{0'6} - 1}{10 \cdot 10^{-0'4} \cdot 10^{-0'1}} = 3'604$$

Por tanto:

$$P_s = k T_0 B \cdot F_{eq} \cdot \left(\frac{S}{N}\right) = 1'38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \cdot 293 \text{ K} \cdot 7 \cdot 10^6 \text{ Hz} \cdot 3'604 \cdot 10^{\frac{20}{10}}$$

$$= 1'02 \cdot 10^{-11} \text{ W}$$

$$= 10 \log(1'02 \cdot 10^{-11}) + 30 \text{ dBm}$$

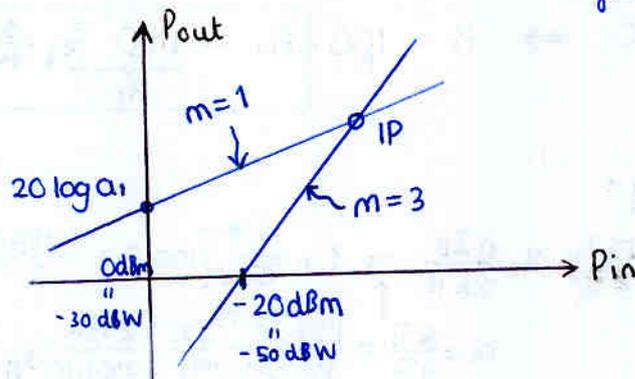
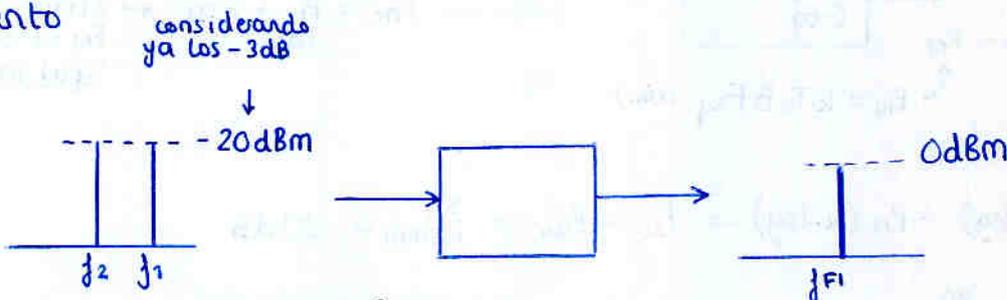
$$= -79'914 \text{ dBm}$$

c) Determinar el punto de intercepción del receptor para el producto de intermodulación de orden 3

Nos damos cuenta que en el test 2, lo que recibimos al final del receptor no es más que el producto de intermodulación de orden 3, ya que:

$$2 \times f_2 - f_1 = 2 \cdot 196'25 \text{ MHz} - 203'25 \text{ MHz} = f_c$$

Por tanto



$$P_{out}(\text{dBm}) = 20 \log a_3$$

$$20 \log a_1 = G_{eq}(\text{dB}) = -0 \text{ dB} + 10 \text{ dB} - 0 \text{ dB} - 4 \text{ dB} - 1 \text{ dB} + 35 \text{ dB} = 40 \text{ dB}$$

Por tanto: $P_{out|m=1} = 40 + P_{in} \text{ (dBm)}$

$$P_{out|m=3} = 3 \cdot (P_{in} + 20 \text{ dBm}) = 60 + 3 P_{in} \text{ (dBm)}$$

$$IP_3 \Rightarrow P_{out|m=1} = P_{out|m=3} \Rightarrow 40 + IP_{in} = 60 + 3 IP_{in} \Rightarrow \begin{cases} IP_{in3} = \frac{-20 \text{ dBm}}{2} = -10 \text{ dBm} \\ IP_{out3} = IP_{in3} + G = 30 \text{ dBm} \end{cases}$$

d) Determinar la selectividad al canal adyacente del receptor

$$SCA(\text{dB}) = UR_r |_{P_s} = \frac{m-1}{m} (IP_i - P_s)$$

$$= \frac{2}{3} (-10 \text{ dBm} - (-79.914 \text{ dBm})) = 46.61 \text{ dBm}$$

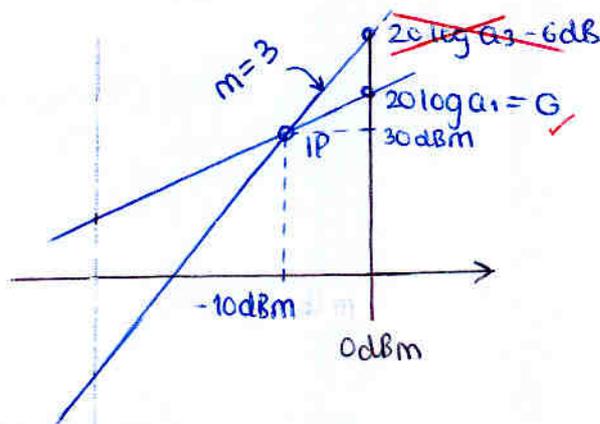
e) Determinar el margen dinámico libre de espúreas del receptor

$$SFDR(\text{dB}) = UR_r |_{P_i = P_N}$$

$$= \frac{m-1}{m} (IP_i - P_N)$$

$$= \frac{2}{3} (-10 \text{ dBm} - [10 \log(kT_0 B F) + 30 \text{ dBm}]) = 59.94 \text{ dBm}$$

f) Determinar el coeficiente a_3 de la no linealidad



Facilmente se tiene:

$$20 \log a_3 - 6 \text{ dB} = 30 \text{ dBm} + 3 \cdot 10 \text{ dBm}$$

$$= 60 \text{ dBm} \times$$

Falso: eso es cierto para distorsión armónica (única señal de entrada) no para distorsión de intermodulación

recordemos: en ley cúbica

$$y(t) = a_1 A \left[1 - \frac{3a_3}{2a_1} A^2 - \frac{3a_3}{2a_1} (A^2 + A^2) \right] \cos \omega t + \dots + a_3 \frac{3}{4} A^3 \cos(2\omega_2 - \omega_1)t$$

\uparrow si no hay señal útil esto es cero
 \uparrow hay 2 señales interferentes

$$P_{out/m=3} = \frac{(a_3 \frac{3}{4} A^3)^2}{2 Z_{in}} \quad P_{out/m=1} = \frac{(a_1 A)^2}{2 Z_{in}}$$

sabemos que en IP: $P_{out/m=3} = P_{out/m=1} = IP_{out} = 10^{\frac{30 \text{ dBm} - 30}{10}} (= 0 \text{ dBW})$

$$\frac{(a_1 A)^2}{2 Z_{in}} = 1 \text{ W}$$

$$A_{IP} = \frac{\sqrt{2 \cdot Z_{in}}}{a_1} = \frac{\sqrt{2 \cdot 75}}{10^{\frac{40}{20}}} = 0.1225 \text{ V}$$

por tanto: $\frac{(a_3 \frac{3}{4} A_{IP}^3)^2}{2 Z_{in}} = 1 \text{ W}$

$$a_3 = \frac{\sqrt{2 Z_{in}}}{\frac{3}{4} \cdot A_{IP}^3} = 8888.8 \dots$$

Por tanto: $\begin{cases} a_1 = 10^{\frac{40}{20}} = 100 \\ a_3 = 8888.8 \dots \end{cases}$

g) Determinar la capacidad equivalente del resonador LC en el VCO

$$\text{si } f_c = 189'25 \text{ MHz} \quad \text{y} \quad f_{F1} = 38'9 \text{ MHz}$$

significa que

$$f_{OL} = f_c + f_{F1} = 228'15 \text{ MHz}$$

(recuerda: siempre se toma $f_{OL} > f_c$ para minimizar $\frac{C_{\text{max}}}{C_{\text{min}}}$)

$$f_{OL} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{2\pi f_{OL}} \right)^2 = \frac{1}{25 \cdot 10^{-9} \text{ H}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi \cdot 228'15 \cdot 10^6} \right)^2 = 19'47 \text{ pF}$$

Septiembre_2005 (Subsistemas)

En la figura adjunta se detalla la configuración para medir los efectos del producto de intermodulación de orden 3 en un receptor de radiocomunicaciones de VHF

Datos útiles :

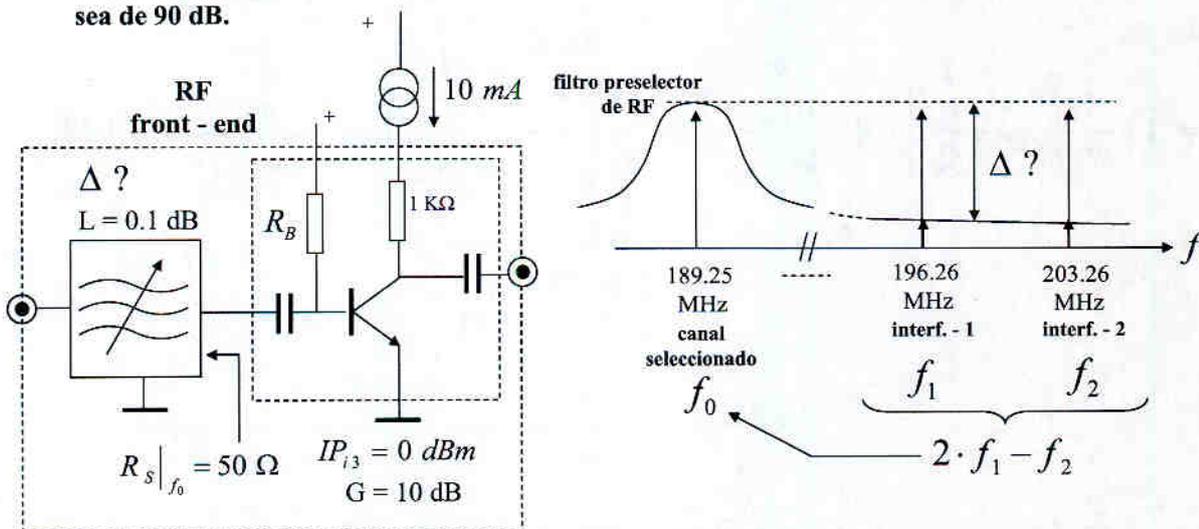
$$\begin{aligned}
 k &= 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} & R_B &\gg R_S \\
 q &= 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} & r_{bb'} &= 100 \ \Omega \\
 T_S = T_0 &= 293 \text{ K} & r_{b'e} &= 800 \ \Omega \\
 r_e &= \frac{kT_S}{qI_C} \approx \frac{1}{g_m} & F &= 1 + \frac{1}{R_S} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_S \frac{qI_B}{2kT_S} \quad (\text{ transistor bipolar }) \\
 \beta &= g_m \cdot r_{b'e} = 80 \\
 I_C &= \beta \cdot I_B
 \end{aligned}$$

pérdidas nulas en cables coaxiales y conmutador de RF

tomar un ancho de banda equivalente de ruido de 7 MHz para el filtro preselector

Se pide :

- a) Determinar la selectividad del filtro preselector para que la SFDR del cabezal RF sea de 90 dB.



SFDR = 90 dB

$$SFDR = URr \Big|_{P_N} = \left(\frac{m-1}{m} \right) \cdot \left[IP_{i \text{ front-end}} - P_{N \text{ front-end}} \right]$$

$$IP_{i \text{ front-end}} = IP_{i \text{ amp-RF}} + \left(\frac{m}{m-1}\right) \cdot \Delta + L$$

para una SFDR de 90 dB 0 dBm 3 ? 0.1 dB

$$SFDR = URr \Big|_{P_N} = \left(\frac{m-1}{m}\right) \cdot [IP_{i \text{ front-end}} - P_N]$$

$$P_N = k \cdot T_S \cdot B \cdot F_{\text{front-end}}$$

$1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ 293 K $7 \times 10^6 \text{ Hz}$

$$F_{\text{front-end}} = L_{\text{filt_preselector}} + \frac{F_{\text{trt}} - 1}{\left(1/L_{\text{filt_preselector}}\right)}$$

$$F_{\text{trt}} = 1 + \frac{1}{R_S} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_S \frac{q I_B}{2 k T_S}$$

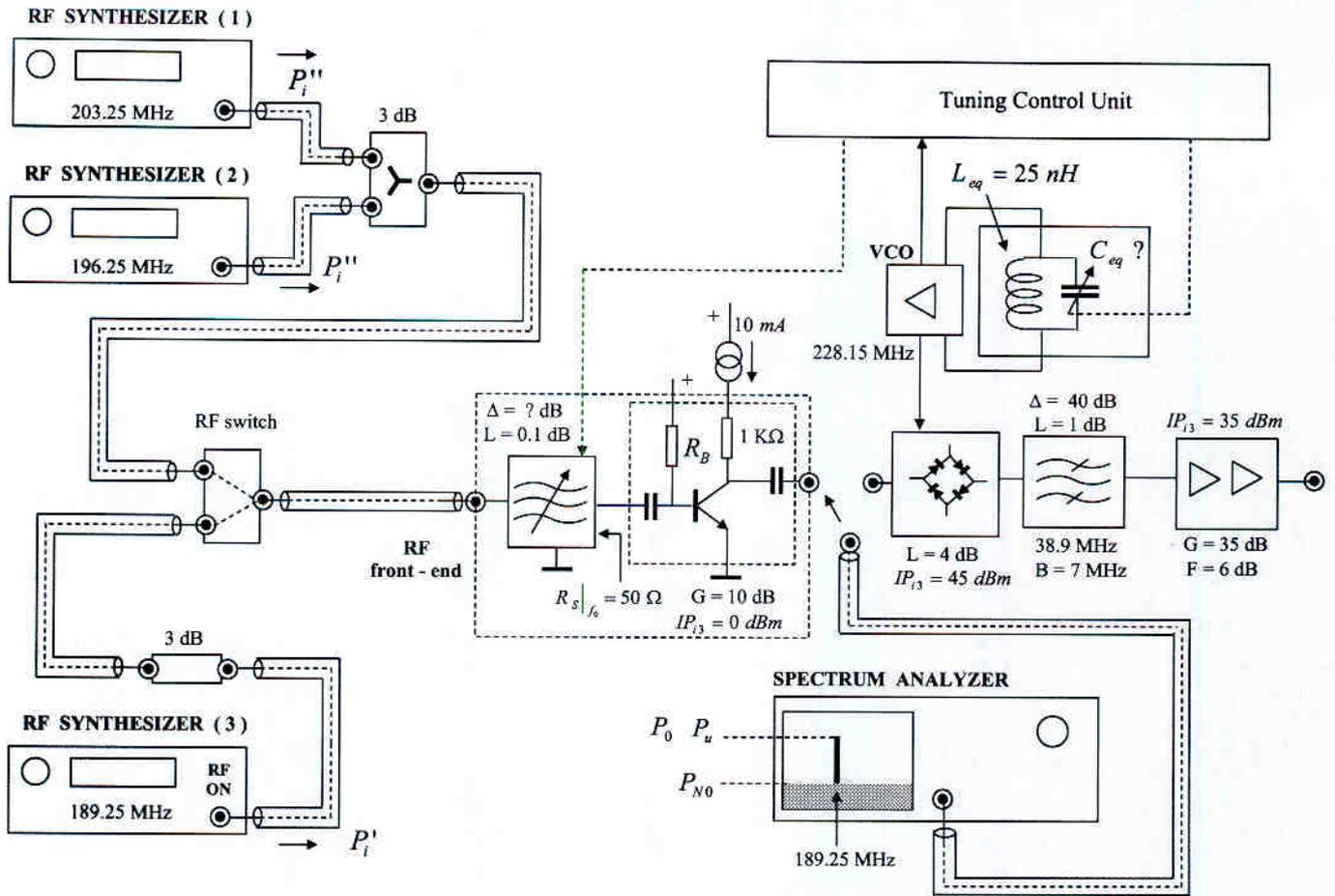
$0.1 \text{ dB} \equiv 10^{\frac{0.1 \text{ dB}}{10}}$

$$F_{\text{trt}} = 1 + \frac{1}{R_S} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_S \frac{q I_B}{2 k T_S} = 1 + \frac{1}{R_S} \left[r_{bb'} + \frac{k T_S}{2 q I_C} \right] + R_S \frac{q I_C}{2 k T_S \beta} = 3.148$$

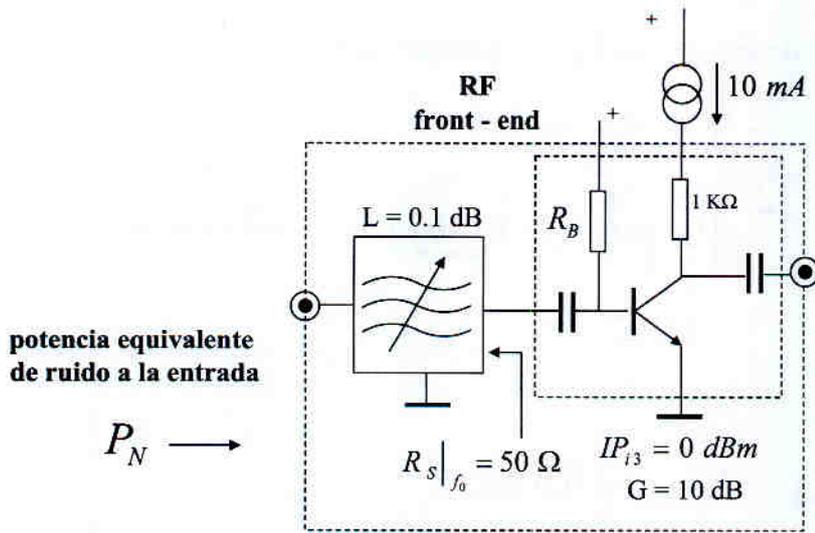
100Ω $1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ 293 K $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
 50Ω $10 \times 10^{-3} \text{ A}$ 80

$$F_{\text{front-end}} = L_{\text{filt_preselector}} + \frac{F_{\text{trt}} - 1}{\left(1/L_{\text{filt_preselector}}\right)} = 3.252 \quad (5.12 \text{ dB})$$

$$0.1 \text{ dB} \equiv 10^{\frac{0.1 \text{ dB}}{10}}$$



Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is extremely faint and illegible.



$$F_{front_end} = 3.252 \quad (5.12 \text{ dB})$$

$$P_N = k \cdot T_S \cdot B \cdot F_{front_end} = 9.204 \times 10^{-14} \text{ W}$$

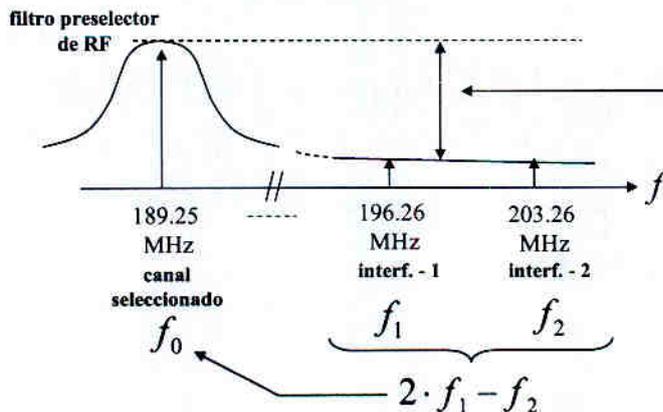
$$P_N(\text{dBm}) = 10 \cdot \log\left(\frac{P_N(\text{W})}{10^{-3} \text{ W}}\right) = -100.36 \text{ dBm}$$

$$SFDR = URr|_{P_N} = \left(\frac{m-1}{m}\right) \cdot [IP_{i \text{ front-end}} - P_{N \text{ front-end}}]$$

$90 \text{ dB} \rightarrow$ $3 \rightarrow$ -100.36 dBm

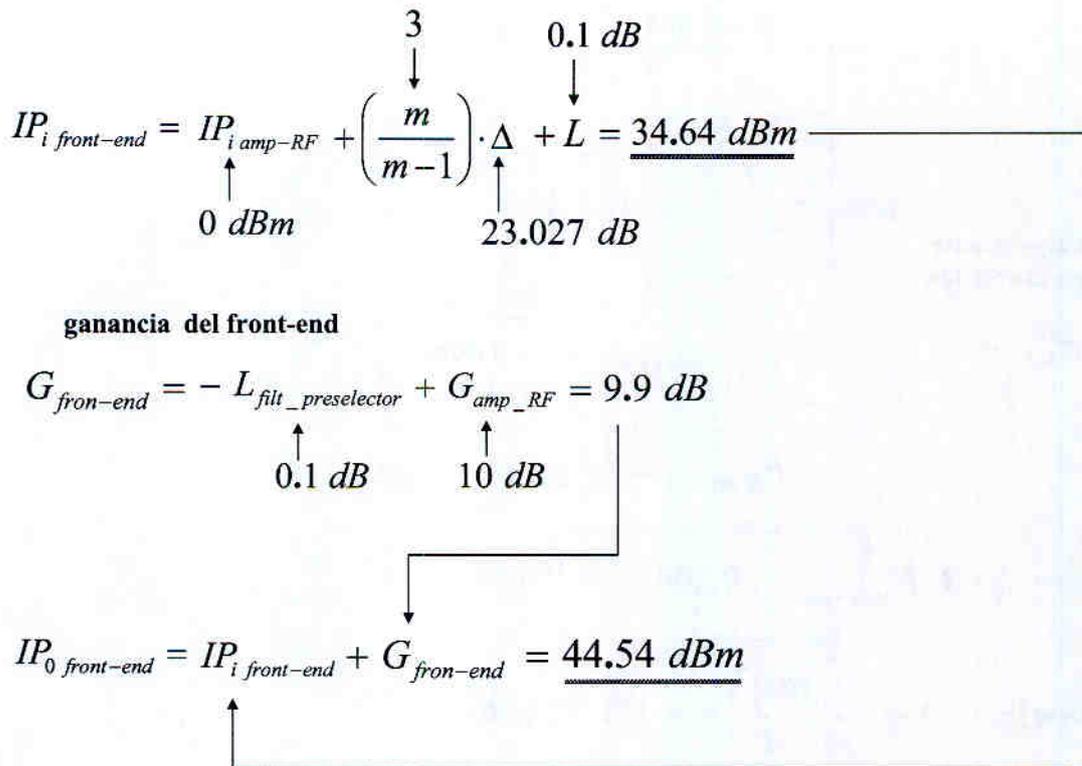
$$IP_{i \text{ front-end}} = IP_{i \text{ amp-RF}} + \left(\frac{m}{m-1}\right) \cdot \Delta + L$$

0 dBm \uparrow 3 \uparrow 0.1 dB

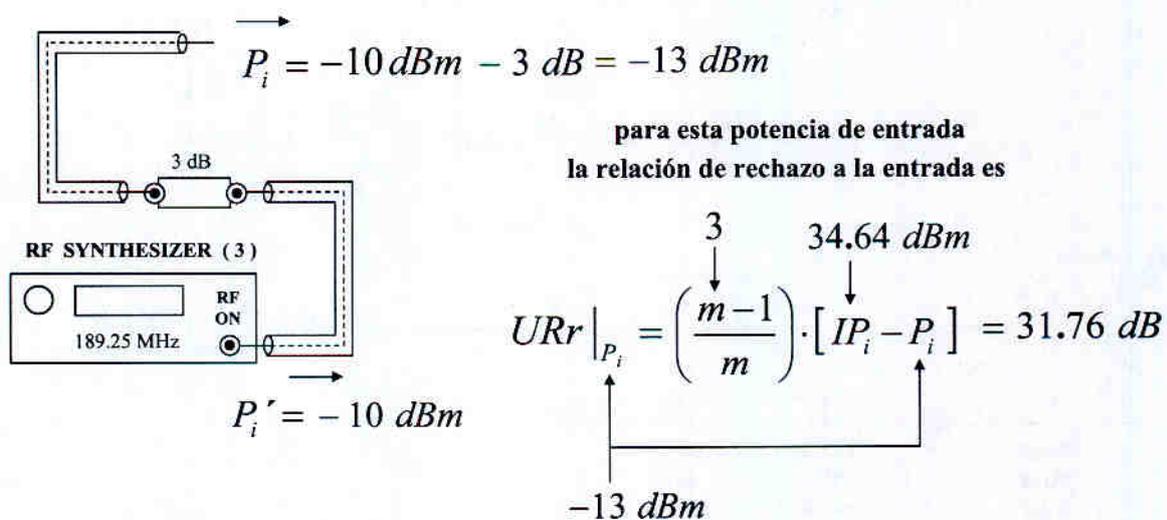


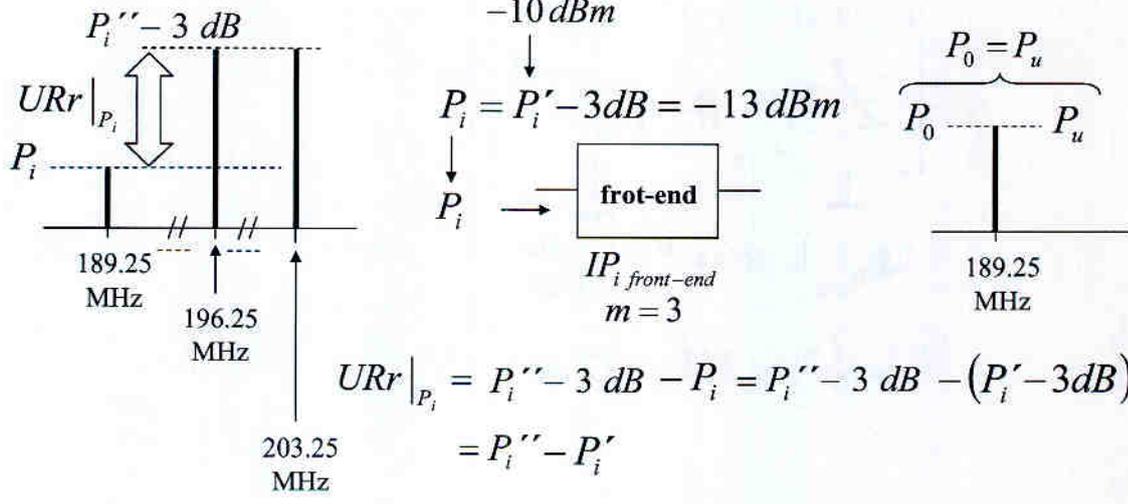
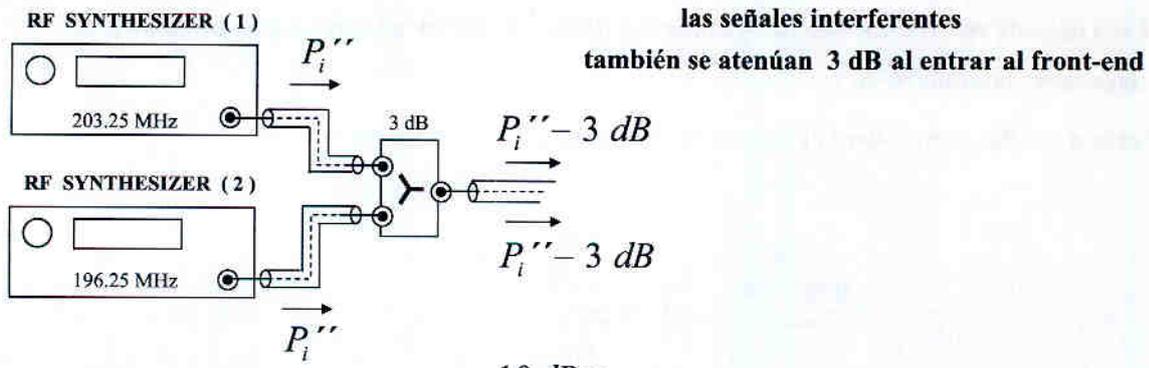
$$\Delta = \underline{23.027 \text{ dB}}$$

b) ¿ Cuales serán las coordenadas del punto de intercepción del front-end ?



c) ¿Cuál será la relación P_i''/P_i' en dB para que a la salida del front-end $P_0 = P_u$ si $P_i' = -10 \text{ dBm}$?





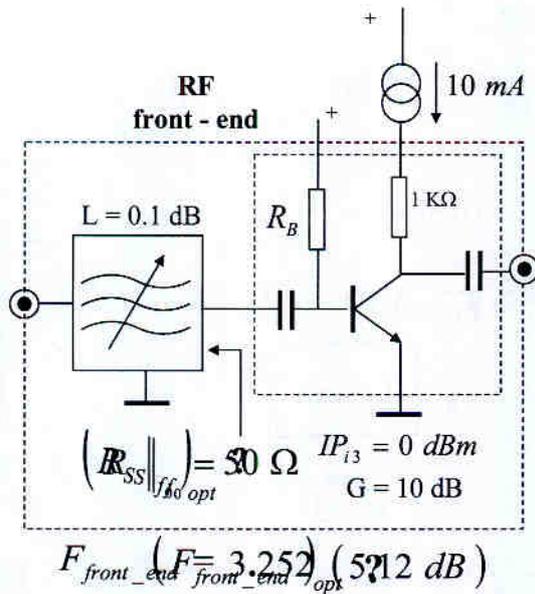
$$URr|_{P_i} = P_i'' - 3 \text{ dB} - P_i = P_i'' - 3 \text{ dB} - (P_i' - 3 \text{ dB}) = P_i'' - P_i'$$

$$URr|_{P_i} = \left(\frac{m-1}{m} \right) \cdot [IP_i - P_i] = \frac{31.76 \text{ dB}}{34.64 \text{ dBm}} = 31.76 \text{ dB}$$

$URr|_{P_i} = P_i'' - P_i' \longrightarrow \frac{P_i''}{P_i'} \text{ (dB)}$

d) ¿Cuál debería ser la impedancia de salida del filtro preselector a la frecuencia de resonancia para tener mínimo ruido ?

Calcula si ello se cumpliera, el factor de ruido óptimo del front-end.



$$F_{rt} = 1 + \frac{1}{R_S} \left[r_{bb'} + \frac{r_e}{2} \right] + R_S \frac{q I_B}{2 k T_S} = 1 + \frac{1}{R_S} \left[r_{bb'} + \frac{k T_S}{2 q I_C} \right] + R_S \frac{q I_C}{2 k T_S \beta}$$

$\frac{k T_S}{q I_C}$ $\frac{I_C}{\beta}$ 10 mA

F_{rt} mínimo $\Rightarrow \frac{\partial F_{rt}}{\partial R_S} = 0$

$$(R_S)_{opt} = \sqrt{\frac{2 k T_S \beta}{q I_C} \left[r_{bb'} + \frac{k T_S}{2 q I_C} \right]} = \underline{202.22 \Omega}$$

80 $1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ 293 K

$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ $10 \times 10^{-3} \text{ A}$

$$(F_{trt})_{min} = 1 + \frac{1}{(R_S)_{opt}} \left[\overset{100 \Omega}{r_{bb'}} + \frac{kT_S}{2qI_C} \right] + (R_S)_{opt} \frac{qI_C}{2kT_S \beta} = 2.001 \quad (3 \text{ dB})$$

$\xrightarrow{202.22 \Omega}$

$$(F_{front_end})_{min} = L_{filt_preselector} + \frac{(F_{trt})_{min} - 1}{(1/L_{filt_preselector})} = \underline{2.046 \quad (3.1 \text{ dB})}$$

$\uparrow \quad \begin{matrix} 0.1 \text{ dB} \\ \equiv 10^{\frac{0.1}{10}} \end{matrix}$

e) Obtener la caracterización global de ruido y distorsión (producto de orden 3) para los bloques que siguen al "front-end".

caracterización de ruido

$$F = F_{mez} + (L_{fil} - 1) \cdot L_{mez} + (F_{ampl} - 1) L_{mez} L_{fil} = 12.58 \quad (11 \text{ dB})$$

$\uparrow \quad \begin{matrix} 4 \text{ dB} \\ 10^{\frac{4}{10}} \end{matrix} \quad \uparrow \quad \begin{matrix} 6 \text{ dB} \\ 10^{\frac{6}{10}} \end{matrix} \quad \uparrow \quad \begin{matrix} 1 \text{ dB} \\ 10^{\frac{1}{10}} \end{matrix}$

caracterización de distorsión (filtro FI + amplif. de FI)

$$IP_{i\ fil_amp} = IP_{i\ amp} + \left(\frac{m}{m-1} \right) \cdot \Delta_{fil} + L_{fil} = 96 \text{ dBm}$$

$\uparrow \quad 35 \text{ dBm} \quad \uparrow \quad 40 \text{ dB} \quad \uparrow \quad \begin{matrix} 3 \\ 1 \text{ dB} \end{matrix}$

caracterización de distorsión (filtro FI + amplif. de FI + mezclador)

$$q = \frac{m-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$$

$$\left(\frac{1}{IP_{i\ eq}} \right)^q = \left(\frac{1}{IP_{i\ mez}} \right)^q + \left(\frac{G_{mez}}{IP_{i\ fil_amp}} \right)^q \Rightarrow IP_{i\ eq} = 31.62\ W \ (45\ dBm)$$

$10^{-3} \cdot 10^{\frac{45\ dBm}{10}}$ $10^{-3} \cdot 10^{\frac{96\ dBm}{10}}$

$10^{\frac{-4\ dB}{10}}$

f) Obtener la caracterización global de ruido y distorsión para todo el receptor.

(" front-end " con diseño de mínimo ruido)

para el ruido

$$F_{receptor} = (F_{front_end})_{min} + \frac{F_{mez_fil_amp} - 1}{G_{front_end}} = 3.231 \ (5.1\ dB)$$

2.046 12.58

$10^{\frac{9.9\ dB}{10}}$

para la distorsión

$$\left(\frac{1}{IP_{i \text{ receptor}}} \right)^q = \left(\frac{1}{IP_{i \text{ front_end}}} \right)^q + \left(\frac{G_{\text{front_end}}}{IP_{i \text{ mez_fil_amp}}} \right)^q \Rightarrow IP_{i \text{ receptor}} = 1.532 \text{ W}$$

\Downarrow
(31.85 dBm)

Handwritten annotations:

- Arrow from 1 to $\left(\frac{1}{IP_{i \text{ receptor}}} \right)^q$ with label 1
- Arrow from $10^{-3} \cdot 10^{\frac{34.64 \text{ dBm}}{10}}$ to $\left(\frac{1}{IP_{i \text{ front_end}}} \right)^q$
- Arrow from $10^{-3} \cdot 10^{\frac{45 \text{ dBm}}{10}}$ to $\left(\frac{G_{\text{front_end}}}{IP_{i \text{ mez_fil_amp}}} \right)^q$
- Arrow from $10^{\frac{9.9 \text{ dB}}{10}}$ to $G_{\text{front_end}}$

12/15/2010

12/15/2010

12/15/2010

12/15/2010

12/15/2010

12/15/2010

Calculamos la potencia equivalente de ruido a la entrada

$$P_n = k \cdot T_e \cdot B \cdot F = 1.38 \times 10^{-23} \cdot 293 \cdot 100 \times 10^3 \cdot 10^{0.1} = 5.09033 \times 10^{-16} \text{ W}$$

$$P_n (\text{dBm}) = 10 \cdot \log \left(\frac{5.09033 \times 10^{-16}}{10^{-3}} \right) = -122.93 \text{ dBm} \quad 0.25 \text{ p}$$

Una relación señal a ruido a la entrada de 28 dB corresponderá a una potencia de señal útil a la entrada de

$$\left(\frac{S}{N} \right) (\text{dB}) = P_s (\text{dBm}) - P_n (\text{dBm}) \quad 0.25 \text{ p}$$

$$P_s (\text{dBm}) = 28 \text{ dB} + (-122.93 \text{ dBm}) = -94.93 \text{ dBm}$$

La relación de rechazo a la entrada para esta potencia de señal útil a la entrada será

$$UR_{1/n} = \left(\frac{m-1}{m} \right) \cdot [P_s - P_i]$$

por lo tanto, calcularemos el punto de intercepción equivalente del receptor. Empezando por el paso amplificador limitador, tendremos

$$a_1 \cdot \frac{3}{4} \cdot I^1 = a_1 \cdot I$$

$$200 \cdot \frac{3}{4} \cdot I^2 = 10$$

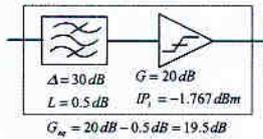
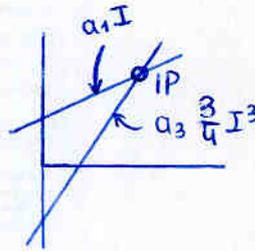
$$I = \sqrt{\frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 200}} = 0.258 \text{ V}$$

$$IP_1 (\text{dBm}) = 10 \cdot \log \left(\frac{0.258^2}{2 \cdot 50} \cdot 10^3 \right) = -1.767 \text{ dBm} \quad 0.25 \text{ p}$$

su ganancia será

$$G = 20 \cdot \log a_1 = 20 \cdot \log 10 = 20 \text{ dB}$$

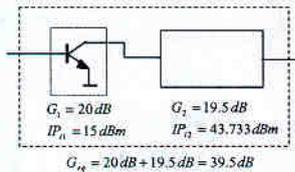
Efecto del segundo filtro de FI sobre el IP_1 del amplificador limitador será



$$IP_1 (\text{dBm}) = IP_1 (\text{dBm}) + \left(\frac{m}{m-1} \right) \cdot \Delta (\text{dB}) + L (\text{dB})$$

$$IP_1 = -1.767 \text{ dBm} + \left(\frac{3}{3-1} \right) \cdot 30 \text{ dB} + 0.5 \text{ dB} = 43.733 \text{ dBm} \quad 0.25 \text{ p}$$

Calculamos punto de intercepción equivalente con el paso amplificador de FI

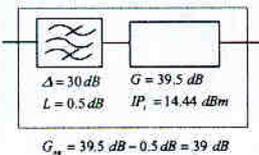


$$\left(\frac{1}{IP_{1n}} \right) = \left(\frac{1}{IP_{11}} \right) + \left(\frac{G_1}{IP_{12}} \right) \quad q = \frac{m-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$$

$$IP_{1n} (\text{W}) = \frac{1}{\frac{1}{IP_{11}} + \frac{G_1}{IP_{12}}} = \frac{1}{\frac{1}{10^{-3} \cdot 10^{15}} + \frac{10^{20}}{10^{-3} \cdot 10^{43.733}}} = 0.0278 \text{ W}$$

$$IP_{1n} (\text{dBm}) = 10 \cdot \log \left(\frac{0.0278 \text{ W}}{10^{-3}} \right) = 14.44 \text{ dBm} \quad 0.25 \text{ p}$$

Calculamos el efecto del primer filtro de FI sobre el IP_1



$$IP_1 (\text{dBm}) = IP_1 (\text{dBm}) + \left(\frac{m}{m-1} \right) \cdot \Delta (\text{dB}) + L (\text{dB}) = 14.44 \text{ dBm} + \frac{3}{2} \cdot 30 \text{ dB} + 0.5 \text{ dB} = 59.94 \text{ dBm} \quad 0.25 \text{ p}$$

Calculamos el punto de intercepción equivalente con el paso mezclador

Parte I (3.25p)

En la figura adjunta se da el esquemático de un equipo receptor de VHF. Los puntos de intercepción están referidos al producto de orden tres que se genera por canales adyacentes. La selectividad de los filtros de frecuencia intermedia, está igualmente referida a tales canales adyacentes. El factor de ruido del receptor es de 1 dB.

Se pide:

(2.5 p) Calcular la relación de rechazo a la entrada para una relación señal a ruido a la entrada de 28 dB, cuando las señales interferentes son precisamente canales adyacentes.

Considérese pérdidas de inserción nulas en la red adaptadora de entrada y en el filtro preselector.

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}^{-1}$$

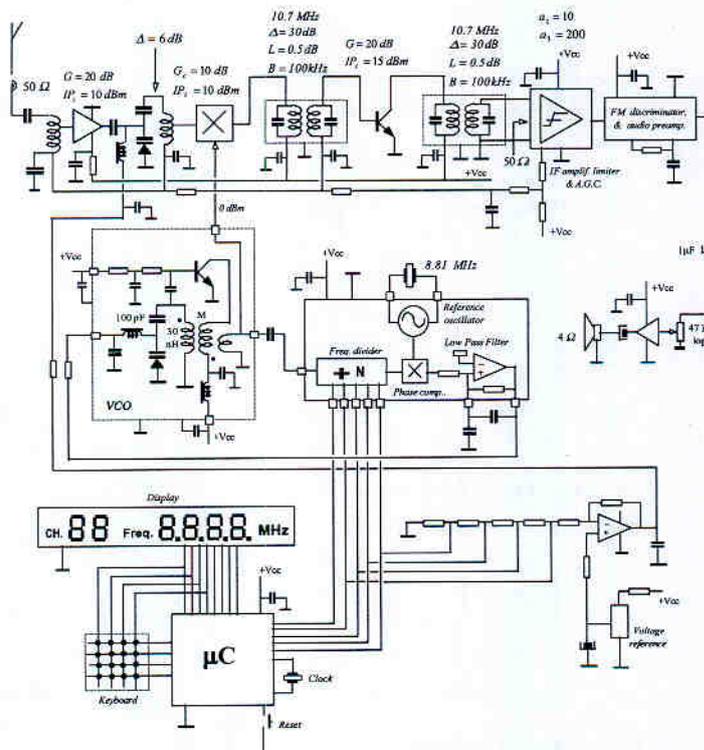
$$T_s = T_e = 293 \text{ K}$$

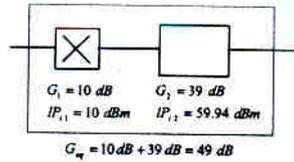
Cuestiones:

a) (0.25 p) ¿Con qué valor N deberá configurar el microcontrolador al divisor de frecuencia para seleccionar un canal con frecuencia de portadora de 165.5 MHz?

b) (0.25 p) ¿Qué valor nominal de capacidad tomará el diodo varactor del VCO para seleccionar el canal de frecuencia portadora de 165.5 MHz? Considere despreciable el efecto sobre la frecuencia de resonancia del VCO, que produce el factor de acoplamiento entre inductancias y elementos de acoplo entre resonador LC y elemento activo.

c) (0.25 p) Indica, sobre que etapas actúa el control automático de sensibilidad y que utilidad tiene.

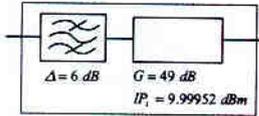




$$IP_{1,eq}(W) = \frac{1}{\frac{1}{IP_1} + \frac{G_1}{IP_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10^{-3}} + \frac{10}{10^{-3} \cdot 10^{59.94}}} = 9.9989 \times 10^{-3} W$$

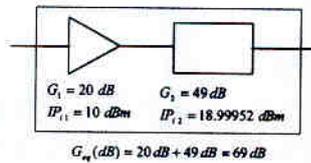
$$IP_{1,eq}(dBm) = 10 \cdot \log\left(\frac{9.9989 \times 10^{-3}}{10^{-3}}\right) = 9.99952 dBm \quad 0.25 p$$

Calculamos el efecto del filtro preselector sobre el punto de intercepción



$$IP'(dBm) = IP_1(dBm) + \left(\frac{m}{m-1}\right) \cdot \Delta(dB) + L(dB) = 9.99952 dBm + \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 6 dB = 18.99952 dBm \quad 0.25 p$$

Calculamos el punto de intercepción equivalente con el paso amplificador de radiofrecuencia



$$IP_{1,recipor}(W) = \frac{1}{\frac{1}{IP_1} + \frac{G_1}{IP_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10^{-3}} + \frac{10}{10^{-3} \cdot 10^{18.99952}}} = 7.358 \times 10^{-4} W$$

$$IP_{1,recipor}(dBm) = 10 \cdot \log\left(\frac{7.358 \times 10^{-4}}{10^{-3}}\right) = -1.332 dBm \quad 0.25 p$$

La relación de rechazo a la entrada pedida valdrá

$$UR_{1,7} = \left(\frac{m-1}{m}\right) \cdot [IP_1 - P_1] = \left(\frac{3-1}{3}\right) [-1.332 dBm - (-94.93 dBm)] = 62.39 dB \quad 0.25 p$$

Solución a las cuestiones:

- a) Si la frecuencia de canal es $f_c = 165.5 MHz$, la frecuencia de oscilador local será

$$f_{ol} = f_c + f_{ri} = 165.5 MHz + 10.7 MHz = 176.2 MHz$$

como la frecuencia del oscilador de referencia vale $8.81 MHz$, tendremos que configurar el contador para que divida por

$$N = \frac{176.2 \times 10^6}{8.81 \times 10^6} = 20 \quad 0.25 p$$

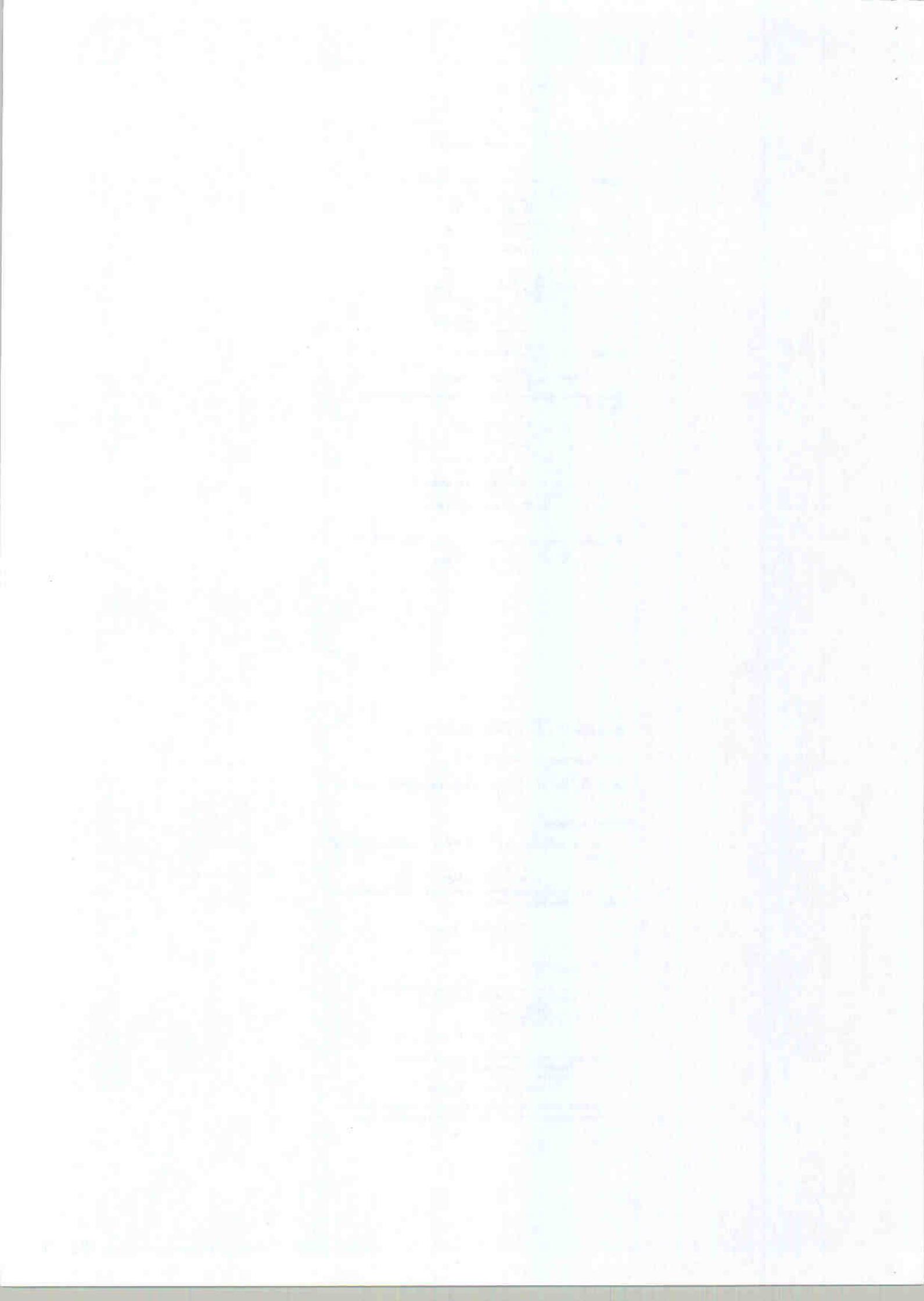
$$b) f_{ol} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_{\pi}}}$$

$$C_{\pi} = \frac{1}{L \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_{ol})^2} = \frac{1}{30 \cdot 10^{-9} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 176.2 \times 10^6)^2} = 27.196 pF$$

$$27.196 pF = \frac{100 pF \cdot C_{pr}(pF)}{100 pF + C_{pr}(pF)} \quad C_{pr}(pF) = 37.35 pF \quad 0.25 p$$

- b) El control automático de sensibilidad actúa sobre las etapas:
- Amplificador de radiofrecuencia.
 - Mezclador
 - 1er Amplificador de frecuencia intermedia.

Se utiliza para forzar a trabajar en régimen de saturación al paso amplificador limitador, dentro del margen dinámico de la señal de entrada al receptor.



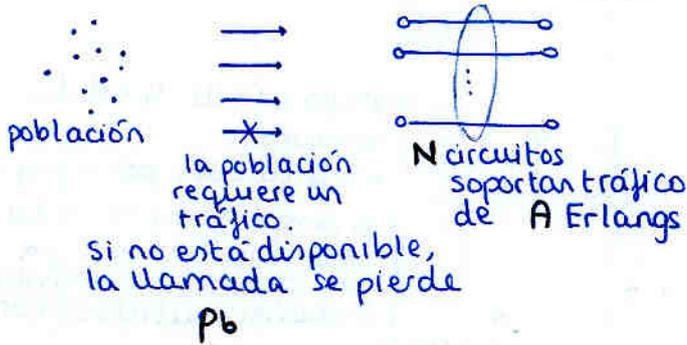
Tema 4. Sistemas de comunicaciones móviles

4.1 Introducción

Movilidad: - de usuario
- de terminal

usuario no ligado al terminal (tarjeta)
terminal no ligado físicamente a la red

Modelo Erlang-B



Tablas Erlang B

$$P_b = f(N, A)$$

ej: - sabiendo número de canales N
- fijándonos una prob de bloqueo P_b

↓
Obtenemos el tráfico A que soportan los N circuitos

Este tráfico debe ser \geq al que genera la población que usa los N circuitos (recuerda que siempre habrá una probabilidad P_b de bloqueo).

Tráfico [Erlangs]

medida de ocupación de un canal durante la hora cargada.

ej: canal ocupado 20 minutos durante la hora cargada = 0.5 E

Densidad de tráfico

$$\rho_A = \frac{A [E]}{S [km^2]} = \rho \left[\frac{AB}{km^2} \right] \cdot e \left[\frac{E}{AB} \right]$$

↑ ↑
densidad de abonados tráfico medio por abonado

pérdida { prob bloqueo P_b
 { prob cobertura P_c

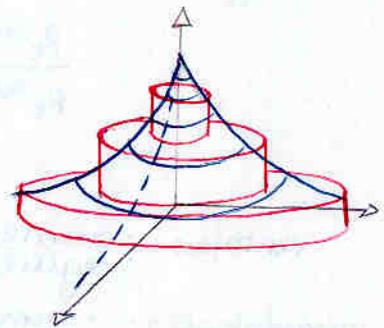
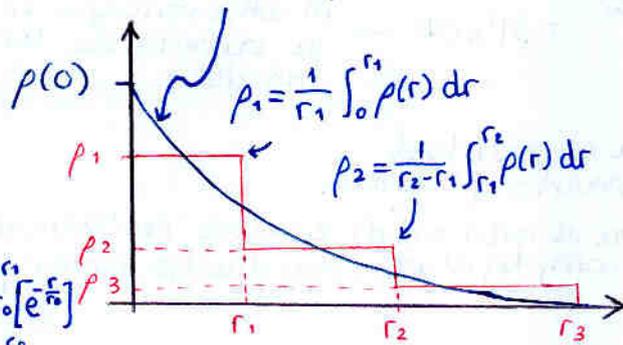
prob de no pérdida $\bar{P} = \bar{P}_b \cdot P_c$

En núcleo urbano $\rho(r) = \rho(0) \cdot e^{-\frac{r}{r_0}}$

Suele utilizarse un modelo de 3 niveles

recuerda:

$$\int_{r_1}^{r_2} \rho(0) e^{-\frac{r}{r_0}} dr = \rho(0) r_0 \left[e^{-\frac{r_1}{r_0}} - e^{-\frac{r_2}{r_0}} \right]$$



2. Teoría Celular

Capacidad
Cobertura
Calidad

La atenuación juega a nuestro favor
↳ Reutilizar frecuencias

se basa en celdas; cada celda utiliza frecuencias distintas y se usan agrupaciones tal que células adyacentes no usen mismas frecuencias

Centralizado

Celular

1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
		1	2	1	2	1	2
7	3	4	3	4	3	4	
7	7	7					

agrupación de 4 celdas tomamos
N=32 canales por agrupación

la comparación es del todo equitativa ya que gracias a atenuación podemos reutilizar canales

A=884 m

$N = 32 \text{ canales}$
 $p_b = 2\%$

$\left. \begin{matrix} N = 32 \text{ canales} \\ p_b = 2\% \end{matrix} \right\} \text{Erlang B} \rightarrow A = 23.7 \text{ E}$

$N_{\text{celda}} = 8 \text{ canales}$
 $p_b = 2\%$

$\left. \begin{matrix} N_{\text{celda}} = 8 \text{ canales} \\ p_b = 2\% \end{matrix} \right\} \text{Erlang B} \rightarrow A_{\text{celda}} = 3.63 \text{ E}$

$P_{A_{\text{centralizado}}} = \frac{A}{S} = 0.237 \text{ E/km}^2$

$P_{A_{\text{celular}}} = \frac{A_{\text{celda}}}{S_{\text{celda}}} = 2.323 \text{ E/km}^2$

↑
Vemos que con celular se soporta más tráfico

Además; Para una potencia recibida fija P_r

$P_r = \beta \cdot \frac{P_t^{\text{centralizado}}}{d^{3.5}}$

← igualando →

$P_r = \beta \cdot \frac{P_t^{\text{celular}}}{d^{3.5}}$

ley de propagación con exponente 3.5

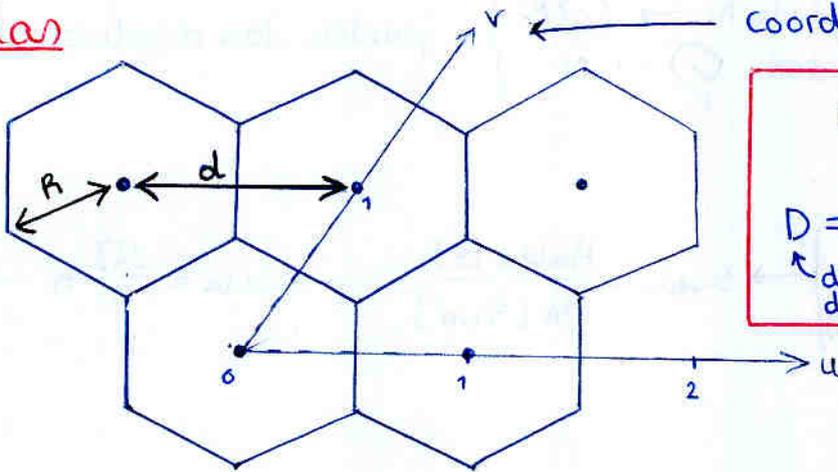
$\frac{P_t^{\text{centralizado}}}{P_t^{\text{celular}}} = 14.47$
 $= 31.6 \text{ dB} \rightarrow$ mucha ventaja si consideramos la batería de los terminales móviles

Ventajas: : aumenta capacidad
requiere menos potencia

Inconvenientes: : aumenta el número de equipos (estaciones base)
: mayor complejidad (hoy día ya no es problema)

Geometría celular

Celdas



Coordenadas oblicuas

$$d = \sqrt{3} \cdot R$$

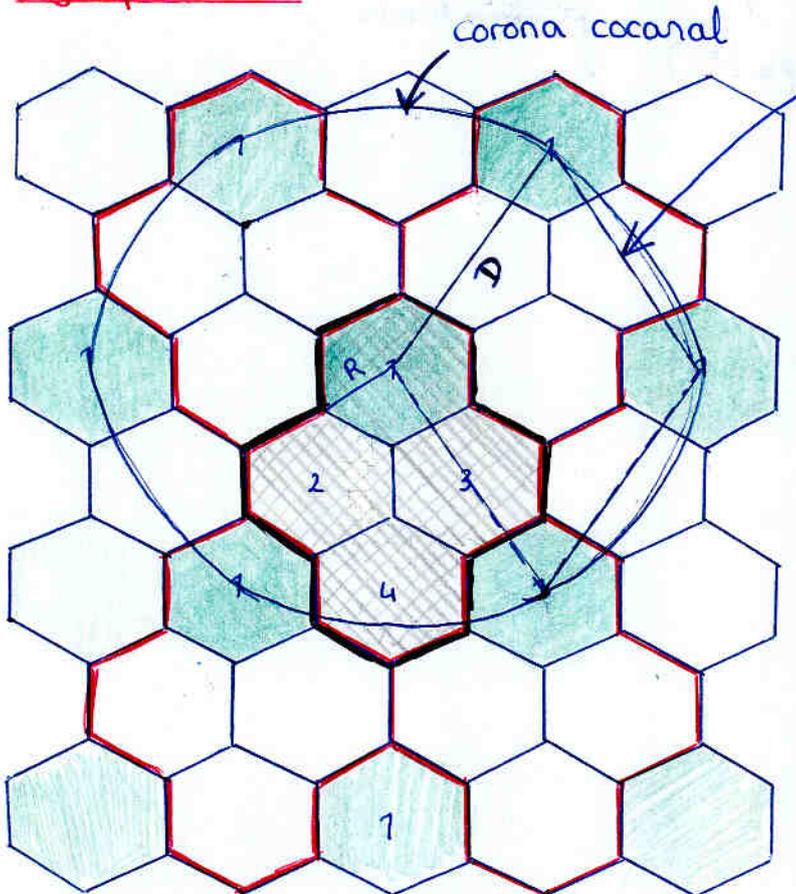
$$D = \sqrt{3(i^2 + j^2 + ij)} \cdot R$$

↑ distancia entre dos nodos cualquiera

$$S_{\text{celda}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2$$

$$= 6 \times \triangle_{60^\circ} R$$

Agrupaciones



rombo cocaral

J: celdas por agrupación

D: lado del rombo cocaral

$$\text{Area de Agrupación} = \text{Area del rombo cocaral}$$

$$J \cdot S_{\text{celda}}$$

$$\text{Area del rombo cocaral}$$

$$J \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot D^2$$

Iguualando obtenemos relación entre D y R

$$D = R\sqrt{3J}$$

En sistemas móviles:

- El ruido está resuelto
- Lo limitante es la interferencia

Por eso es importante conocer D

$$D = R \cdot \sqrt{3(i^2 + j^2 + ij)}$$

usando coordenadas oblicuas

$$D = R \cdot \sqrt{3J}$$

← igualando areas

Celdas por agrupación (J)

- Cada celda de la agrupación utiliza frecuencias distintas → celdas adyacentes ⇒ distinta frec.
- Para que las agrupaciones puedan replicarse debe cumplirse

$$J = i^2 + j^2 + ij \quad i, j \in \mathbb{Z}$$

$$J = \{1, 3, 4, 7, 9, 12, 13, 16, 19, 21, \dots\}$$

Dem

$$J = \frac{S_{\text{agrup}}}{S_{\text{celda}}} = \frac{S_{\text{rombo}}}{S_{\text{celda}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} D^2}{\frac{3\sqrt{3}}{2} R^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{D}{R}\right)^2$$

Factor de reutilización de la frecuencia

$$q = \frac{D}{R} = \sqrt{3J}$$

depende de J o de la relación entre D y R (no depende de D y R exclusivamente)

Dimensionado celular

sabiendo $\rho_A [E/km^2]$ y p_b deseado $\left\{ \begin{array}{l} \text{dado } N \rightarrow R \\ \text{dado } R \rightarrow N \end{array} \right\}$ o plantear las ∞ soluciones

método: $N \rightarrow R$

$$\left. \begin{array}{l} \rho [AB/km^2] \\ e [E/AB] \end{array} \right\} \rightarrow \rho_A [E/km^2]$$

$$\left. \begin{array}{l} N [\text{canales}] \\ p_b [\%] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} \text{Acelda } [E]$$

$$\text{Acelda } [E] \rightarrow \text{Scelda} = \frac{\text{Acelda } [E]}{\rho_A [E/km^2]} \rightarrow \text{Scelda} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 \rightarrow R$$

método: $R \rightarrow N$

$$\left. \begin{array}{l} R \rightarrow \text{Scelda} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 [km^2] \\ \rho_A [E/km^2] \end{array} \right\} \rightarrow \text{Asector} = \rho_A \cdot \text{Scelda} [E]$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Asector} [E] \\ p_b (\%) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} N \text{ min}$$



Planificación Celular

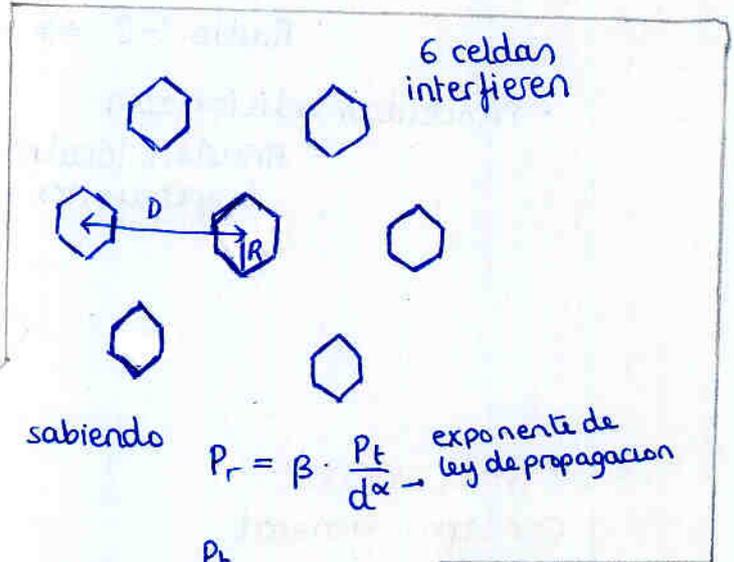
Sistemas de radiocomunicaciones celulares limitados por ruido \rightarrow solucionable con $P_t \uparrow$
interferencias

Las interferencias se solucionan con un n° suficiente de celdas por agrupación. A mayor J , mayor radio de la corona cocanal donde están las celdas que trabajan a misma frecuencia (las causantes de la interferencia)

Relación Portadora a Interferencia Cocanal

exigimos: $\frac{C}{I} > R_p = \frac{C}{I}|_{min}$
 Relación de Protección

Sistema	R_p
analógico { TETRA	19 dB
{ TACS	18 dB
digital { GSM	9 dB



Portadora recibida: $C = \beta \frac{P_t}{R^\alpha}$

Interferencia recibida: $I = 6 \cdot \beta \frac{P_t}{D^\alpha}$
recuerda además que: $J = i^2 + j^2 + ij$ n° celdas interferentes

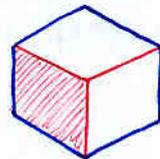
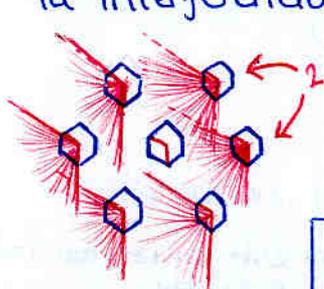
Por tanto:

$\frac{C}{I} \geq R_p \Rightarrow \frac{C}{I} = \frac{1}{6} \left(\frac{D}{R}\right)^\alpha = \frac{1}{6} q^\alpha = \frac{1}{6} \sqrt{3J}^\alpha \Rightarrow J \geq \frac{[6R_p]^{2/\alpha}}{3}$

recuerda: $q = \frac{D}{R} = \sqrt{3J}$

para garantizar $\frac{C}{I} > R_p$

Si usamos sectorización, son sólo 2 y no 6 los orígenes de la interferencia



sectorización con $k=3$ (120°)

$J \geq \frac{[2R_p]^{2/\alpha}}{3}$

para garantizar $\frac{C}{I} > R_p$

sectorización

- Mejora $\frac{C}{I}$ para misma J
- Aumenta la capacidad del sistema.

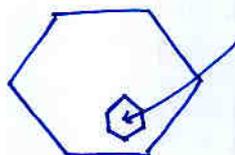
\rightarrow triplica $\frac{C}{I}$ (i.e + 4.77 dB)

nota: si usamos $k=6$ es sólo 1 la que interfiere!!

se define el patrón como: J/kJ ej $4/12 \Rightarrow \frac{J}{k=3} = 4$ celdas por agrupación / sectores por celda

Aumento de la capacidad celular

- sectorización : aumenta $\frac{C}{I}$
aumenta capacidad (más E/km²)
- Subdivisión celular:
reducir el tamaño de las celdas
 - Radio $\div 2 \Rightarrow$ Superficie $\div 4 \Rightarrow N_{AB} \times 4$
- Picoceldas adicionales
 - Añaden localmente **canales adicionales** (superpuertos y sin interferir con los de la celda grande)



Permite más tráfico en esa zona
(aplicar directamente Erlang B)

Resumen

Concepto general:

- Para que todo funcione, debe cumplirse $\frac{C}{I} > R_p$ Relación de Protección (9 dB en GSM)

- Por tanto hay que elegir un J suficientemente grande.

Intuitivamente: a mayor J , más separación entre celdas de misma frecuencia y por tanto menos interferencia

$$J \geq \frac{[6 R_p]^{2/\alpha}}{3}$$

↙ 6 2 ó 1 según sectorización

- Pero parece obvio que aumentar J implica que un mismo número de canales deberá cubrir un área más grande (ya que no podemos repetir frecuencias/canales en una misma agrupación)

de hecho $N_{\text{canales por celda}} = \frac{N_{\text{canales totales}}}{J}$

Por tanto después de escoger J hay que comprobar si se cumplen las especificaciones de tráfico

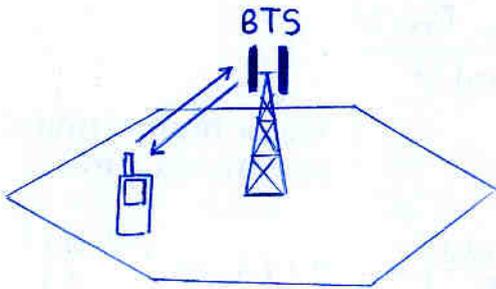
$$P_A [E/km^2] > P_{\text{objetivo}} [E/km^2]$$

si no se cumple, entonces habrá que recurrir a otras técnicas.

- sectorización
- reducir R

Para esto utilizamos todos los conceptos
 $P_A [E/km^2]$, $e [ME/AB]$, $\rho [AB/km^2]$
 $A [E]$, $S_{\text{celda}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2$
 Erlang-B, N_{celda}

Funciones básicas de los sistemas celulares



se monitoriza cada ~ 15 min.

- se miden/seleccionan niveles de potencia
- se miden retardos (distancia)
- se mide BER
- se intercambian datos de identificación

central controladora puede recibir datos de varios BTS y encargarse del roaming

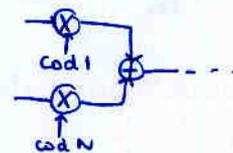
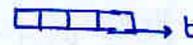
Localización:



Múltiple Acceso y Duplexado

• Múltiple Acceso
varios usuarios
compartiendo recursos

{ FDMA : Frequency Division Multiple Access
 TDMA : Time
 CDMA : Code



• Duplexado
canal bidireccional
(uplink/downlink)

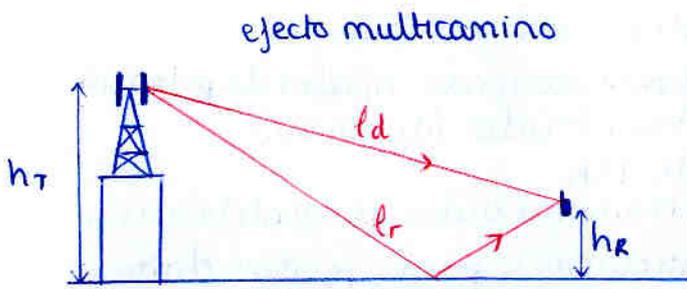
{ FDD
 TDD

ejemplo: 2ª generación: GSM

usa FDMA-TDMA / FDD
 para el múltiple acceso para el duplexado

↓
 i.e. la portadora f_c tiene a su vez slots en el tiempo

Entorno radioeléctrico



$$P_r = \frac{P_t \cdot D_{tx} \cdot D_{rx} \cdot \lambda^2}{(4\pi d)^2} \cdot F$$

Factor multicamino
(en radio era Cm)

$$F = \left| \frac{E_{total}}{E_0} \right|^2 = \dots = \left| 1 + \rho e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \Delta R} \right|^2$$

↑
diferencia de caminos

en radio vimos las siguientes simplificaciones:

$$\Delta R \approx \frac{2h_R h_T}{d}$$

$$\rho = -1 \rightarrow F \approx \left| 1 - e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \Delta R} \right|^2 = \left| 2 \sin\left(\frac{2\pi \Delta R}{\lambda}\right) \right|^2$$

y si $\Delta R \ll \lambda \Rightarrow F \approx \left(\frac{2\pi \Delta R}{\lambda} \right)^2$

$$F \approx \left(\frac{4\pi h_R h_T}{\lambda d} \right)^2$$

por tanto

$$P_r = \frac{P_t \cdot D_{tx} \cdot D_{rx} \cdot \lambda^2}{(4\pi d)^2} \cdot \left(\frac{4\pi h_R h_T}{\lambda d} \right)^2$$

$$P_r = \underbrace{D_{tx} \cdot D_{rx} \cdot h_R^2 \cdot h_T^2}_{\beta} \cdot \frac{P_T}{d^4}$$

$$P_r = \beta \cdot \frac{P_T}{d^4}$$

Nuestro modelo es

$$P_r = \beta \cdot \frac{P_T}{d^\alpha} \rightarrow \alpha \in [2, 4] \text{ exponente de la ley de propagación}$$

↑ espacio libre ↑ multicamino

En la práctica recurrimos a modelos semiempíricos y teóricos

Pérdida básica de propagación

$$L = \frac{P_T}{P_R} = k \cdot d^\alpha$$

$$L(\text{dB}) = P_T - P_R$$

Método de Okumura-Hata

→ siempre es de la forma

$$L_b = \text{cte} \cdot d^\alpha \rightarrow \alpha = 44.9 - 6.55 \log h_b$$

- Para $150 \text{ MHz} < f < 1500 \text{ MHz}$:

Entornos urbanos:

$$L_b(\text{dB}) = 69.55 + 26.16 \log f(\text{MHz}) - 13.82 \log h_b(\text{m}) + \underbrace{(44.9 - 6.55 \log h_b)}_{10\alpha} \cdot \log d - a(h_m)$$

↑ altura estación base (m) ↑ distancia en km

siendo $a(h_m)$: corrección por altura de terminal móvil. Considerar $a(1.5\text{m}) = 0$

$$a(h_m) = \begin{cases} \text{ciudades grandes} & \begin{cases} a(h_m) = 8.29 \cdot (\log 1.54 \cdot h_m)^2 & \text{si } f < 400 \text{ MHz} \\ a(h_m) = 3.2 \cdot (\log 11.75 \cdot h_m)^2 - 4.97 & \text{si } f > 400 \text{ MHz} \end{cases} \\ \text{ciudades medianas y pequeñas} & a(h_m) = (1.1 \log f - 0.7) h_m - (1.56 \log f - 0.8) \end{cases}$$

Zonas suburbanas:

$$L_{bs}(\text{dB}) = L_b(\text{dB}) - 2(\log f/28)^2 - 5.4$$

Zonas rurales:

$$L_{rs}(\text{dB}) = L_b(\text{dB}) - 4.78(\log f)^2 + 18.33 \log f - 40.94$$

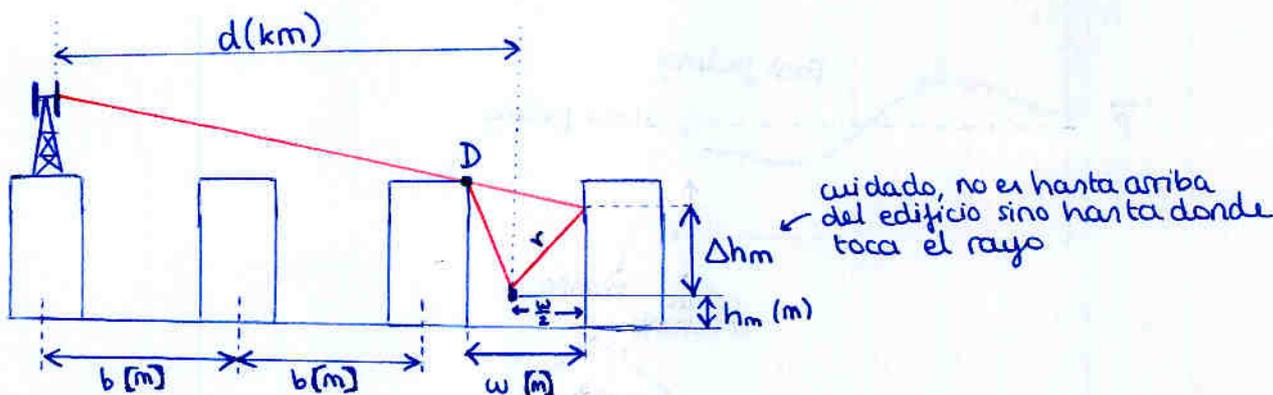
- Para $1500 \text{ MHz} < f < 2000 \text{ MHz}$

$$L_b(\text{dB}) = 46.3 + 33.9 \log f - 13.82 \log h_b - a(h_m) + \underbrace{(44.9 - 6.55 \log h_b)}_{\alpha} \cdot \log d + C_m$$

siendo

$$C_m = \begin{cases} 0 \text{ dB} & \text{ciudades pequeñas y medianas y suburbanas} \\ 3 \text{ dB} & \text{grandes núcleos urbanos} \end{cases}$$

Modelo de Xia



L_{msd}
pérdida por difracción
multipantalla

L_{rts}
pérdida tejado-calle
- difracción en D
- reflexión edificio de enfrente

$$L_b(\text{dB}) = L_{bf} + L_{msd} + L_{rts}$$

↑
propagación
en espacio libre

$$L_{bf}(\text{dB}) = 32.45 + 20 \log d(\text{km}) + 20 \log f(\text{MHz})$$

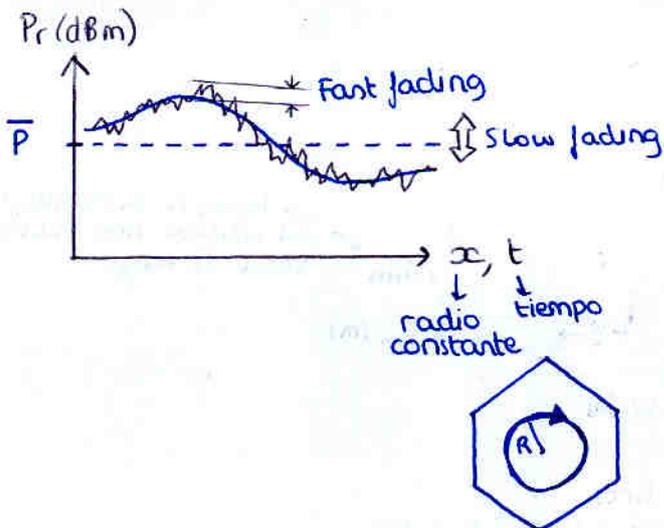
$$L_{msd}(\text{dB}) = 68.87 - 18 \log \Delta h_m(\text{m}) + 18 \log d(\text{km}) - 9 \log b(\text{m}) - 9 \log f(\text{MHz})$$

$$L_{rts}(\text{dB}) = -11.82 + 10 \log r + 10 \log f(\text{MHz}) - 20 \log \left(\frac{1}{\phi(\text{rad})} - \frac{1}{2\pi + \phi(\text{rad})} \right)$$

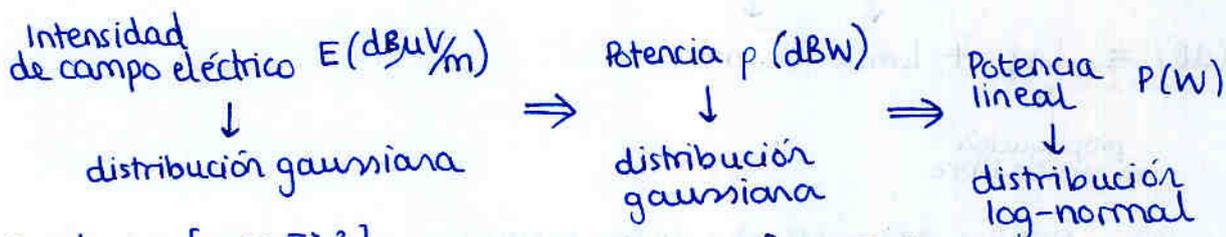
$$r = \sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + (\Delta h_m)^2}$$

$$\phi = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\Delta h_m}{w/2}\right)$$

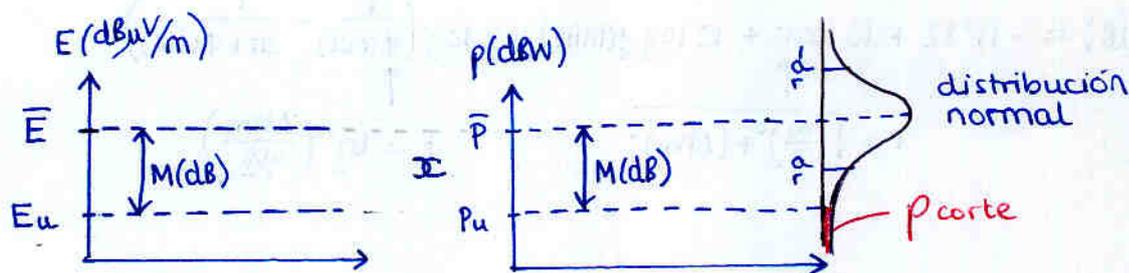
Caracterización estadística del canal móvil



Desvanecimiento lento: Distribución Log-normal



$$f(E) = \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - \bar{E}}{\sigma_L}\right)^2\right] \longrightarrow f(P) = \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{P - \bar{P}}{\sigma_L}\right)^2\right]$$



Recordando cómo se usa una $Q(x)$



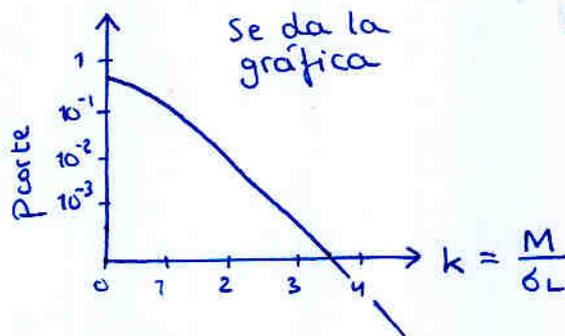
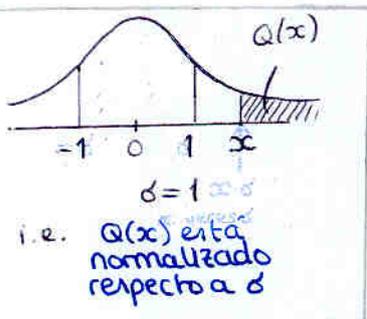
$$P_{corte} = Q(k) = Q\left(\frac{M}{\sigma_L}\right)$$

siendo

$$M = \bar{E} - E_u \quad (\text{dB})$$

$$M = \bar{P} - P_u \quad (\text{dB})$$

$$M = k \cdot \sigma_L \quad (\text{dB})$$



RECUERDA:

- σ_L es en dB!
- es la desviación del campo y la potencia i en dB!

Lo típico es:

dado:

$P_{cobertura}$
y σ_L



$P_{cobertura} \rightarrow P_{corte}$
 $\sigma_L \rightarrow k$

obienes:

$$M = k \cdot \sigma_L$$

Margen de desvanecimiento necesario

con M pueden pedir umbral, valor medio, ...

margen de desvanecimiento total (ubicaciones y tiempo)

En la práctica, avanzamos en el tiempo y avanzamos en el perímetro simultáneamente

Nos dan:

cobertura temporal: $P_{cobertura_T}$ } σ_T } M_T : margen de desvanecimiento requerido para cumplir esa cobertura temporal, sin movernos por el perímetro.

cobertura perimetral: $P_{cobertura_L}$ } σ_L } M_L : margen de desvanecimiento requerido para cumplir cobertura perimetral, para cierto instante

En la práctica hay que cumplir ambos.

Los consideramos ortogonales \Rightarrow

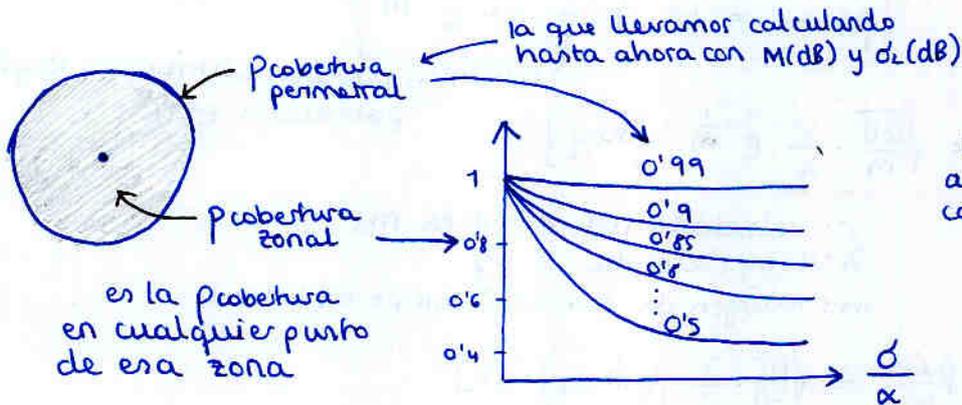
$$\sigma^2 = \sigma_L^2 + \sigma_T^2$$

$$M = \sqrt{(k_L \sigma_L)^2 + (k_T \sigma_T)^2}$$

$$M = \sqrt{M_L^2 + M_T^2}$$

Cobertura zonal y perimetral

$P_{cobertura}$ (perimetral) } \Rightarrow $P_{cobertura}$ (zonal)
exponente propag (α)



Desvanecimiento Rápido: distribución de Rayleigh

multicamino - amplitudes similares } \Rightarrow Rayleigh
fases aleatorias

envolvente de la señal recibida \Rightarrow Potencia recibida
 \Downarrow Rayleigh \Downarrow Ley exponencial

$$P_{cobertura} = \exp\left(-\frac{1}{m}\right) = 1 - P_{corte}$$

siendo m la relación de protección en lineal

$$m = 10 \frac{M(\text{dB})}{10} = \frac{\bar{P}}{P_u}$$

Nota:
si hay amplitud dominante (i.e. visión directa) \Downarrow Rice
resto con amplitudes similares

$$P_{cobertura} = \int_{P_u}^{\infty} f(p) dp$$

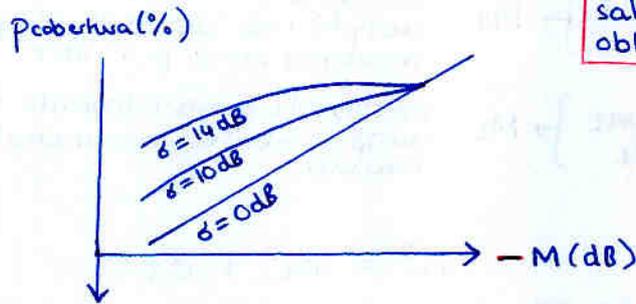
↑ potencia tabulada

Distribución Rayleigh-Log-normal

Combinamos el fast y el slow fading

"metemos" la expresión del slow fading allá donde aparece el valor medio en la expresión del fast fading.

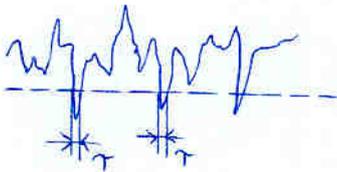
Se obtiene expresión enorme que está tabulada



3 variables
M (dB), σ (dB), probetura (dB)
sabiendo cualesquiera 2
obtiene la tercera

Este modelo siempre
es más realista/
pesimista
(i.e. mayor probete)

Duración media de un desvanecimiento fast-fading (distribución de Rayleigh)



N: número de desvanecimientos por segundo

τ : duración media de desvanecimientos

$$p_{\text{corte}} = N \cdot \tau = 1 - e^{-\frac{1}{m}}$$

recuerda: probete en distribución Rayleigh
probete = $e^{-1/m}$

y se puede demostrar

$$N = \sqrt{\frac{2\pi}{m}} \cdot \frac{v}{\lambda} \cdot e^{-\frac{1}{m}} \text{ [desv/s]}$$

v: velocidad del móvil en m/s

λ : long de onda = c/f

m: margen de desvanecimiento en lineal

y por tanto

$$\tau = \frac{p_{\text{corte}}}{N} = \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \frac{\lambda}{v} \cdot (e^{\frac{1}{m}} - 1) \text{ [s]}$$

Fading rápido en el dominio de la frecuencia

efecto multicamino en el entorno próximo al móvil

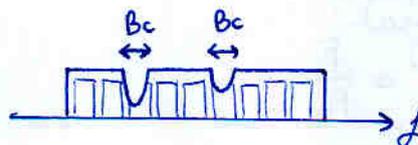
⇒ las diferentes frecuencias llegan con diferente retardo

Dispersión temporal: Δt_d : diferencia máxima entre diferentes retardos $\left\{ \begin{array}{l} \approx 3 \mu\text{s} \text{ ciudad} \\ \approx 0.2 \mu\text{s} \text{ rural} \end{array} \right.$

Ancho de banda de coherencia: $B_c = \frac{1}{2\pi \Delta t_d}$: ancho de banda de las zonas de frecuencia que se comportan igual en cuanto a fading

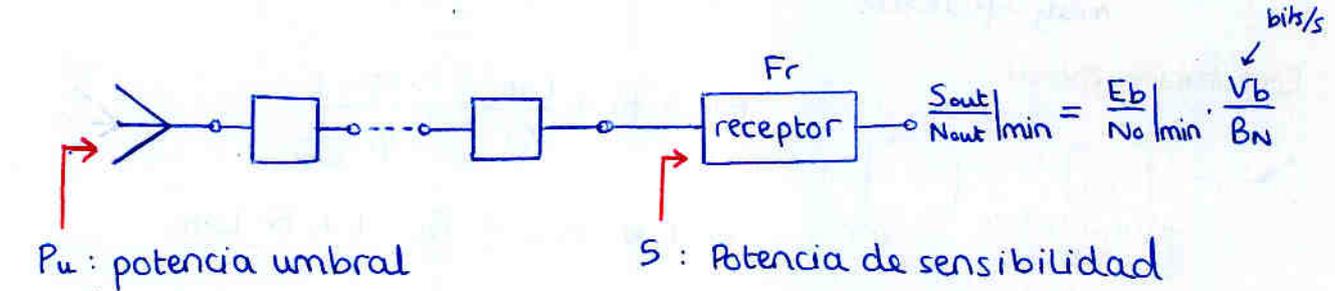
si $B_c < B_{\text{tot señal}} \Rightarrow$ Fading selectivo

ocurre sobretodo en ciudad; $\Delta t_d \uparrow \rightarrow B_c \downarrow$



→ Solución:
· frequency hopping
· ecualizadores de canal

Balance de Potencias



↕
cálculo de cobertura

Degradación por ruido añadido

$$D_u(\text{lin}) = \frac{P_u}{S}$$

$$D_u(\text{dB}) = P_u(\text{dBm}) - S(\text{dBm})$$

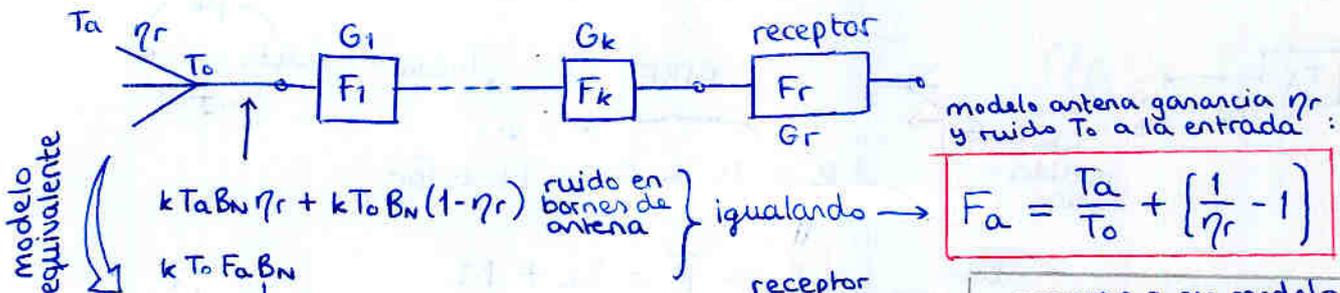
Podría parecer que D_u es la atenuación entre P_u y S , pero no es así ya que P_u es la pot necesaria para que en S haya la relación señal a ruido necesaria.

D_u se debe a los factores de ruido entre P_u y S
de hecho:

$$D_u(\text{dB}) = P_u(\text{dBm}) - S(\text{dBm}) = F_{sis}(\text{dB}) - F_r(\text{dB})$$

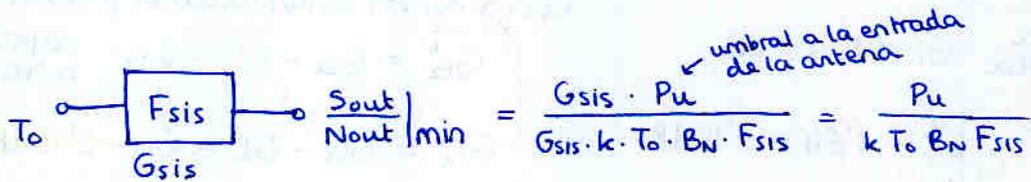
o visto de otro modo: Factor de ruido total del sistema

$$F_{sis}(\text{dB}) = F_r(\text{dB}) + D_u(\text{dB})$$



gracias a ese modelo equivalente ahora tenemos $T_s = T_o$ por lo cual

$$F_{sis} = F_a + \frac{F_1 - 1}{\eta_r} + \dots + \frac{F_k - 1}{\eta_r G_1 G_2 \dots G_{k-1}} + \frac{F_r - 1}{\eta_r G_1 G_2 \dots G_k}$$



sensibilidad S en receptor GSM

$$S(\text{dBm}) = 10 \log(k T_o \cdot 10^3) + 10 \log V_b + \frac{F_r}{\eta_r} + \frac{E_b}{N_0}|_{min}$$

movil 10dB
estacion 8dB
8dB

valores típicos

$$S = \begin{cases} -102 \text{ dBm} & \text{terminal movil} \\ -104 \text{ dBm} & \text{estacion base} \end{cases}$$

ejemplos: en U.H.F. antenas son muy eficientes $\rightarrow \eta_r = 1$

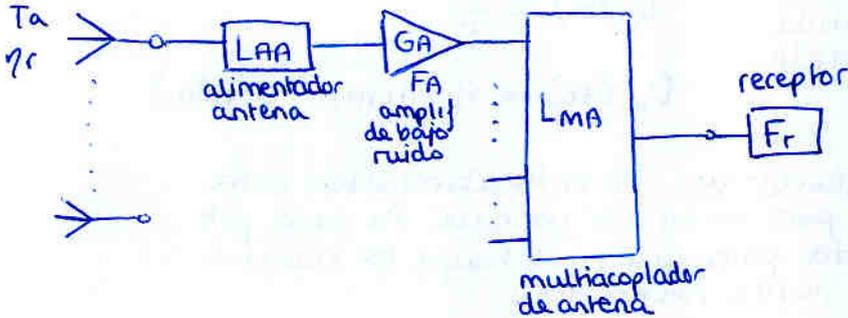
En estación móvil



$$F_{sis} = F_a + \frac{LAA - 1}{\eta_r} + \frac{F_r - 1}{\eta_r \cdot \frac{1}{LAA}}$$

$$\eta_r = 1 \Rightarrow F_{sis} = F_a - 1 + F_r \cdot LAA$$

En estación base

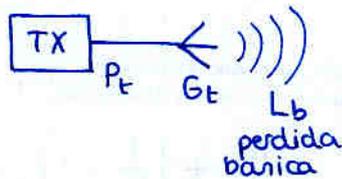


$$F_{sis} = F_a + \frac{LAA - 1}{\eta_r} + \frac{F_a - 1}{\eta_r} \cdot LAA + \frac{LMA - 1}{\eta_r \cdot GA} LAA + \frac{F_r - 1}{\eta_r \cdot GA} LAA \cdot LMA$$

$$\eta_r = 1 \Rightarrow F_{sis} = F_a - 1 + F_a \cdot LAA + \frac{LAA}{GA} \cdot (F_r \cdot LMA - 1)$$

Ecuación de transmisión

Logramos relacionar TODO



debe cumplirse

PIRE

$P_r = P_t + G_t - L_b + G_r$

$P_r = \bar{P} > P_u + M$

$P_u = S + D_u$

$D_u = F_{sis} - F_r$

se puede obtener de Pcobertura (y d) con modelos estadísticos

P_b

A

J

$R_{celda} \leftrightarrow S_{celda}$

PIRE, PRA y ganancias de antena

antena isotrópica $G_i = 1 = 0\text{dB}$

dipolo $\lambda/2$ $G^d = 1.64 = 2.15\text{dB}$

las ganancias de las antenas pueden darse como

$$G_{tx}^i = G_{tx} - G^i = G_{tx} \text{ respecto a la isotrópica}$$

$$G_{tx}^d = G_{tx} - G^d = G_{tx} - 2.15\text{dB} \text{ respecto a dipolo } \lambda/2$$

$$PIRE = P_t + G_{tx}^i = P_t + G_{tx}$$

$$PRA = P_t + G_{tx}^d = P_t + G_{tx} - 2.15\text{dB}$$

$$PRA = PIRE - 2.15\text{dB}$$

Potencia radiada aparente: parece lógico que aparente menos al compararla con dipolo $\lambda/2$

Problemas móviles

Junio 2003

GSM ($R_p = 9 \text{ dB}$)

Considerar que trama GSM transporta 8 canales de tráfico.

Zona: $\rho = 50 \text{ AB/km}^2$
 $\alpha = 3'4$
 $e = 30 \text{ mE/AB}$

$P_b = 1\%$
 $R = 1'5 \text{ km}$
 patrón omnidireccional

a) calcular número de canales de tráfico requeridos

$\frac{P_b}{A} \rightarrow \text{Erlang-B} \rightarrow N$

Falta tener A:

$$A_{\text{celda}} = \rho_A [\text{E/km}^2] \cdot S [\text{km}^2] = \rho [\text{AB/km}^2] \cdot e [\text{E/AB}] \cdot S [\text{km}^2]$$

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 = \frac{27\sqrt{3}}{8} = 5'85 \text{ km}^2$$

$$= 50 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 5'85$$

$$= 8'769 \text{ E}$$

$\frac{P_b}{A} = \frac{1\%}{8'769 \text{ E}} \rightarrow \text{Erlang-B} \rightarrow N_{\text{celda}} = 16$

$N_{\text{total}} = J \cdot N_{\text{celda}}$

Necesitamos J patrón omnidireccional $\rightarrow J \geq \frac{[6R_p]^{\frac{2}{\alpha}}}{3} = \frac{[6 \cdot 10^{\frac{9}{10}}]^{\frac{2}{3'4}}}{3} = 3'23 \rightarrow J_{\text{min}} = 4$

$N_{\text{total}} = 4 \cdot 16 = \underline{64 \text{ canales}}$

b) ¿cuántas portadoras de radiofrecuencia serían necesarias en la planificación?

cada portadora tiene una trama con 8 canales

① $N = 64 \text{ canales bidireccionales} \begin{cases} 64 \text{ canales downlink} = 8 \text{ portadoras DL} \\ 64 \text{ canales uplink} = 8 \text{ portadoras UL} \end{cases}$

Total: 16 portadoras por agrupación

- c) Todo el tráfico cursado por una celda se tx por un radioenlace digital a la central Local Zona
 e velocidad de tx requerida si $f_{max} = 4 \text{ kHz}$ y muestreamos con muestreo de Nyquist?
 (aplicar factor 1.1 a la velocidad de tx obtenida debido a transporte de señalización común y dedicada)

$$f_s = 2 \cdot f_{max} = 8 \text{ kHz}$$

$$v [\text{bits/s}] = f_s \cdot N_{\text{bits/muestra}} = f_s \cdot 8 = 64 \text{ kbit/s} \text{ en cada canal}$$

Para los 16 (no 64) canales de cada celda

$$16 \times 64 \text{ kbit/s} = 1'126 \text{ Mbit/s}$$

- d) si el sistema, debido a una demanda excepcional de tráfico, pasa de modo full-rate (8 canales/portadora) a modo half-rate (16 canales/portadora)
 ¿Cual sería la densidad de abonados a los que se les podría ofrecer una calidad de servicio con $p_b = 2\%$?

Tenemos 16 portadoras por agrupación

$$\hookrightarrow N = 16 \cdot \frac{16}{2} = 128 \text{ canales/agrupación}$$

como $J = 4$ \leftarrow 2 portadoras = DL, UL 

$$N = \frac{128}{4} = 32 \text{ canales/celda} \left. \begin{array}{l} \text{Erlang-B} \\ p_b = 2\% \end{array} \right\} A_{\text{celda}} = 23'7 \text{ E}$$

Por tanto

$$\rho [\text{AB/km}^2] = \frac{\rho_A [\text{E/km}^2]}{e [\text{E/AB}]} = \frac{A_{\text{celda}} [\text{E}] / S_{\text{celda}} [\text{km}^2]}{e [\text{E/AB}]} = \frac{23'7 / 5'85}{30 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 135'14 \text{ AB/km}^2$$

Junio 2002

Sistema celular en entorno urbano ($R_p = 18 \text{ dB}$)
dos zonas:

$$r_1 = 5 \text{ km} \rightarrow \rho_1 = 100 \text{ AB/km}^2$$

$$r_2 = 10 \text{ km} \rightarrow \rho_2 = 50 \text{ AB/km}^2$$

$$N_{\text{total}} = 112 \quad p_b = 1\%$$

$$e = 20 \text{ ME/AB}$$

sólo desvanecimiento rápido

$$P_{\text{cobert}} = 99.5\%$$

Estación móvil:

sensibilidad -102 dBm

degradación por ruido 6 dB

ganancia de antena 5 dB

Usar Okumura-Hata

$$h_b = 100 \text{ m}$$

$$h_m = 1.5 \text{ m}$$

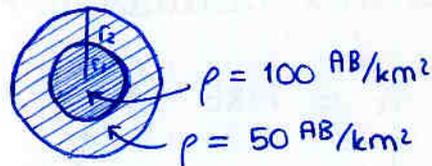
$$f = 900 \text{ MHz}$$

a) calcular el número de abonados a los que hay que dar servicio en la ciudad.

$$N_{\text{AB}} = S [\text{km}^2] \cdot \rho [\text{AB/km}^2]$$

$$S_1 = \pi r_1^2 = 25\pi \text{ km}^2$$

$$S_2 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = 75\pi \text{ km}^2$$



$$N_{\text{AB}} = S_1 \cdot \rho_1 + S_2 \cdot \rho_2 = 6250\pi \text{ AB} = 19635 \text{ AB}$$

b) Calcular el patrón omnidireccional más eficiente

En el método Okumura Hata

$$\alpha = 4.49 - 0.655 \cdot \log h_b(\text{m}) = 3.18$$

Por tanto ya podemos hacer:

$$\text{omnidireccional} \rightarrow J \geq \frac{[6 \cdot R_p] \frac{2}{\alpha}}{3} = \frac{[6 \cdot 10^{\frac{18}{10}}] \frac{2}{3.18}}{3} = 13.94$$

$$J_{\text{min}} = 16 \quad (\text{debe cumplir } i^2 + j^2 + ij)$$

c) Calcular el radio de las celdas en cada una de las zonas para minimizar el número de estaciones base a instalar

$$N_{\text{total}} = 112 \text{ canales/agrupación}$$

$$N_{\text{celda}} = \frac{N_{\text{total}}}{J} = \frac{112}{16} = 7 \text{ canales/celda}$$

$$N_{\text{celda}} = 7 \left. \begin{array}{l} \\ p_b = 1\% \end{array} \right\} \text{Erlang B} \rightarrow A_{\text{celda}} = 2.50 \text{ E/celda}$$

Para la zona urbana:

$$\left. \begin{array}{l} \rho [AB/km^2] = 100 \\ e = 20 \text{ mE/AB} \end{array} \right\} \rho_A = \rho \cdot e = 2 \text{ E/km}^2 \left. \begin{array}{l} \\ \text{Acelda} = 2'5 \text{ E/celda} \end{array} \right\} \text{Scelda} = \frac{\text{Acelda}}{\rho_A} = \frac{2'5}{2} = \frac{5}{4} \text{ km}^2$$

y sabiendo:

$$\text{Scelda} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 \rightarrow R = \sqrt{\frac{2 \cdot \text{Scelda}}{3\sqrt{3}}} = 0'6936 \text{ km}$$

Para la zona metropolitana

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 50 \text{ AB/km}^2 \\ e = 20 \text{ mE/AB} \end{array} \right\} \rho_A = \rho \cdot e = 1 \text{ E/km}^2 \left. \begin{array}{l} \\ \text{Acelda} = 2'5 \text{ E} \end{array} \right\} \text{Scelda} = \frac{\text{Acelda}}{\rho_A} = 2'5 \text{ km}^2$$

$$R = \sqrt{\frac{2 \cdot \text{Scelda}}{3\sqrt{3}}} = 0'9809 \text{ km}$$

d) Para cada zona, calcular la PIRE mínima en las estaciones base método

$$\begin{array}{l} P_r = \text{PIRE} - L_{\text{prop}} + G_r \Rightarrow \text{despejar PIRE} \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \text{dato} \\ P_r > P_u + M \qquad \qquad \qquad \text{calcular por Okumura Hata} \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \text{desvanecim. rápido} \\ P_u = S + D_u \qquad \qquad \qquad M = 10 \log m \Rightarrow P_{\text{cobertura}} = e^{-\frac{1}{m}} \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \text{dato} \\ \text{dato} \qquad \qquad \qquad \text{dato} \end{array}$$

L_{prop} por okumura-Hata

$$L_b(\text{dB}) = 69'55 + 26'16 \log f(\text{MHz}) - 13'82 \log h_b(\text{m}) - a(h_m) + 10\alpha \log d(\text{km})$$

$$a(h_m) = 0 \text{ si } h_m = 1'5 \text{ m}$$

para zona urbana
 $d = 0'6936 \text{ km} : L_b(\text{dB}) = 114'14 \text{ dB}$

para zona metropol.
 $d = 0'9809 \text{ km} : L_b(\text{dB}) = 118'93 \text{ dB}$

$$P_{\text{cobertura}} = e^{-\frac{1}{m}} = 0'995 \rightarrow m = \frac{1}{-\ln(0'995)} = 199'5 \rightarrow M(\text{dB}) = 10 \log m = 23 \text{ dB}$$

$$P_u = S + D_u = -102 \text{ dBm} + 6 \text{ dB} = -96 \text{ dBm}$$

$$P_r > P_u + M = -96 \text{ dBm} + 23 \text{ dB} = -73 \text{ dBm}$$

$$PIRE = P_r + L_{prop} - G_r = \begin{cases} 36'14 \text{ dBm en zona urbana} \\ 40'93 \text{ dBm en zona metropolitana} \end{cases}$$

\uparrow -73 dBm \uparrow $114'14 \text{ dB en } r_1$ \uparrow 5 dB
 \uparrow $118'93 \text{ dB en } r_2$

e) Calcular el número máximo de abonados a los que el sistema de comunicaciones móviles puede dar servicio con la planificación realizada hasta el momento.

$$\rho [AB/km^2] = \frac{\rho_A [E/km^2]}{e [E/AB]} = \frac{A_{celda} [E] / S_{celda} [km^2]}{e [E/AB]}$$

para zona urbana:

$$\rho_1 = \frac{2'5 / 5/4}{20 \cdot 10^{-3}} = 100 \text{ AB/km}^2$$

para zona metropolitana:

$$\rho_2 = \frac{2'5 / 2'5}{20 \cdot 10^{-3}} = 50 \text{ AB/km}^2$$

$$N_{AB} = \rho_1 \cdot S_1 + \rho_2 \cdot S_2 = 19\ 635 \text{ AB} \leftarrow \text{(que tontería de pregunta no? → es LO QUE HEMOS DISEÑADO)}$$

f) ¿Cual sería el número de abonados a los que se daría servicio manteniendo J y R pero haciendo sectorización k=3?

Es un poco absurdo; si mantenemos J no aprovechamos la sectorización. Calculemoslo:

$$J = 16 \quad k = 3 \rightarrow \text{patrón } 16/48$$

$$N_{sector} = \frac{N_{total}}{k \cdot J} = \frac{112}{48} = \frac{7}{3} \text{ canales/sector} = 2'333... \rightarrow 2 \text{ canales/sector}$$

↑
por culpa de este redondeo perderemos abonados

$$N_{sector} = 2 \text{ canales} \quad \left. \begin{array}{l} \rho_b = 1\% \\ \text{E} \cdot B \end{array} \right\} A_{sector} = 0'153 \text{ E}$$

$$\rho [AB/km^2] = \frac{A_{sector} / S_{sector}}{e} = \frac{A_{sector} / (S_{celda} / 3)}{e}$$

Y aparte perdemos porque ahora en todos los puntos de la ciudad hay un tercio de los canales disponibles de los que había, aunque cada uno lo usa un tercio menor de gente, no compensa

para zona urbana:

$$\rho_1 = \frac{0'153 / (5/12)}{20 \cdot 10^{-3}} = 18'36$$

para zona metropolitana:

$$\rho_2 = \frac{0'153 / 2'5/3}{20 \cdot 10^{-3}} = 9'18 \text{ AB/km}^2$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} N_{AB} &= \rho_1 [AB/km^2] \cdot S_1 [km^2] + \rho_2 [AB/km^2] \cdot S_2 [km^2] \\ &= 18'36 \cdot 25\pi + 9'18 \cdot 75\pi \\ &= 3604 \text{ abonados} \end{aligned}$$

g) Buscar el patrón más eficiente para la sectorización $k=3$ y volver a calcular el número de abonados.

Ahora aprovecharemos que la sectorización reduce $\frac{C}{I}$ para hacer agrupaciones más pequeñas y por tanto tener mucho menos espacio sobre el cual repartir los canales.

$$J \geq \frac{[2B_p]_k^2}{3} = \frac{[2 \cdot 10^{18/10}]_3^{18}}{3} = 6'987 \rightarrow J=7$$

$i^2 + j^2 + ij \rightarrow \{1, 3, 4, 7, 9, \dots\}$

CUIDADO. Se redondea hacia arriba (no es como el n° canales)

Por tanto

$$N_{\text{sector}} = \frac{N_{\text{total}}}{k J} = \frac{112}{3 \cdot 7} = 5'33... = 5 \text{ canales / sector}$$

en cada punto de la ciudad hay 5 canales, menos que inicialmente, cuando habian 7, pero ahora esos 5 canales se reparten entre tres veces menos gente de la que se repartia los 7 canales.

$$N_{\text{sector}} = 5 \left. \begin{array}{l} E/B \\ p_b = 1\% \end{array} \right\} A_{\text{sector}} = 1'36 \text{ E}$$

$$\rho \text{ [AB/km}^2\text{]} = \frac{A_{\text{sector}} \text{ [E]} / S_{\text{sector}} \text{ [km}^2\text{]}}{e \text{ [E/AB]}}$$

para zona urbana

$$\rho_1 = \frac{1'36 / (5/12)}{20 \cdot 10^{-3}} = 163'2 \text{ AB/km}^2$$

para zona metropolitana

$$\rho_2 = \frac{1'36 / (\frac{2'5}{3})}{20 \cdot 10^{-3}} = 81'6 \text{ AB/km}^2$$

Por tanto

$$N_{AB} = \rho_1 \cdot S_1 + \rho_2 \cdot S_2 = 163'2 \cdot 25\pi + 81'6 \cdot 75\pi = 32044 \text{ AB}$$

Mayor que sin sectorización, como cabría esperar

h) Comparar los resultados

lo hemos ido haciendo según calculábamos.

Junio_2001

Se desea realizar la planificación celular de un entorno urbano.

La relación de protección es de 13 dB.

Se utilizará modelo de Okumura - Hata con : $h_b = 20 m$, $h_m = 1.5 m$ y $f = 900 MHz$

El entorno urbano sobre el que se realiza la planificación tiene una densidad de abonados en el centro de 120 AB / Km².

Los abonados se distribuyen según una ley exponencial negativa con $r_0 = 12 km$

Los radios del núcleo urbano, área metropolitana y extrarradio de la ciudad son respectivamente $r_1 = 3 Km$, $r_2 = 9 Km$ y $r_3 = 15 Km$

El número total de canales disponibles para realizar la planificación es de 140 .

El tráfico medio generado por abonado es de 40 mE y la probabilidad de bloqueo del 2 %.

Considerar únicamente desvanecimiento rápido con objetivo de probabilidad de cobertura del 99 %.

En la estación móvil, la sensibilidad del receptor es $-102 dBm$, la degradación por ruido es de 4 dB , y la ganancia de la antena es de 3 dBi .

Se pide :

a) Calcular el patrón omnidireccional más adecuado para la planificación celular

relación de protección

$$R_p = 13 dB \rightarrow 10^{13/10}$$
$$\alpha = 4.49 - 0.655 \cdot \log 20 = 3.64$$
$$J \geq \frac{[6 \cdot R_p]^{2/\alpha}}{3} = 4.62 \Rightarrow J_{min} = 7$$

del modelo de propagación de Okumura - Hata

$$L_b(dB) = 69.55 + 26.16 \log f - 13.82 \log h_b - a(h_m) + \underbrace{(44.9 - 6.55 \log h_b)}_{10 \cdot \alpha} \cdot \log d$$
$$L_b = k \cdot d^\alpha$$

$20 m$
altura de estación base

b) Calcular el tamaño máximo de las celdas en cada una de las zonas de la ciudad

Calculamos el tráfico en la celda

$$\left. \begin{aligned} N_{celda} &= \frac{N_{total}}{J} = \frac{140}{7} = 20 \text{ canales / celda} \\ P_b &= 2 \% \end{aligned} \right\} \text{Erlang - B} \rightarrow A_{celda} = 13.2 E$$

Densidades de población (según modelo exponencial) $\rho(0) = 120$, $r_0 = 12 \text{ Km}$, $r_1 = 3 \text{ Km}$

$$r_2 = 9 \text{ Km}$$

$$r_3 = 15 \text{ Km}$$

$$\rho_1 = \frac{\rho(0) \cdot r_0}{r_1} \cdot \left[1 - e^{-\frac{r_1}{r_0}} \right] = 106.18 \text{ AB / Km}^2$$

$$\rho_2 = \frac{\rho(0) \cdot r_0}{r_2 - r_1} \cdot \left[e^{-\frac{r_1}{r_0}} - e^{-\frac{r_2}{r_0}} \right] = 73.54 \text{ AB / Km}^2$$

$$\rho_3 = \frac{\rho(0) \cdot r_0}{r_3 - r_2} \cdot \left[e^{-\frac{r_2}{r_0}} - e^{-\frac{r_3}{r_0}} \right] = 44.61 \text{ AB / Km}^2$$

Densidades de tráfico

$$\rho_{A1} = \rho_1 \cdot e = 106.18 \text{ AB / Km}^2 \cdot 0.04 \text{ E / AB} = 4.25 \text{ E / Km}^2$$

$$\rho_{A2} = \rho_2 \cdot e = 73.84 \text{ AB / Km}^2 \cdot 0.04 \text{ E / AB} = 2.94 \text{ E / Km}^2$$

$$\rho_{A3} = \rho_3 \cdot e = 44.61 \text{ AB / Km}^2 \cdot 0.04 \text{ E / AB} = 1.78 \text{ E / Km}^2$$

Áreas de celda

$$S_{celda 1} = \frac{A_{celda}}{\rho_{A1}} = \frac{13.2 \text{ E}}{4.25 \text{ E / Km}^2} = 3.11 \text{ Km}^2$$

$$S_{celda 2} = \frac{A_{celda}}{\rho_{A2}} = \frac{13.2 \text{ E}}{2.94 \text{ E / Km}^2} = 4.49 \text{ Km}^2$$

$$S_{celda 3} = \frac{A_{celda}}{\rho_{A3}} = \frac{13.2 \text{ E}}{1.78 \text{ E / Km}^2} = 7.40 \text{ Km}^2$$

$$M = 10 \cdot \log m = 10 \cdot \log 99.5 = 19.98 \text{ dB}$$

$$\bar{P}_r = P_u + M = -98 \text{ dBm} + 19.98 \text{ dB} = -78.02 \text{ dBm}$$

ecuación de transmisión

$$\bar{P}_r = PIRE - L_{bi} + G_{rx} \iff PIRE = \bar{P}_r + L_{bi} - G_{rx}$$

\uparrow
 L_{b1}, L_{b2}, L_{b3}

$$PIRE_1 = -78.02 \text{ dBm} + 130.27 \text{ dB} - 3 \text{ dB} = 49.25 \text{ dBm}$$

$$PIRE_2 = -78.02 \text{ dBm} + 133.17 \text{ dB} - 3 \text{ dB} = 52.15 \text{ dBm}$$

$$PIRE_3 = -78.02 \text{ dBm} + 137.12 \text{ dB} - 3 \text{ dB} = 56.1 \text{ dBm}$$

d) Si se realiza una subdivisión celular en 2 etapas, ¿Cuál es el número de abonados a los que el sistema celular puede dar servicio al finalizar la segunda etapa ?

$$S_1 = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot (3 \text{ Km})^2 = 28.27 \text{ Km}^2$$

$$S_2 = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot ((9 \text{ Km})^2 - (3 \text{ Km})^2) = 226.19 \text{ Km}^2$$

$$S_3 = \pi \cdot (r_3^2 - r_2^2) = \pi \cdot ((15 \text{ Km})^2 - (9 \text{ Km})^2) = 425.39 \text{ Km}^2$$

cada subdivisión celular cuadruplica la capacidad de tráfico

$$\rho'_1 = 4 \cdot 4 \cdot \rho_1 = 16 \cdot 106.18 \text{ AB/Km}^2 = 1698.81 \text{ AB/Km}^2$$

$$\rho'_2 = 4 \cdot 4 \cdot \rho_2 = 16 \cdot 73.54 \text{ AB/Km}^2 = 1176.71 \text{ AB/Km}^2$$

$$\rho'_3 = 4 \cdot 4 \cdot \rho_3 = 16 \cdot 44.61 \text{ AB/Km}^2 = 713.71 \text{ AB/Km}^2$$

$$N_{AB}^1 = \rho'_1 \cdot S_1 = 1698.81 \text{ AB/Km}^2 \cdot 28.27 \text{ Km}^2 = 48025 \text{ AB}$$

$$N_{AB}^2 = \rho'_2 \cdot S_2 = 1176.71 \text{ AB/Km}^2 \cdot 226.19 \text{ Km}^2 = 266160 \text{ AB}$$

$$N_{AB}^3 = \rho'_3 \cdot S_3 = 713.71 \text{ AB/Km}^2 \cdot 452.39 \text{ Km}^2 = 322875 \text{ AB}$$

e) Si se realiza una sectorización de 3 sectores sobre el patrón celular del apartado "a)", y suponiendo en este caso la relación de protección es de 19 dB, ¿Cuál es la altura máxima a la que se puede situar la estación base de la celda ?

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3 \cdot J})^\alpha \Rightarrow \alpha = 2 \cdot \frac{\log\left(2 \cdot \frac{C}{I}\right)}{\log(3 \cdot J)} \quad \text{como } \frac{C}{I} > R_p \quad \text{en el límite } \frac{C}{I} = R_p$$

\uparrow
 sectorización
 (K=3)

$$\text{luego } \alpha_{min} = 2 \cdot \frac{\log(2 \cdot R_p)}{\log(3 \cdot J)} = 2 \cdot \frac{\log(2 \cdot 79.43)}{\log(3 \cdot 7)} = 3.33$$

$$R_p = 19 \text{ dB} \Rightarrow R_p = 10^{19/10} = 79.43$$

$$J = 7 \quad \text{según apartado "a)"}$$

como

$$\alpha_{min} = 4.49 - 0.65 \cdot \log(h_{b \max}(m)) \Rightarrow h_{b \max}(m) = 10^{\frac{4.49 - \alpha_{min}}{0.65}} = 59.02 \text{ m}$$

$$\text{si } h_b \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow \Rightarrow R_p \downarrow$$

f) Si el número de canales totales se reduce a 126 y considerando el patrón celular del apartado "e)". ¿Cuál es el máximo número de abonados a los que el sistema celular puede dar servicio manteniendo el objetivo de probabilidad de bloqueo ?

patrón del apartado "e)" $\rightarrow 7/21$

$$\left. \begin{array}{l} N_{sector} = \frac{N}{k \cdot J} = \frac{126}{3 \cdot 7} = 6 \text{ canales} \\ p_b = 2\% \end{array} \right\} \text{Erlang - B} \longrightarrow A_{sector} = 2.28 \text{ E}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{sector} = \frac{S_{celda}}{3} \\ \rho'' = \frac{A_{sector}}{e \cdot S_{sector}} \end{array} \right\} N_{AB} = \rho'' \cdot S$$

$$S_{sector 1} = \frac{S_{celda 1}}{4.4} = \frac{3.11 \text{ Km}^2}{4.4} = 0.0707 \text{ Km}^2$$

$$S_{sector 2} = \frac{S_{celda 2}}{4.4} = \frac{4.49 \text{ Km}^2}{4.4} = 0.1020 \text{ Km}^2$$

$$S_{sector 3} = \frac{S_{celda 3}}{4.4} = \frac{7.4 \text{ Km}^2}{4.4} = 0.1682 \text{ Km}^2$$

$$\rho_1'' = \frac{A_{sector}}{e \cdot S_{sector 1}} = \frac{2.28 \text{ E}}{0.04 \text{ E / AB} \cdot 0.0707 \text{ Km}^2} = 801.41 \text{ AB / Km}^2$$

$$\rho_2'' = \frac{A_{sector}}{e \cdot S_{sector 2}} = \frac{2.28 \text{ E}}{0.04 \text{ E / AB} \cdot 0.1020 \text{ Km}^2} = 561.76 \text{ AB / Km}^2$$

$$\rho_3'' = \frac{A_{sector}}{e \cdot S_{sector 3}} = \frac{2.28 \text{ E}}{0.04 \text{ E / AB} \cdot 0.1682 \text{ Km}^2} = 337.75 \text{ AB / Km}^2$$

$$N_{AB1} = \rho_1'' \cdot S_1 = 876.92 \text{ AB/Km}^2 \cdot 28.27 \text{ Km}^2 = 24790 \text{ AB}$$

$$N_{AB2} = \rho_2'' \cdot S_2 = 606.38 \text{ AB/Km}^2 \cdot 226.19 \text{ Km}^2 = 137157 \text{ AB} \quad +$$

$$N_{AB3} = \rho_3'' \cdot S_3 = 370.12 \text{ AB/Km}^2 \cdot 452.39 \text{ Km}^2 = 167438 \text{ AB}$$

$$N_{AB \text{ total}} = N_{AB1} + N_{AB2} + \underline{N_{AB3}} = 329385 \text{ AB}$$



Junio_2000

Tenemos los siguientes datos en la planificación de un sistema de comunicaciones móviles

$N_{total} = 84 \text{ canales}$	$S_{movil} = -104 \text{ dBm}$
$R_p = 17 \text{ dB}$	$S_{base} = -107 \text{ dBm}$
$e = 30 \text{ mE / AB}$	$P_{Tmovil} = 2 \text{ W} \equiv 33 \text{ dBm}$
$p_b = 2 \%$	$G_{movil} = 0 \text{ dB}$
$\rho = 100 \text{ AB / Km}^2$	$G_{base} = 11 \text{ dB}$

$L_b(\text{dB}) = 32 \text{ dB} + 3.8 \cdot (10 \cdot \log d)$ siendo d la distancia base - móvil en metros

Se pide :

a) Ordenar de mayor a menor capacidad (abonados / celda) los 3 primeros patrones celulares posibles. Considerar los patrones omnidireccional y sectorizados con 3 sectores por celda

posibles omnidireccionales \longrightarrow 1, 3, 4, 7, 9, 12, 13,

posibles sectorizados \longrightarrow 1/3, 3/9, 4/12, 7/21,

para los omnidireccionales tendremos

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} \cdot q^\alpha = \frac{1}{6} \cdot (\sqrt{3} \cdot J)^\alpha \implies J = \frac{\left(6 \cdot \frac{C}{I}\right)^{2/\alpha}}{3} \quad L_b(\text{dB}) = k \cdot d^\alpha$$

$$R_p = 17 \text{ dB} \longrightarrow 10^{17/10}$$

$$L_b(\text{dB}) = 32 \text{ dB} + 3.8 \cdot (10 \cdot \log d)$$

$$J \geq \frac{[6 \cdot R_p]^{2/\alpha}}{3} = 6.71$$

posibles patrones de agrupación (omnidireccional) $J = 7, 9, 12, \dots$

Para los sectorizados ($k=3$) tendremos

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} \cdot q^\alpha = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3 \cdot J})^\alpha \Rightarrow J = \frac{\left(2 \cdot \frac{C}{I}\right)^{2/\alpha}}{3} \quad L_b(\text{dB}) = k \cdot d^\alpha$$

$$R_p = 17 \text{ dB} \rightarrow 10^{17/10} \quad L_b(\text{dB}) = 32 \text{ dB} + 3.8 \cdot (10 \cdot \log d)$$

$$J \geq \frac{[2 \cdot R_p]^{2/\alpha}}{3} = 3.77$$

posibles patrones sectorizados 4/12 , 7/21 ,

Patrón 7 omnidireccional

$$N_{\text{celda}} = \frac{N_{\text{total}}}{J} = \frac{84}{7} = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{celda}} = 12 \\ p_b = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{distrib. Erlang - B}} A_{\text{celda}} = 6.61 E$$

$$N_{AB/\text{celda}} = \frac{A_{\text{celda}}}{e} = \frac{6.61 E}{0.03 E/AB} = 220.33 AB/\text{celda} \Rightarrow 220 AB/\text{celda}$$

Patrón 9 omnidireccional

$$N_{celda} = \frac{N_{total}}{J} = \frac{84}{9} = 9.3$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{celda} = 9 \\ p_b = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{distrib. Erlang - B}} A_{celda} = 4.34 E$$

$$N_{AB/celda} = \frac{A_{celda}}{e} = \frac{4.34 E}{0.03 E / AB} = 144.6 AB/celda \Rightarrow 144 AB/celda$$

Patrón 12 omnidireccional

$$N_{celda} = \frac{N_{total}}{J} = \frac{84}{12} = 7$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{celda} = 7 \\ p_b = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{distrib. Erlang - B}} A_{celda} = 2.94 E$$

$$N_{AB/celda} = \frac{A_{celda}}{e} = \frac{2.94 E}{0.03 E / AB} = 98 AB/celda$$

Patrón sectorizado 4 / 12

$$N_{\text{sector}} = \frac{N_{\text{total}}}{12} = \frac{84}{12} = 7$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{sector}} = 7 \\ p_b = 2 \% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{distrib. Erlang - B}} A_{\text{celda}} = 2.94 E$$

$$N_{AB/\text{sector}} = \frac{A_{\text{sector}}}{e} = \frac{2.94 E}{0.03 E / AB} = 98 AB / \text{sector}$$

$$N_{AB/\text{celda}} = N_{AB/\text{sector}} \cdot N_{\text{sectores/celda}} = 98 \cdot 3 = 294 AB / \text{celda}$$

Patrón sectorizado 7 / 21

$$N_{\text{sector}} = \frac{N_{\text{total}}}{21} = \frac{84}{21} = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{sector}} = 4 \\ p_b = 2 \% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{distrib. Erlang - B}} A_{\text{sector}} = 1.09 E$$

$$N_{AB/\text{sector}} = \frac{A_{\text{sector}}}{e} = \frac{1.09 E}{0.03 E / AB} = 36.33 AB / \text{sector}$$

$$N_{AB/\text{celda}} = N_{AB/\text{sector}} \cdot N_{\text{sectores/celda}} = 36.3 \cdot 3 = 109 AB / \text{celda}$$

ordenados según capacidad (abonados / celda) tendremos

sect. 4 / 12	→	294 AB / celda
omni. 7	→	220 AB / celda
omni. 9	→	144 AB / celda
sect. 7 / 21	→	109 AB / celda

b) Determinar el radio de la celda y las pérdidas básicas de propagación (máximas) asociadas a cada patrón (considerar celdas circulares)

$$S_{celda} = \pi \cdot R^2 = \frac{A_{celda}}{\rho_A} = \frac{N_{AB/celda} \cdot e}{\rho \cdot e} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{N_{AB/celda}}{\pi \cdot \rho}}$$

$$4/12 \Rightarrow R_{4/12} = \sqrt{\frac{N_{AB/celda}}{\pi \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{294}{\pi \cdot 100}} = 0.967 \text{ km}$$

$$7 \Rightarrow R_7 = \sqrt{\frac{N_{AB/celda}}{\pi \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{200}{\pi \cdot 100}} = 0.837 \text{ km}$$

$$9 \Rightarrow R_9 = \sqrt{\frac{N_{AB/celda}}{\pi \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{144}{\pi \cdot 100}} = 0.667 \text{ km}$$

$$7/21 \Rightarrow R_{7/21} = \sqrt{\frac{N_{AB/celda}}{\pi \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{109}{\pi \cdot 100}} = 0.589 \text{ km}$$

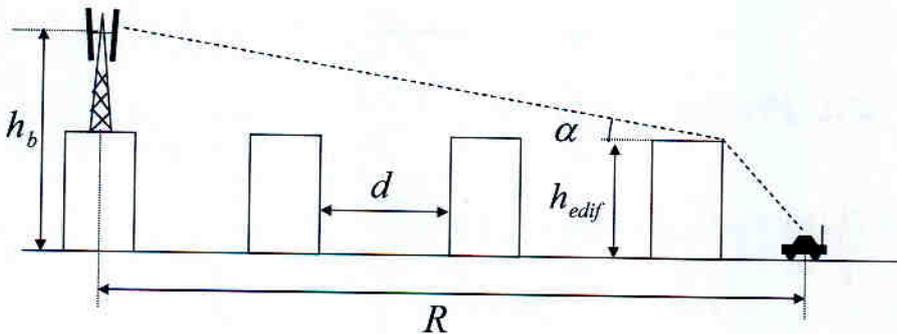
Exámenes - Comunicaciones móviles

Junio 1999

Sea un sistema GSM (900 MHz) en un entorno urbano con estructura 4/12 y con los siguientes datos :

<p>24 radiocanales $\rho = 700 \text{ AB/Km}^2$ $e = 30 \text{ mE/AB}$ $p_b = 2 \%$</p>	<p>$S_{rec} = -105 \text{ dBm}$ $M = 8 \text{ dB}$ $D_u = 5 \text{ dB}$ $G_r = -3 \text{ dB}_i$</p>	<p>modelo de propagación</p> <p>$L_b(\text{dB}) = L_0(\text{dB}) + L_{edif}(\text{dB}) + L_{difrac}(\text{dB})$</p> <p>donde</p>
---	--	---

$$L_0(\text{dB}) = 20 \log \left(\frac{\lambda}{4\pi R(\text{m})} \right) ; L_{edif}(\text{dB}) = -20 \log \left[0.1 \left(\frac{\alpha}{0.03} \sqrt{\frac{d}{\lambda}} \right)^{0.9} \right] ; 25 \text{ dB}$$



$$h_{edif} = 23 \text{ m}$$

$$h_b = 30 \text{ m}$$

$$d = 50 \text{ m}$$

Se pide :

- a) Suponiendo que el área de la celda es circular, determinar el radio de cobertura de cada una de las celdas que forman el "cluster"

$$\rho_A = \rho \cdot e = 700 \text{ AB/Km}^2 \cdot 0.03 \text{ E/AB} = 21 \text{ E/Km}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{estructura } 4/12 \\ NR_{total} = 24 \end{array} \right\} NR_{sector} = \frac{24}{12} = 2 \text{ radiocanales por sector}$$

$$N_{sector} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ canales de tráfico por sector}$$

↑
supondermos en GSM
8 canales de tráfico
por radiocanal

$$\left. \begin{array}{l} N_{sector} = 16 \\ p_b = 2 \% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{dist. Erlang - B}} A_{sector} = 9.83 \text{ E}$$

suponiendo celdas circulares

$$S_{sector} = \frac{\pi \cdot R^2}{3} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{3 \cdot S_{sector}}{\pi}}$$

$$S_{sector} = \frac{A_{sector}}{\rho_A}$$

$$R = \sqrt{\frac{3 \cdot A_{sector}}{\pi \cdot \rho_A}} = 0.66858 \text{ Km}^2$$

9.83 E (pointing to A_{sector})
 21 E / Km^2 (pointing to ρ_A)

b) ¿ Cual es la PIRE mínima necesaria en la estación base para dar cobertura a toda la celda ?

$$P_r = \bar{P} \geq P_u + M = S + D + M = -105 \text{ dBm} + 5 \text{ dB} + 8 \text{ dB} = -92 \text{ dBm}$$

$$P_r = PIRE - L_b + G_r \Rightarrow PIRE = P_r + L_b - G_r$$

$$L_b(\text{dB}) = L_0(\text{dB}) + L_{edif}(\text{dB}) + L_{difr}(\text{dB})$$

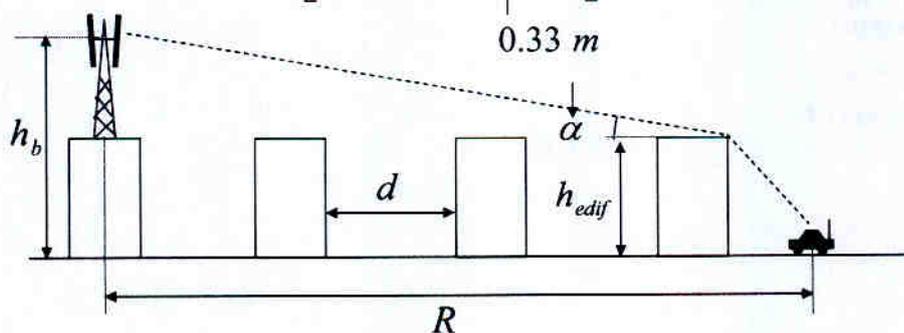
25 dB (pointing to L_{difr})

$$L_0(\text{dB}) = -20 \log\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right) = -20 \log\left(\frac{3 \times 10^8 / 900 \times 10^6}{4\pi \cdot 668.5}\right) = 88.02 \text{ dB}$$

668.5 m

$$\alpha \approx \frac{h_b - h_{edif}}{R} = 0.0105$$

$$L_{edif}(\text{dB}) = -20 \log\left[0.1 \left(\frac{\alpha}{0.03} \sqrt{\frac{d}{\lambda}}\right)^{0.9}\right] = 8.64 \text{ dB}$$



$$L_b(dB) = L_0(dB) + L_{edif}(dB) + L_{difr}(dB)$$
$$= 88.02 dB + 8.64 dB + 25 dB = 121.66 dB$$

$$PIRE = P_r + L_b - G_r = 32.66 dBm$$

- 92 dBm

(-3 dB)

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

1914

Tema 5. Radioenlaces Digitales

Bibliografía:

- Freeman "Radio System Design For Telecommunications"
- Hernando-Rábanos "Transmisión por Radio"

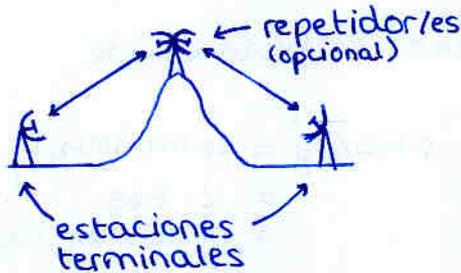
1. Introducción
2. Propagación Radioeléctrica
3. Análisis del Radioenlace
4. Modulaciones Digitales
5. Objetivos de Calidad

1. Introducción

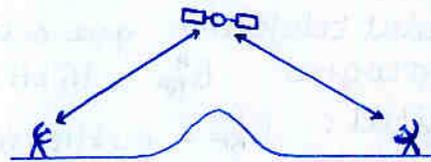
Radioenlace: conexión punto a punto entre terminales de telecomunicación efectuada mediante ondas radioeléctricas.

Tipos de radioenlace

Radioenlace terrenal



Radioenlace vía satélite

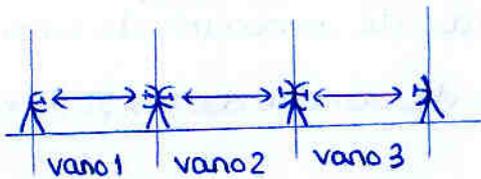


siempre y únicamente un repetidor

se divide en:

- uplink = enlace de subida
- downlink = enlace de bajada (depende de qué sentido de la comunicación estamos estudiando en ese momento)

Tener repetidores permite dividir en secciones (vanos)



Vano: sección simple de un radioenlace entre 2 estaciones radioeléctricas consecutivas

$$N^{\circ} \text{vanos} = N^{\circ} \text{repetidores} + 1$$

Repetidores: amplifican la señal radioeléctrica

En general, un radioenlace es un sistema dúplex y permiten comunicación bidireccional continua entre las estaciones terminales

• Portadora Radioeléctrica

- señal portadora habitualmente en la región de las μO ($> 900 \text{ MHz}$) sobre la que se modula la señal de información.

• Información:

Señal de interés modulada sobre la portadora radioeléctrica

Naturaleza de la información { Analógicas: antiguamente
Digitales: actualmente

• Principales ventajas de tecnología digital

- calidad (permite regeneración \Rightarrow señal limpia)
- Flexibilidad (no importa origen de información; son bits)
es simplemente una tubería de bits con cierta capacidad

• Principal desventaja:

- aumenta el ancho de banda de transmisión respecto de los sistemas analógicos para misma información.

ejemplo:

canal telefónico que ocupa 4 kHz en banda base

• analógico: $B_{RF}^A = 16 \text{ kHz}$

• digital: $B_{RF}^D = 64 \text{ kHz}$ en BPSK

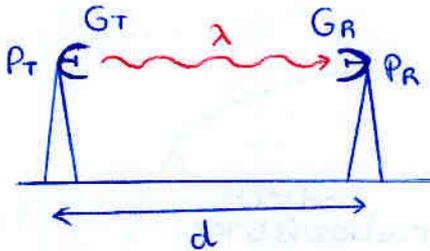
$$\begin{aligned} \text{n}^\circ \text{ bits/seg} &= \text{n}^\circ \text{ muestras/seg} \cdot \text{n}^\circ \text{ bits/muestra} \\ &= 2 \cdot B_{BB} \cdot 8 \\ &= 64000 \text{ bits/seg} \end{aligned}$$

- **Solución:** utilizar modulaciones digitales con mayor eficiencia espectral (MQAM, MPSK) — implica aumento BER
 \rightarrow requiere de técnicas automáticas de corrección de errores (ej FEC Forward Error Correction)
se logra incluso reducir el ancho de banda de los sistemas analógicos

2. Propagación Radioeléctrica

2.1 Pérdidas en espacio libre

- Pérdidas de la señal radioeléctrica como consecuencia del efecto de propagación de onda esférica
- se derivan a partir de la ecuación de transmisión para radiadores isotrópicos ($G_{ANT} = 1$)



$$P_R = \frac{P_T \cdot G_T \cdot G_R \cdot \lambda^2}{(4\pi d)^2} \quad \leftarrow \text{ecuación de transmisión}$$

Considerando $G_T = G_R = 1$ $P_R = \frac{P_T \cdot \lambda^2}{4\pi d^2}$

Ganancia enlace = $\frac{P_R}{P_T}$

Pérdidas enlace = $\frac{P_T}{P_R}$

NOTA: en dB

$$G(\text{dB}) < 1$$

$$L(\text{dB}) > 1$$

$$G(\text{dB}) = -L(\text{dB})$$

Pérdidas y ganancia en espacio libre

FSL = "Free Space Loss"

$$FSL = \frac{P_T}{P_R} = \frac{P_T}{\frac{P_T \cdot \lambda^2}{4\pi d^2}} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2$$

$$FSL(\text{dB}) = 20 \log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)$$

si arreglamos la fórmula para radioenlaces $\left\{ \begin{array}{l} d \text{ [km]} \\ f \text{ en lugar de } \lambda \end{array} \right.$

$$FSL(\text{dB}) = 92.45 + 20 \log d(\text{km}) + 20 \log f(\text{GHz})$$

ejemplo 1

calcular FSL para radioenlace de 60 km a 2 GHz

$$FSL(\text{dB}) = 92.45 + 20 \log 60 + 20 \log 2 = 134.03 \text{ dB}$$

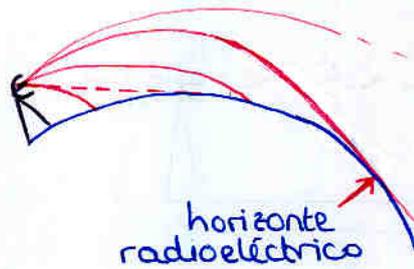
2.2. Refracción atmosférica

- En espacio libre (sin atmósfera) la señal electromagnética se propaga en línea recta.
- En la situación real (atmósfera terrestre) el rayo electromagnético encuentra variaciones en el índice de refracción y el rayo se "curva"

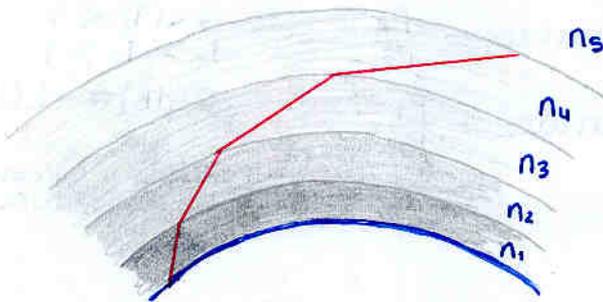
Espacio Libre



situación atmosférica terrestre



¿Por qué se curva el rayo?
Índice de refracción disminuye con la altura



$$n_1 > n_2 > n_3 > n_4 > n_5$$

cambia la velocidad del rayo en cada capa

el rayo se refracta (Ley de Snell)

En realidad hay una variación gradual y continua del índice de refracción.

Hay un parámetro fundamental para caracterizar la curvatura del rayo

Gradiente del índice de refracción $\frac{dn}{dh}$

- Indica variación del índice de refracción con la altura.
- Cambia según las condiciones atmosféricas.

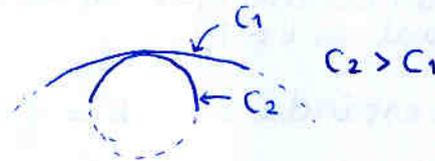
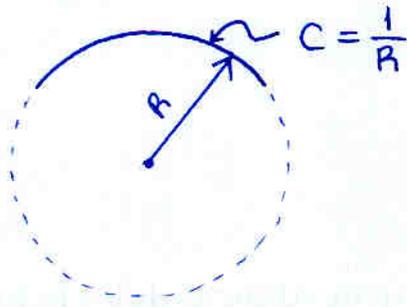
Modelo simple: $\frac{dn}{dh}$ es constante con la altura

condiciones atmosféricas normales $\Rightarrow \frac{dn}{dh} < 0$

se define la atmósfera estándar:

$$\frac{dn}{dh} = -0.039 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

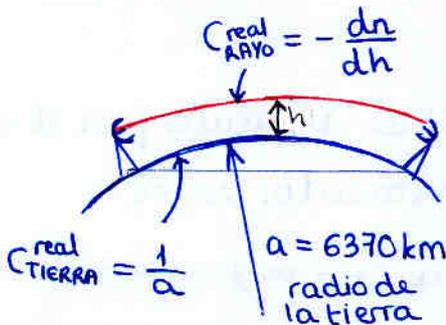
Nota:
 curvatura de una línea
 Extender la línea a una circunferencia



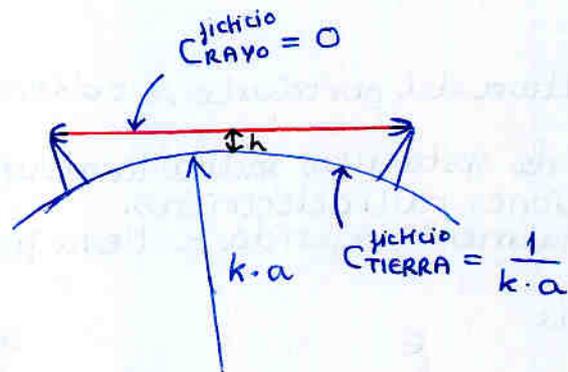
$$C = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$C_{\text{RAYO}} = -\frac{dn}{dh}$$

modelo tierra real



modelo de tierra ficticia



Factor k : indica cuanto aumenta el radio de la tierra ficticia para mantener la diferencia de curvaturas respecto al caso real

modelo de tierra ficticia: sustituir la tierra real por una tierra con radio distinto para que el rayo se propague en línea recta manteniendo la diferencia de curvaturas entre rayo y tierra que tenían en el caso real (condición del modelo "tierra ficticia")

condición del modelo tierra ficticia :

$$C_{\text{RAYO}}^{\text{real}} - C_{\text{TIERRA}}^{\text{real}} = C_{\text{RAYO}}^{\text{ficticio}} - C_{\text{TIERRA}}^{\text{ficticio}}$$

$$-\frac{dn}{dh} - \frac{1}{a} = 0 - \frac{1}{k \cdot a}$$

Despejando el factor k :

$$k = \frac{1}{1 + a \cdot \frac{dn}{dh}}$$

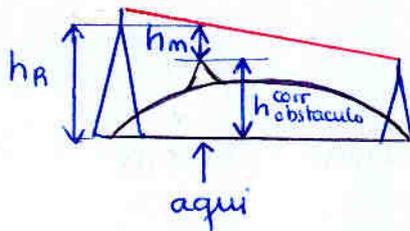
A partir de ahora:

- Modelo de tierra ficticia
- Describimos las condiciones atmosféricas mediante el factor k (lo habitual es $k > 1$)

Para la atmósfera estándar: $k = \frac{4}{3}$

Despejamiento h_m

Distancia vertical entre la altura del rayo y la altura del obstáculo

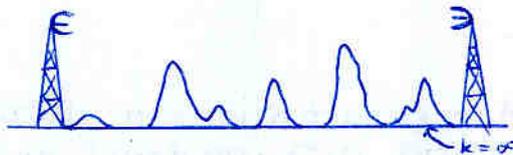


h_R : altura del rayo

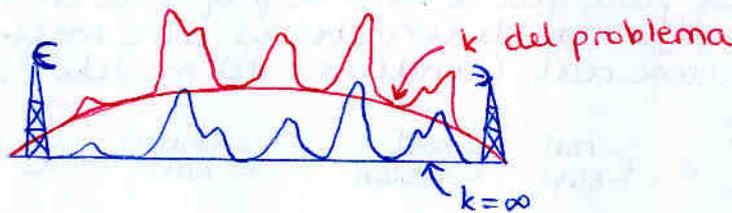
$h_{\text{obstaculo}}^{\text{corr}}$: altura corregida del obstáculo

- La altura del obstáculo se obtiene del perfil de obstáculos para el vano
- Perfil de obstáculos indica la altura de los obstáculos entre 2 estaciones radioeléctricas.
Normalmente referida a tierra ficticia plana ($k = \infty$)

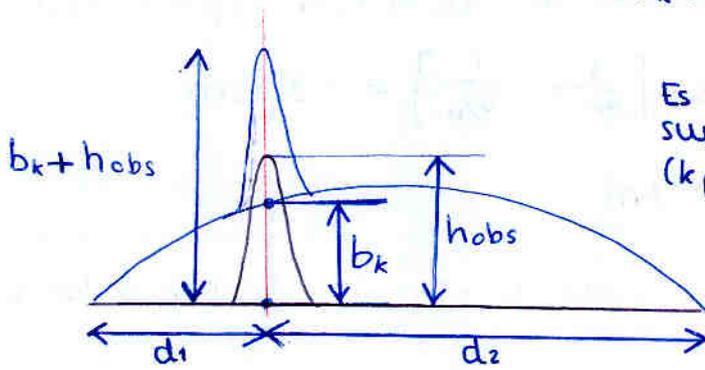
no siempre



nosotros corregimos la altura de los obstáculos (para tener en cuenta curvatura del rayo y curvatura terrestre)



la corrección se hace



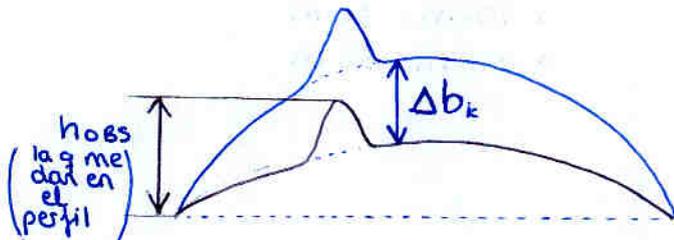
b_k : protuberancia de la tierra ficticia

Es la distancia vertical entre la superficie de la tierra ficticia (k_{problema}) y la horizontal ($k = \infty$)

$$b_k (m) = 0.07849 \cdot \frac{d_1 (km) \cdot d_2 (km)}{k}$$

Si nos dan el perfil de obstáculos para un k arbitrario (en lugar de $k = \infty$)

Para ello hay que sumar al obstáculo la diferencia de protuberancias entre k_{perfil} y k_{problema} , Δb_k



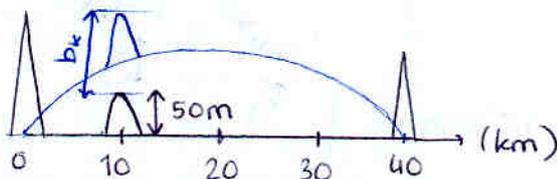
$$\Delta b_k = b_{k_{\text{problema}}} - b_{k_{\text{perfil}}}$$

$$\Delta b_k (m) = 0.07849 \cdot d_1 (km) \cdot d_2 (km) \left[\frac{1}{k_{\text{prob}}} - \frac{1}{k_{\text{perfil}}} \right]$$

ejemplo:

Calcular la altura corregida de un obstáculo de 50m ($k_{\text{perfil}} = \infty$) para condiciones atmosféricas $k = 4/3$

$$b_k = 0.07849 \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{k} = 0.07849 \cdot \frac{10 \cdot 30}{4/3} = 17.66 \text{ m}$$



$$\begin{aligned} h_{\text{obs}}^{\text{corregido}} &= h_{\text{obs}} + b_k \\ &= 50 + 17.66 = 67.66 \text{ m} \end{aligned}$$

ejemplo 3: Calcular h_{obs}^{corr} para un obstáculo de 30 m ($k = 5/4$) situado en km 20 de un radioenlace de 70 km ($k_{prob} = 4/3$)

$$\Delta b_k = 0'07849 \cdot 20 \cdot 50 \cdot \left[\frac{1}{4/3} - \frac{1}{5/4} \right] = -3'92 \text{ m}$$

$$h_{obs}^{corr} = h_{obs} + \Delta b_k = 26'08 \text{ m}$$

ejemplo 4: Calcular h_{obs}^{corr} para obstáculo de 65 m ($k = 5/3$) en el km 30 de radioenlace de 60 km y para $k = 4/3$

$$\begin{aligned} \Delta b_k &= 0'07849 \cdot d_1 \cdot d_2 \left[\frac{1}{k_{prob}} - \frac{1}{k_{perfil}} \right] \\ &= 0'07849 \cdot 30 \cdot 30 \left[\frac{1}{4/3} - \frac{1}{5/3} \right] = 10'60 \text{ m} \end{aligned}$$

$$h_{obs}^{corr} = h_{obs} + \Delta b_k = 65 + 10'60 = 75'60 \text{ m}$$

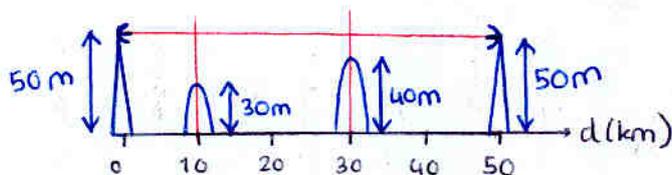
ejemplo 5. Calcular despejamiento en obstáculos

$$\begin{aligned} k_{perfil} &= \infty \\ k_{prob} &= 5/3 \end{aligned}$$

Altura del rayo

a 10 km: 50 m

a 30 km: 50 m



Obstáculo 1:

$$\Delta b_{k_1} = b_{k_1} = 0'07849 \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{k_{prob}} = 18'84 \text{ m}$$

$$h_{obs}^{corr} = h_{obs} + \Delta b_{k_1} = 30 + 18'84 = 48'84 \text{ m}$$

despejamiento:

$$h_{M_1} = h_{R_1} - h_{obs}^{corr} = 50 - 48'84 = 1'16 \text{ m}$$

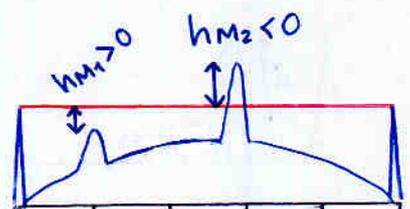
Obstáculo 2:

$$\Delta b_{k_2} = b_{k_2} = 0'07849 \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{k_{prob}} = 28'26 \text{ m}$$

$$h_{obs}^{corr} = h_{obs} + \Delta b_{k_2} = 40 + 28'26 = 68'26 \text{ m}$$

despejamiento

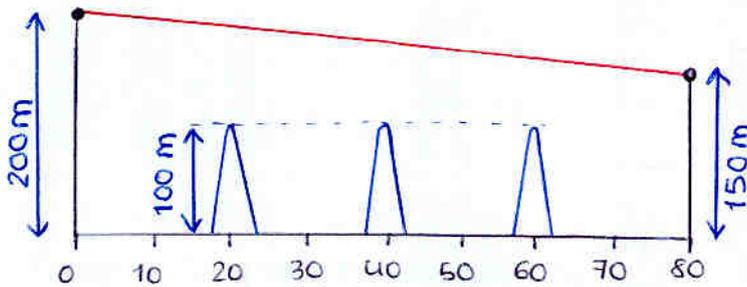
$$h_{M_2} = h_{R_2} - h_{obs}^{corr} = 50 - 68'26 = -18'26 \text{ m}$$



ejemplo 6. Calcular despejamiento en los obstáculos

$$k_{\text{perfil}} = \infty$$

$$k_{\text{prob}} = \frac{4}{3}$$



Altura del rayo:

Ecuación de una recta

$$h_R(m) = A \cdot d_1(km) + B$$

Puntos conocidos:

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 = 0 \text{ km} \rightarrow h_R = 200 \text{ m} \\ d_1 = 80 \text{ km} \rightarrow h_R = 150 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B = 200 \text{ m} \\ 150 = A \cdot 80 + 200 \rightarrow A = -0.625 \end{array} \right.$$

$$h_R(m) = -0.625 d_1(km) + 200$$

a 20 km: $h_{R1} = 187.50 \text{ m}$

a 40 km: $h_{R2} = 175 \text{ m}$

a 60 km: $h_{R3} = 162.5 \text{ m}$

Protuberancia

Obstáculo 1:

$$b_k = 0.07849 \cdot \frac{20 \cdot 60}{\frac{4}{3}} = 70.64 \text{ m}$$

Obstáculo 2:

$$b_k = 0.07849 \cdot \frac{30 \cdot 30}{\frac{4}{3}} = 94.19 \text{ m}$$

Obstáculo 3:

simétrico al 1

$$b_k = 70.64 \text{ m}$$

Despejamiento

Obstáculo 1

$$\begin{aligned} h_{M1} &= h_{R1} - (h_{\text{obs}} + b_k) \\ &= 187.5 - (100 + 70.64) \\ &= 16.86 \text{ m} \end{aligned}$$

Obstáculo 2:

$$\begin{aligned} h_{M2} &= h_{R2} - (h_{\text{obs}} + b_k) \\ &= 175 - (100 + 94.19) \\ &= -19.19 \text{ m} \end{aligned}$$

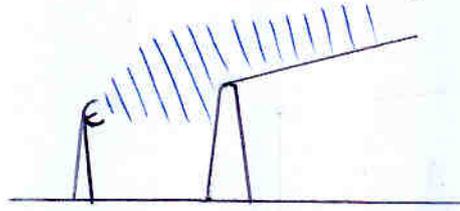
Obstáculo 3

$$\begin{aligned} h_{M3} &= h_{R3} - (h_{\text{obs}} + b_k) \\ &= 162.5 - (100 + 70.64) \\ &= -8.14 \text{ m} \end{aligned}$$

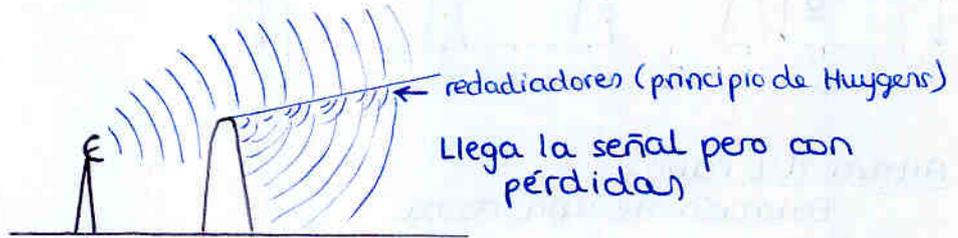
2.3 Difracción

Es un mecanismo que permite la propagación en las zonas de sombra

sin difracción:



Con difracción (realidad)



L_{DIF} = pérdidas de difracción

- señal radioeléctrica sufre más pérdidas a mayores frecuencias de trabajo

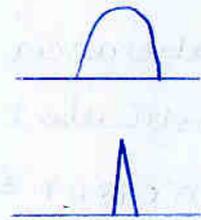
Para evaluar las pérdidas de difracción (L_{dif}) son importantes los siguientes parámetros

- despejamiento en el obstáculo (h_m)

- tipo de obstáculo

↳ coeficiente de reflexión (A_s)

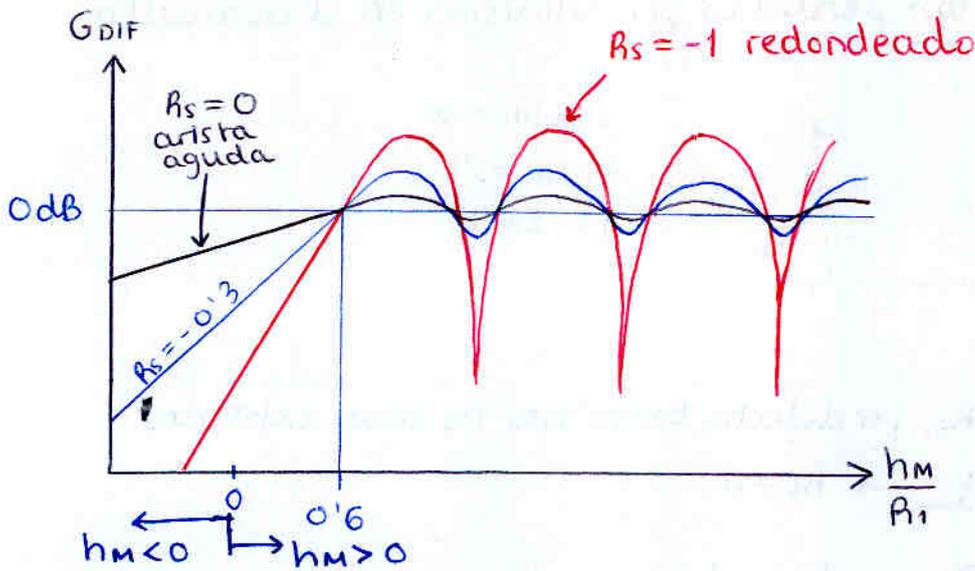
$\left\{ \begin{array}{l} \text{redondeado} \\ A_s = -1 \\ \text{arista aguda} \\ A_s = 0 \end{array} \right.$



- Radio de la primera zona de Fresnel R_1

R_1 ≡ tiene en cuenta la geometría del radioenlace y la frecuencia de trabajo

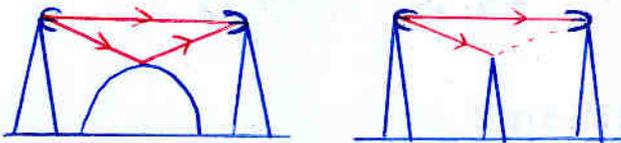
$$R_1(m) = 17'32 \cdot \sqrt{\frac{d_1(km) \cdot d_2(km)}{f(GHz) \cdot [d_1 + d_2(km)]}}$$



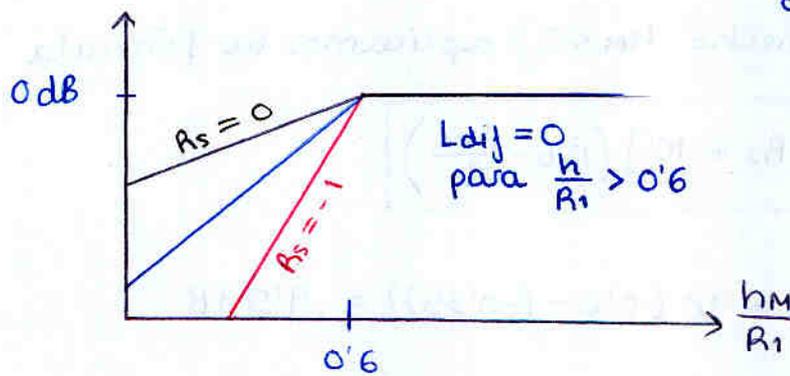
h_m : despejamiento en obstáculo

$\frac{h_m}{R_1}$: despejamiento normalizado

La curva para el obstáculo redondeado es más abrupta (al revés de lo que supondríamos) ya que es más importante el rayo reflejado



Nosotros trabajamos con una gráfica simplificada

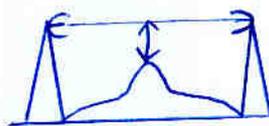


¿Porque? Porque la gráfica anterior es para obstáculos ideales. Interferencias constructivas y destructivas son impredecibles para un obstáculo en la práctica
ej: montaña

Lo modelaremos con un análisis estadístico "desvanecimiento"

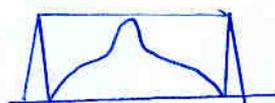
Forma de trabajar:

• $\frac{h_m}{R_1} > 0.6$



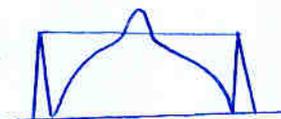
⇒ Ignoramos el obstáculo
 $L_{dif} = 0 \text{ dB}$

• $\frac{h_m}{R_1} < 0.6$



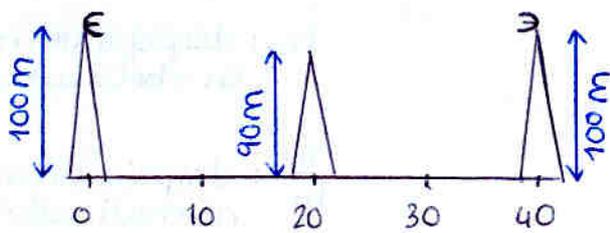
⇒ calcular L_{dif}

(incluye $h < 0$)



$$L_{dif}(\text{dB}) = [1.6 R_s^2 - 21.7 R_s + 10] \left(0.6 - \frac{h_m}{R_1}\right)$$

ejemplo.7. Calcular las pérdidas por difracción en el obstáculo



$$k_{\text{perfil}} = \infty$$

$$k_{\text{prob}} = 4/3$$

$$f = 2 \text{ GHz}$$

Nota: si no nos dan R_s , por defecto tomamos los casos extremos

si es un pincho $\triangle \rightarrow R_s = 0$

si es redondeado $\cap \rightarrow R_s = -1$

$$R_1 = 17'32 \sqrt{\frac{d_1 \cdot d_2}{f \cdot (d_1 + d_2)}} = 17'32 \sqrt{\frac{20 \cdot 20}{2 \cdot 40}} = 38'73 \text{ m}$$

$$\Delta b_k = 0'07849 \frac{20 \cdot 20}{4/3} = 23'55 \text{ m}$$

$$h_{\text{obs}}^{\text{corr}} = 90 + 23'55 = 113'55 \text{ m}$$

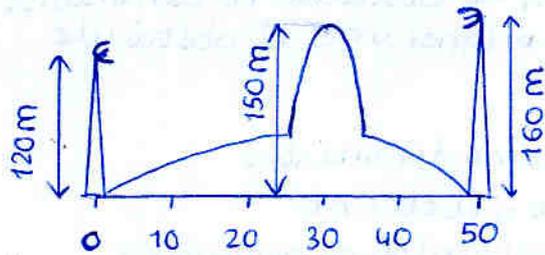
$$h_m = 100 \text{ m} - 113'55 \text{ m} = -13'55 \text{ m}$$

como $h_m < 0'6 R_1$ (de hecho $h_m < 0$) aplicamos la fórmula

$$L_{\text{dif}}(\text{dB}) = [1'6 R_s^2 - 21'7 R_s + 10] \left(0'6 - \frac{h_m}{R_1}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_m}{R_1} = -0'35 \\ R_s = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow L_{\text{dif}}(\text{dB}) = 10 (0'6 - (-0'35)) = 9'5 \text{ dB}$$

ejemplo 8 Calcular las pérdidas totales de propagación en el siguiente radioenlace



$$f = 2 \text{ GHz}$$

$$k_{\text{perfil}} = 5/3$$

$$k_{\text{prob}} = 4/3$$

Altura del rayo

$$h_R = A \cdot d_1 (\text{km}) + B \Rightarrow \begin{cases} (0 \text{ km}, 120 \text{ m}) \\ (50 \text{ km}, 160 \text{ m}) \end{cases} \Rightarrow \dots h_R = 0'8 d_1 + 120$$

$$h_R(30 \text{ km}) = 0'8 \cdot 30 + 120 = 144 \text{ m}$$

Protuberancia

$$\Delta b_k = 0'07849 \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \left[\frac{1}{k_{\text{prob}}} - \frac{1}{k_{\text{perfil}}} \right] = \dots = 9'42 \text{ m}$$

Despejamiento

$$h_M = h_R - (h_{\text{obs}} + \Delta b_k) = 144 - (150 + 9'42) = -15'42 \text{ m}$$

Radio de 1ª zona Fresnel

$$R_1 = 17'32 \cdot \sqrt{\frac{d_1 d_2}{f \cdot (d_1 + d_2)}} = 17'32 \sqrt{\frac{30 \cdot 20}{2 \cdot 50}} = 42'43 \text{ m}$$

Pérdidas de difracción

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_M}{R_1} = -0'36 \\ R_s = -0'7 \end{array} \right\} \rightarrow L_{\text{dij}} = \dots = 24'94 \text{ dB}$$

Pérdidas de propagación en espacio libre

$$FSL = 92'45 + 20 \log d(\text{km}) + 20 \log f(\text{GHz}) = 132'45 \text{ dB}$$

Pérdidas totales de propagación

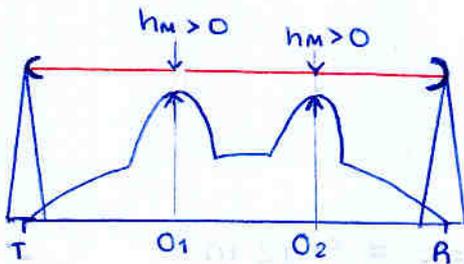
$$L_{\text{prop}} = FSL + L_{\text{dij}} = 157'39 \text{ dB}$$

· la suma en logarítmico si estuviéramos en lineal sería el producto

• Caso de 2 obstáculos

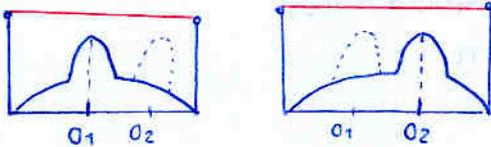
1. Evaluar los obstáculos según el despejamiento $\left\{ \begin{array}{l} h < 0 \rightarrow \text{Obstáculo dominante} \\ 0 \leq h \leq 0,6 R_1 \rightarrow \text{Obstáculo no dominante} \\ h > 0,6 R_1 \rightarrow \text{Ignoramos el obstáculo} \end{array} \right.$
2. Aplicar el método correspondiente
 - a) método EMP: Los dos obstáculos no dominantes
 - b) método Wilkerson: uno dominante y el otro no
 - c) método Epstein-Peterson: los dos obstáculos dominantes

a) método EMP

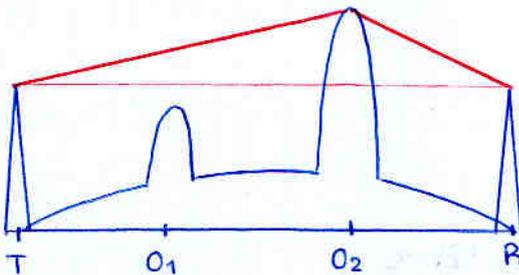


nomendatura:
 $L_{DIF}(ABC)$
 pérdidas por difracción con
 A: inicio trayecto del rayo
 B: obstáculo
 C: final del trayecto del rayo

$$L_{DIF\ TOT} = L_{DIF}(TO_1R) + L_{DIF}(TO_2R)$$

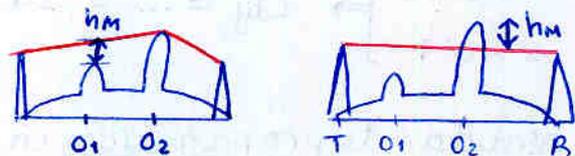


b) método Wilkerson



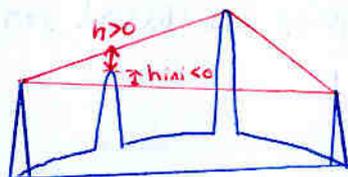
$$L_{DIF\ TOT}$$

$$= L_{DIF}(TO_1O_2) + L_{DIF}(TO_2R)$$

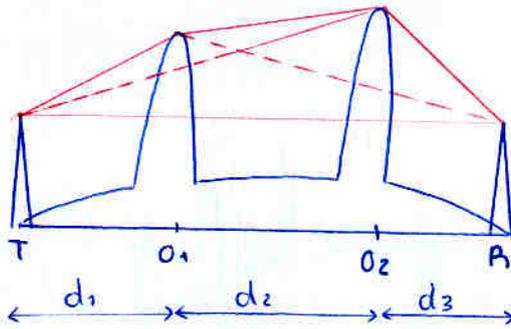


esta nueva h_m será mayor \rightarrow puede ocurrir que el nuevo $h_m > 0,6 R_1$ nos permita ignorar el obstáculo

Puede resultar que el obstáculo 1, que creíamos que era dominante, deje de serlo

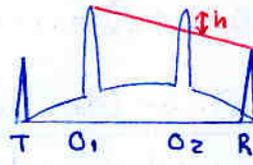
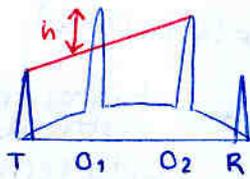


c) Método Epstein - Peterson



Término de corrección

$$L_{\text{DIF}}^{\text{TOT}} = L_{\text{DIF}}(T O_1 O_2) + L_{\text{DIF}}(O_1 O_2 R) + L_c$$



multiplicación de las distancias de los distintos rayos que hemos trazado

Regla general:

Consideremos como puntos dominantes los obstáculos dominantes y el tx y el rx

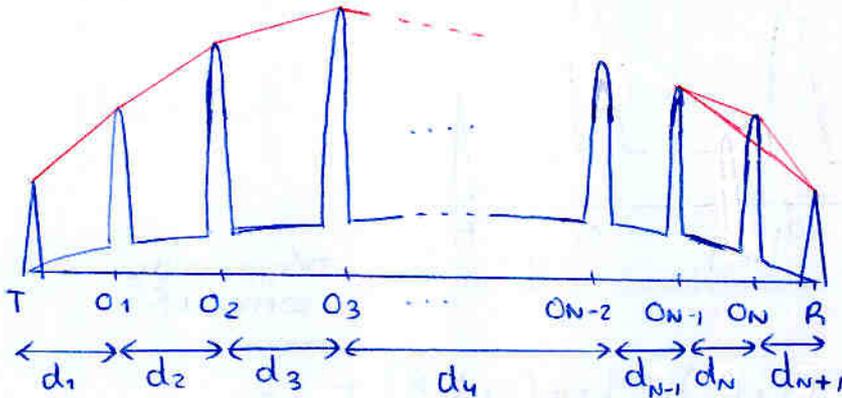
La trayectoria que corresponde a un obstáculo es la que une los puntos dominantes más cercanos a izquierda y derecha

$$L_c = 10 \log \frac{(d_1 + d_2) \cdot (d_2 + d_3)}{d_2 (d_1 + d_2 + d_3)}$$

↑
multiplicación de todas las distancias entre OBSTACULOS dominantes (en este caso) sólo uno

↓
distancia total

Generalizando el método Epstein-Peterson para N obstáculos



$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_2) + L_{DIF}(O_1 O_2 O_3) + \dots + L_{DIF}(O_{N-1} O_N R)$$

$$+ 10 \log \frac{(d_1+d_2) \cdot (d_2+d_3) \cdot \dots \cdot (d_N+d_{N+1})}{d_2 \cdot d_3 \cdot \dots \cdot d_N \cdot (d_1+d_2+\dots+d_N)}$$

tantos términos como distancias intermedias entre OBSTACULOS (no puntos = no tx ni rx) dominantes.

distancia total del vano

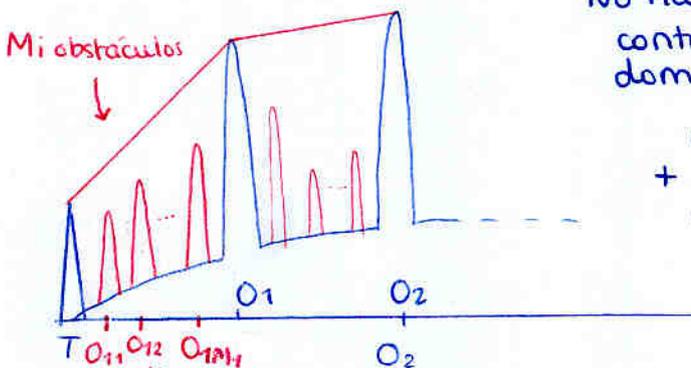
← tantos términos como obstáculos dominantes cada término es la suma de las distancias entre puntos dominantes más cercanos a izda y dcha

Podemos compactarlo haciendo:

$$L_{DIF}^{TOT} = \sum_{i=1}^N L_{DIF}(O_{i-1} \cdot O_i \cdot O_{i+N}) + 10 \log \frac{\prod_{i=1}^N (d_i+d_{i+1})}{\prod_{i=2}^N (d_i) \cdot \sum_{i=1}^N d_i}$$

siendo
 $O_0 \equiv T$
 $O_{N+1} \equiv R$

Podemos generalizar para un perfil cualquiera añadiendo un número arbitrario de obstáculos no dominantes entre cada pareja de puntos dominantes

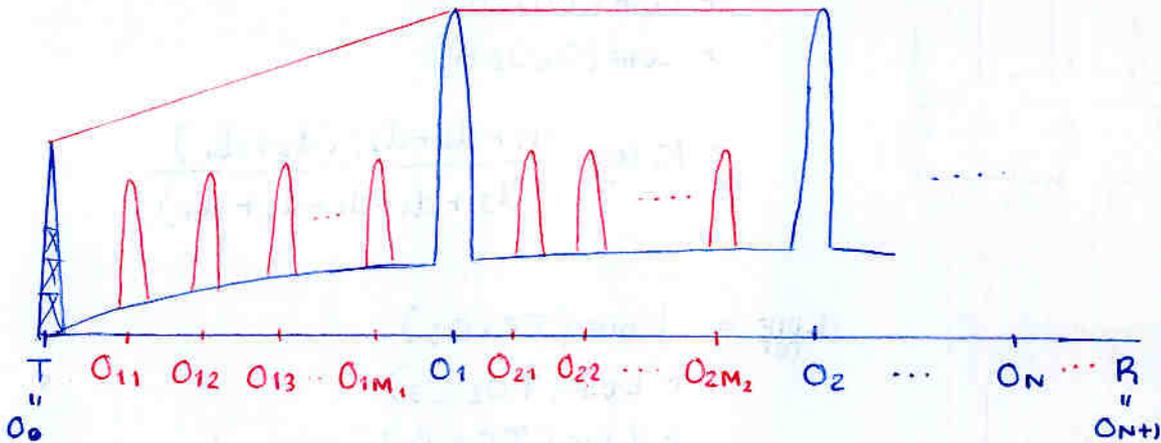


No hay más que sumar a L_{DIF} las contribuciones de los obstáculos no dominantes

$$+ \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{M_i} (O_{i-1} \cdot O_{ij} \cdot O_i)$$

↑
obstáculos dominantes

Por tanto, el caso más completo



$$L_{DIF}^{TOT} = \sum_{i=1}^N L_{DIF}(O_{i-1} O_i O_{i+1})$$

$$+ \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{M_i} L_{DIF}(O_{i-1} O_{ij} O_i)$$

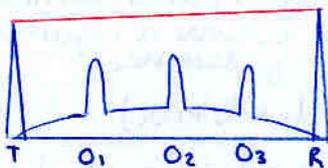
$$+ 10 \log \frac{\prod_{i=1}^N (d_i + d_{i+1})}{\prod_{i=2}^N d_i \sum_{i=1}^{N+1} d_i}$$

tantos términos como obstáculos dominantes. cada término es distancia entre los 2 puntos dominantes alrededor del punto dominante actual

distancia total del vano
 producto de: distancia entre obstáculos (nrx nrx) dominantes consecutivos

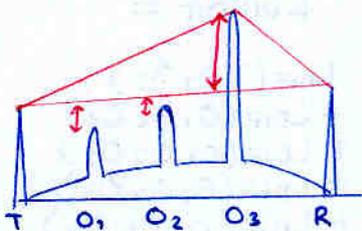
ejemplos de 3 obstáculos

①



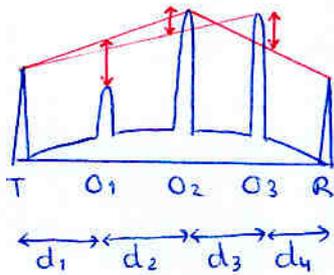
$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 R) + L_{DIF}(T O_2 R) + L_{DIF}(T O_3 R)$$

②



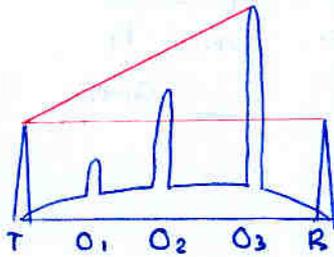
$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_3) + L_{DIF}(T O_2 O_3) + L_{DIF}(T O_3 R)$$

③



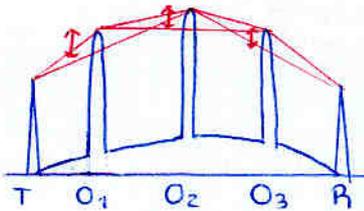
$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_2) + L_{DIF}(T O_2 O_3) + L_{DIF}(O_2 O_3 R) + 10 \log \frac{(d_1 + d_2 + d_3)(d_3 + d_4)}{d_3 \cdot (d_1 + d_2 + d_3 + d_4)}$$

④



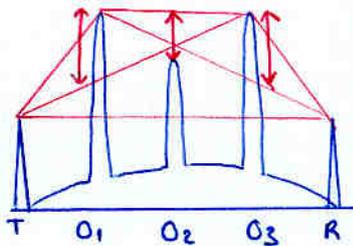
$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_3) + L_{DIF}(T O_2 O_3) + L_{DIF}(T O_3 R)$$

⑤



$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_2) + L_{DIF}(O_1 O_2 O_3) + L_{DIF}(O_2 O_3 R) + 10 \log \frac{(d_1 + d_2)(d_2 + d_3)(d_3 + d_4)}{d_2 \cdot d_3 \cdot (d_1 + d_2 + d_3 + d_4)}$$

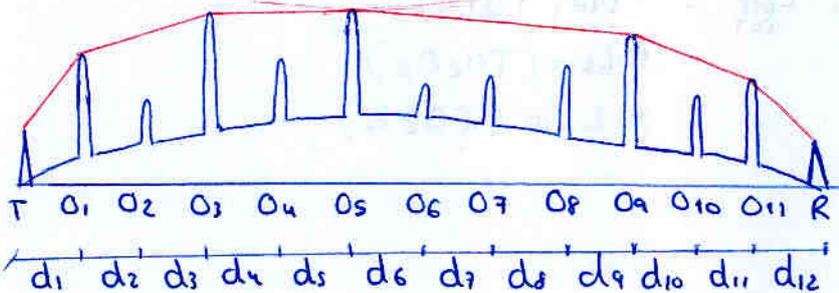
⑥



$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_3) + L_{DIF}(O_1 O_2 O_3) + L_{DIF}(O_1 O_3 R) + 10 \log \frac{(d_1 + d_2 + d_3) \cdot (d_2 + d_3 + d_4)}{(d_2 + d_3) \cdot (d_1 + d_2 + d_3 + d_4)}$$

al analizar un obstáculo no importa si es dominante o no, sólo importan los puntos dominantes cercanos a izquierda y derecha

⑦



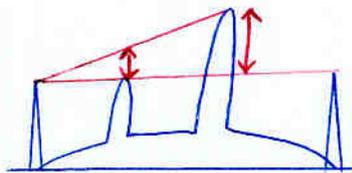
$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_3) + L_{DIF}(O_1 O_2 O_2) + L_{DIF}(O_1 O_3 O_5) + L_{DIF}(O_3 O_4 O_5) + L_{DIF}(O_3 O_5 O_9) + L_{DIF}(O_5 O_6 O_9) + L_{DIF}(O_5 O_7 O_9) + L_{DIF}(O_5 O_2 O_9) + L_{DIF}(O_5 O_9 O_{11}) + L_{DIF}(O_9 O_{10} O_{11}) + L_{DIF}(O_9 O_{11} R) + 10 \log \frac{(d_1 d_2 d_3)(d_2 + d_3 + d_4 + d_5)(d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8 + d_9)(d_6 + d_7 + d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11})(d_{10} + d_{11} + d_{12})}{(d_2 + d_3)(d_4 + d_5)(d_6 + d_7 + d_8 + d_9)(d_{10} + d_{11}) \sum_{i=1}^{12} d_i}$$

ejemplo 10: calcular L_{DIF}^{TOT} en enlace de 2 obstáculos

OBS 1: $\frac{h_m}{R_1} = 0'5$ $R_s = -0'4$ $\xrightarrow{\text{fórmula}} L_{DIF_1} = 1'89 \text{ dB}$

OBS 2: $\frac{h_m}{R_1} = -0'3$ $R_s = -0'6$ $\xrightarrow{\text{fórmula}} L_{DIF_2} = 21'24 \text{ dB}$

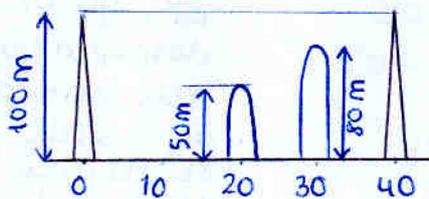
El segundo es dominante y el primero no:



$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_2) + L_{DIF}(T O_2 R)$$

$$= L_{DIF_1} + L_{DIF_2} = 23'13 \text{ dB}$$

ejemplo 9: calcular L_{DIF}^{TOT} en el siguiente radioenlace ($f = 3 \text{ GHz}$)



$k_{perfil} = \infty$
 $k_{problema} = 4/3$
 $R_s = -0'1$

1. Determinamos obstáculos dominantes (corregir la altura)

Obstáculo 1:

$$b_k = 0'07849 \cdot \frac{20 \cdot 20}{4/3} = 23'55 \text{ m}$$

$$h_{obs}^{corr} = 50 + 23'55 = 73'55 \text{ m}$$

Obstáculo 2:

$$b_k = 0'07849 \cdot \frac{30 \cdot 10}{4/3} = 17'66 \text{ m}$$

$$h_{obs}^{corr} = 80 + 17'66 = 97'66 \text{ m}$$

Obstáculos 1 y 2 no interfieren rayo entre T y R

Son NO dominantes

2. método EMP

$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 R) + L_{DIF}(T O_2 R)$$

Obstáculo 1

$$h_m = 100 - 73'55 = 26'45 \text{ m}$$

$$R_1 = 17'32 \sqrt{\frac{20 \cdot 20}{3 \cdot 40}} = 31'62 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{h_m}{R_1} &= \frac{26'45}{31'62} = 0'84 > 0'6 \\ R_s &= -0'1 \end{aligned} \right\} L_{DIF_1} = 0 \text{ dB}$$

obstáculo 2

$$h_m = 100 - 97'66 = 2'34 \text{ m}$$

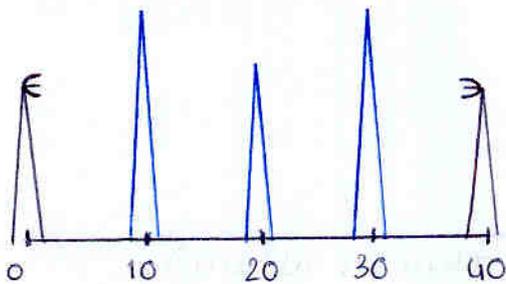
$$R_1 = 17'32 \sqrt{\frac{30 \cdot 10}{3 \cdot 40}} = 27'39 \text{ m}$$

$$\frac{h_m}{R_1} = \frac{2'34}{27'39} = 0'085 < 0'6 \quad \left. \begin{array}{l} \\ R_s = -0'1 \end{array} \right\} \text{aplicando fórmula } L_{DIF}(T O_2 R) = 6'28 \text{ dB}$$

Por tanto

$$L_{DIF}^{TOT} = 6'28 \text{ dB}$$

ejemplo 11: calcular L_{DIF}^{TOT} en radioenlace



Obs 1 $R_s = -0'5$
 $\frac{h_m}{R_1} = -0'2$

Obs 2 $R_s = -0'5$
 $\frac{h_m}{R_1} = 0'3$

Obs 3 $R_s = -0'5$
 $\frac{h_m}{R_1} = -0'1$

NOTA: si nos dan $\frac{h_m}{R_1}$, ya es el despejamiento que corresponde al considerar obstáculos dominantes

obstáculos 1 y 3 son dominantes

$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(T O_1 O_3) + L_{DIF}(O_1 O_2 O_3) + L_{DIF}(O_1 O_3 R) + 10 \log \frac{(d_1 + d_2 + d_3)(d_2 + d_3 + d_4)}{(d_2 + d_3)(d_1 + d_2 + d_3 + d_4)}$$

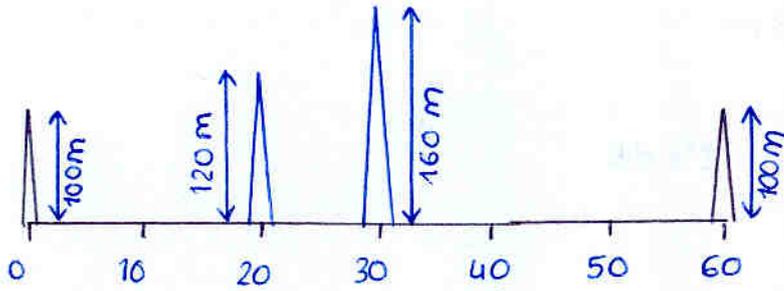
Obs 1 $\frac{h_m}{R_1} = -0'2$
 $R_s = -0'5$ } $L_{DIF}(T O_1 O_3) = 17 \text{ dB}$

Obs 2 $\frac{h_m}{R_1} = 0'3$
 $R_s = -0'5$ } $L_{DIF}(O_1 O_2 O_3) = 6'38 \text{ dB}$

Obs 3 $\frac{h_m}{R_1} = -0'1$
 $R_s = -0'5$ } $L_{DIF}(O_1 O_3 R) = 14'88 \text{ dB}$

$$L_{DIF}^{TOT} = 17 + 6'38 + 14'88 + 10 \log \frac{30 \cdot 30}{20 \cdot 40} = 38'77 \text{ dB}$$

ejemplo 12 : calcular L_{TOT}^{DIF} en



$$f = 2.5 \text{ GHz}$$

$$k_{\text{perfil}} = \infty$$

$$k_{\text{prob}} = 4/3$$

1. Determinar obstáculos dominantes
corregimos alturas de los obstáculos

obs 1

$$b_k = 0.07849 \cdot \frac{20 \cdot 40}{4/3} = 47.09 \text{ m}$$

$$h_{\text{obs}}^{\text{corr}} = 120 + 47.09 = 167.09 \text{ m}$$

obs 2

$$b_k = 0.07849 \cdot \frac{30 \cdot 30}{4/3} = 52.98 \text{ m}$$

$$h_{\text{obs}}^{\text{corr}} = 160 + 52.98 = 212.98 \text{ m} \rightarrow \text{seguro que es el dominante por ser el más alto y estar por encima de trayectoria del rayo}$$

Hay que averiguar si el obstáculo 1 es dominante

$$h_R = A \cdot d_1 + B$$

$$\left. \begin{array}{l} (0 \text{ km}, 100 \text{ m}) \\ (30 \text{ km}, 160 \text{ m}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} B = 100 \\ A = 3.77 \end{array}$$

$$h_R = 3.77 d_1 + B$$

$$h_R(20 \text{ km}) = 3.77 \cdot 20 + 100 = 175.40 \text{ m} > h_{\text{obs}_1}^{\text{corr}}$$

↓
el obstáculo 1 no es dominante

Por tanto: Caso Wilkinson $L_{TOT}^{DIF} = L_{DIF}(T_0 O_2) + L_{DIF}(T_0 O_2 R)$

2. Calculamos L_{TOT}^{DIF}

$$\text{obs 1: } h_m = 175.40 - 167.09 = 8.31 \text{ m}$$

$$R_1 = 17.32 \sqrt{\frac{d_1 d_2}{f \cdot (d_1 + d_2)}} = 28.28 \text{ m}$$

$$\frac{h_m}{R_1} = \frac{8.31}{28.28} = 0.29$$

$$\Delta R_s = 0 \text{ (por defecto)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_m}{R_1} = 0.29 \\ \Delta R_s = 0 \end{array} \right\} \rightarrow L_{DIF}(T_0 O_2) = 3.10 \text{ dB}$$

obs 2:

$$h_m = 100 - 212'98 = -112'98 \text{ m}$$

$$R_1 = 17'32 \sqrt{\frac{30 \cdot 30}{2'5 \cdot 60}} = 42'43 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_m}{R_1} = -2'66 \\ R_s = 0 \end{array} \right\} \rightarrow L_{DIF}(T_{O_2R}) = 32'6 \text{ dB}$$

Por tanto, finalmente:

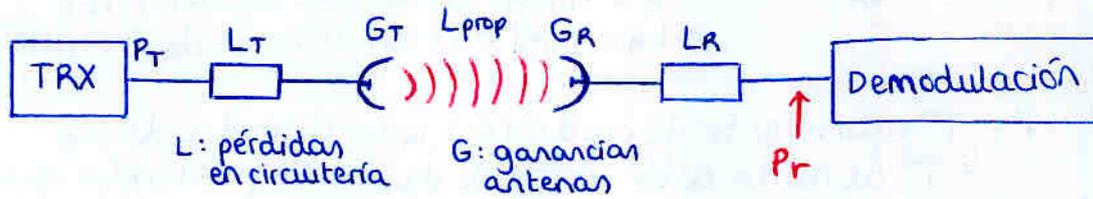
$$\begin{aligned} L_{DIF}^{TOT} &= L_{DIF}(T_{O_1O_2}) + L_{DIF}(T_{O_2R}) \\ &= 3'10 + 32'60 = 35'70 \text{ dB} \end{aligned}$$

3. Análisis del radioenlace

Analizar cada vano por separado y combinar resultados

3.1 Balance de potencias

Modelo muy sencillo para el vano del radioenlace



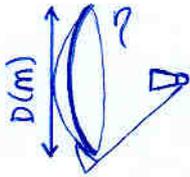
$$P_r = \underbrace{P_T - L_T + G_T}_{\text{PIRE (dBm)}} - \underbrace{L_{prop}}_{\substack{\text{diámetro} \\ \text{antena}}} + G_R - L_R$$

$$L_{prop} = \text{FSL} + L_{\text{tot}}^{di}$$

Todo en unidades logarítmicas.
 P_r , P_T y PIRE en mismas unidades (dBm, dBW, ...)

Por defecto
 $L_T = L_R = 0 \text{ dB}$
 $L_{\text{tot}}^{di} = 0 \text{ dB}$

En radioenlace de μO suele usarse reflector parabólico



$$G(\text{dB}) = 20 \log D(\text{m}) + 20 \log f(\text{GHz}) + 10 \log \eta \left(\frac{\text{tanto}^2}{\text{por } 1} \right) + 20'4$$

diámetro eficiencia (cuidado si nos la dan en %)

ejemplo: Calcular P_r en radioenlace de 17 km a 7'1 GHz

Datos: $G_T = G_R = 30'5 \text{ dB}$ $P_T = 750 \text{ mW}$
 $L_T = L_R = 3'4 \text{ dB}$ $L_{DIF} = 5'3 \text{ dB}$

PIRE:

$$\text{PIRE} = P_T - L_T + G_T = 10 \log \underbrace{750}_{\text{mW}} - 3'4 + 30'5 = 55'85 \text{ dBm}$$

L_{prop} :

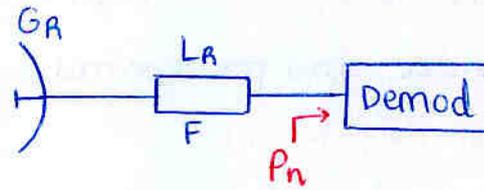
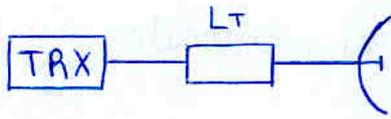
$$\text{FSL} = 92'45 + 20 \log \underbrace{17}_{\text{km}} + 20 \log \underbrace{7'1}_{\text{GHz}} = 134'08 \text{ dB}$$

$$L_{prop} = \text{FSL} + L_{\text{tot}}^{di} = 139'38 \text{ dB}$$

Finalmente:

$$P_r = \text{PIRE} - L_{prop} + G_R - L_R = 55'85 \text{ dBm} - 139'38 + 30'5 - 3'4 = -56'43 \text{ dBm}$$

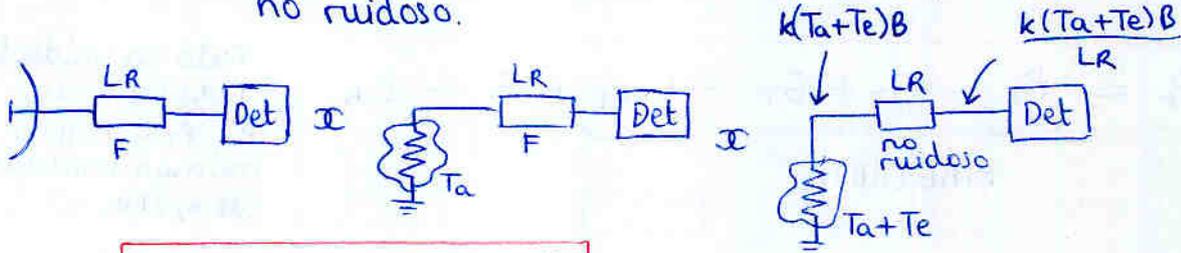
3.2 Ruido



$$P_n = \frac{kTB}{L_R}$$

$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ de Boltzmann
 $B =$ Ancho de banda equiv. (Hz)
 $L_A =$ pérdidas circuitería de recepción

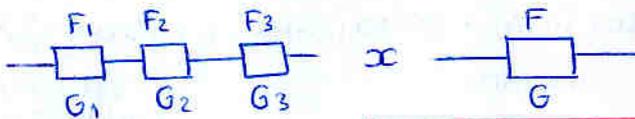
$T = T^a$ equivalente de ruido (k) a la entrada de L_R
 $= T^a$ de ruido a la entrada de L_R suponiendo a L_R no ruidoso.



$$T = T_a + \underbrace{T_o (F-1)}_{T_e}$$

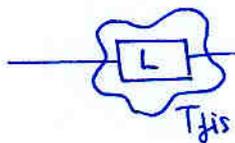
$T_a = T^a$ de antena
 $T_o = T^a$ de rej

$F =$ Factor de ruido de circuitería en recepción



$$F = F_1 + \frac{F_2-1}{G_1} + \frac{F_3-1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_N-1}{G_1 G_2 \dots G_{N-1}}$$

Si algún cuadripolo es pasivo con pérdidas



$$F = 1 + \frac{T_{jis}}{T_o} (L-1)$$

Si $T_{jis} = T_o \Rightarrow F = L$

Versión simple:

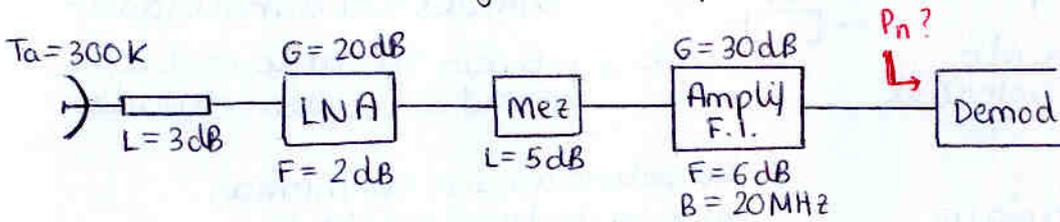
Si no nos dan $T_a \Rightarrow$ suponemos $T_a = T_o \Rightarrow T = T_o F \Rightarrow P_n = \frac{k T_o B F}{L_R}$

$$P_n \text{ (dBW)} = -144 + 10 \log B \text{ (MHz)} + F \text{ (dB)} - L_R \text{ (dB)}$$

ejemplo: calcular P_n de receptor con $F = 12 \text{ dB}$ y $B = 4.2 \text{ MHz}$

$$P_n \text{ (dBW)} = -144 + 10 \log 4.2 + 12 = -125.77 \text{ dBW}$$

ejemplo 16
Calcular la P_n del siguiente receptor



Suponemos que por defecto $T_{fis} = T_0 \Rightarrow F = L$

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} \quad \text{Todo en lineal!}$$

$$= 3.39 = 5.31 \text{ dB}$$

$$T = T_a + T_0 (F - 1) = 300 + 293 (3.39 - 1) = 1000.27 \text{ K}$$

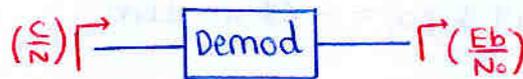
$$P_n = 10 \log \left(\frac{kTB}{L_R} \right) = 10 \log kTB - L_R (\text{dB})$$

$$L_R (\text{dB}) = 3 - 20 + 5 - 30 = -42 \text{ dB}$$

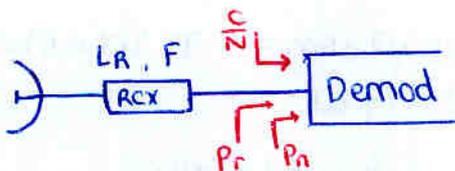
$$P_n = 10 \log (1.38 \cdot 10^{-22} \cdot 1000.27 \cdot 20 \cdot 10^6) + 42 = -83.59 \text{ dBW}$$

3.3 Relación Portadora a Ruido

El parámetro que nos interesa para determinar la calidad del radioenlace.

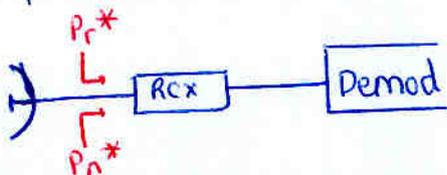


$$\begin{aligned} \left(\frac{C}{N} \right) (\text{dB}) &= P_r (\text{dBW}) - P_n (\text{dBW}) \\ &= P_r (\text{dBm}) - P_n (\text{dBm}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{C}{N} &= P_r - P_n \\ P_r &= \text{PIRE} - L_{\text{prop}} + G_R - L_R \\ P_n &= -144 + 10 \log B + F - L_R \end{aligned}$$

o con el modelo de ruido equivalente (con RCX no ruidoso)



$$\begin{aligned} \frac{C}{N} &= P_r^* - P_n^* \\ P_r^* &= \text{PIRE} - L_{\text{prop}} + G_R \quad \text{potencia de señal real tras antena} \\ P_n^* &= -144 + 10 \log B + F \quad \text{potencia de ruido equivalente antes del RCX} \end{aligned}$$

P_r^* \equiv potencia de señal real antes del receptor

P_n^* \equiv potencia de ruido equivalente antes del receptor



P_r \equiv potencia de señal real a la entrada del demodulador

P_n \equiv potencia de ruido real a la entrada del demodulador

||
Potencia de ruido que tendríamos a la entrada de un cuadripolo ideal (no ruidoso) para obtener a la salida el mismo ruido que en el cuadripolo real

Las potencias son las mismas salvo teniendo en cuenta la amplificación/atenuación del RCX; pero la relación es la misma

$$\left(\frac{C}{N}\right) = P_r - P_n = (P_r^* - L_R) - (P_n^* - L_R) = P_r^* - P_n^*$$



Nosotros usaremos siempre este modelo, y quitaremos los asteriscos

$$\frac{C}{N} \text{ (dB)} = P_r - P_n$$

$$P_r = \text{PIRE} - L_{\text{prop}} + G_R$$

$$P_n = -144 + 10 \log B + F \leftarrow \text{modelo simplificado } (T_a = T_o)$$

$$P_n = 10 \log (kTB) \leftarrow \text{modelo general del ruido}$$

sin restar L_R

ejemplo 17 Calcular $\frac{C}{N}$ en radio enlace

$f = 4 \text{ GHz}$ $d = 50 \text{ km}$ $\text{PIRE} = 50 \text{ dBm}$
 $G_R = 20 \text{ dB}$ $F = 10 \text{ dB}$ $B = 15 \text{ MHz}$
 $L_R = -30 \text{ dB}$

No me dan $T_a \rightarrow$ supongo $T_a = T_o \Rightarrow$ modelo simplificado de ruido

No me dan $L_{\text{dij}} \rightarrow$ supongo $L_{\text{dij}} = 0 \text{ dB}$

$$L_{\text{prop}} = \text{FSL} = 92'45 + 20 \log 50 + 20 \log 4 = 138'47 \text{ dB}$$

$$P_r = 50 \text{ dBm} - 138'47 + 20 = -68'47 \text{ dBm}$$

suponiendo $T_a = T_o$

$$P_n = -144 + 10 \log 15 + 10 = -122'24 \text{ dBW}$$

$$\frac{C}{N} = -68'47 \text{ dBm} - (-122'24 \text{ dBW}) = 53'77 \text{ dB} \quad \times$$

Pasarlo todo a mismas unidades $P_r = -68'47 \text{ dBm} = -98'47 \text{ dBW}$

$$\frac{C}{N} = -98'47 \text{ dBW} - (-122'24 \text{ dBW}) = 23'77 \text{ dB}$$

Si lo hiciéramos el cálculo a la entrada del modulador

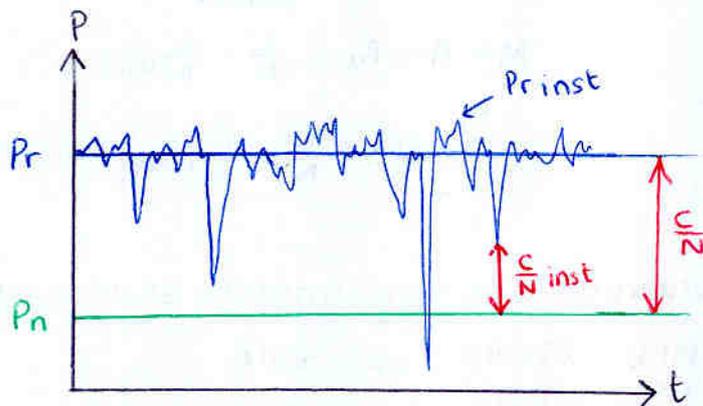
$$P_r = -98'47 \text{ dBW} - (-30) = -68'47 \text{ dBW}$$

$$P_n = -122'24 \text{ dBW} - (-30) = -92'24 \text{ dBW}$$

$$\frac{C}{N} = P_r - P_n = 23'77 \text{ dB}$$

Margen de Fading

Los niveles de P_r y $(\frac{C}{N})$ son niveles medios. Los valores instantáneos presentan una gran variabilidad y para considerarlos hay que hacer un análisis estadístico



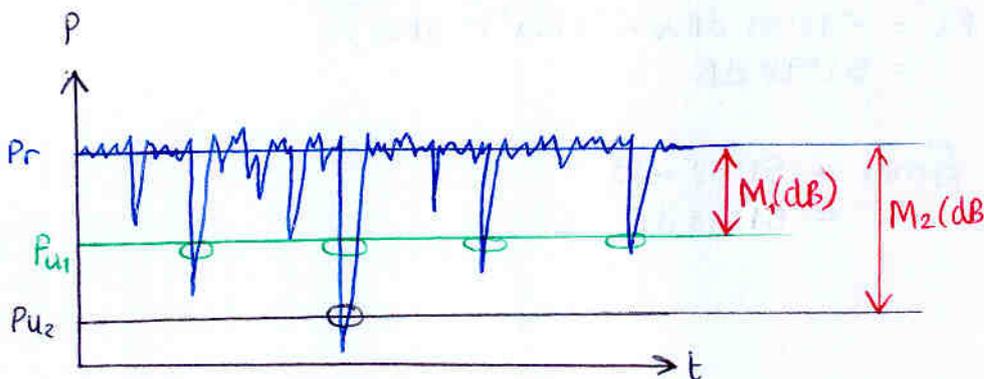
Establezcamos unos niveles mínimos de calidad, por debajo de los cuales no queremos que trabaje el radioenlace

$\frac{C}{N} \text{ /min} \equiv$ Relación portadora a ruido mínima para que el radioenlace trabaje "correctamente"

$$\frac{C}{N} \text{ /min} = P_{r \text{ min}} - P_n$$

$$P_u = P_n + \frac{C}{N} \text{ /min}$$

$P_u \equiv$ Potencia umbral \rightarrow nivel mínimo de potencia admisible para el correcto funcionamiento del radioenlace.



$M \equiv$ margen de desvanecimiento (fading)

$$M(\text{dB}) = P_r - P_u$$

Máxima caída de potencia que podemos soportar en el radioenlace sin que entre en situación de corte (por debajo del nivel de calidad especificado)

Das formas de calcular el margen

$$M = P_r - P_u$$

$$P_r = \text{PIRE} - L_{\text{prop}} + G_R$$

$$P_u = P_n + \frac{C}{N}|_{\text{min}}$$

$$P_n = -144 + 10 \log B + F$$

$$P_r = P_n + \frac{C}{N}$$

$$P_u = P_n + \frac{C}{N}|_{\text{min}}$$

$$M = P_r - P_u = \frac{C}{N} - \frac{C}{N}|_{\text{min}}$$

$$M(\text{dB}) = \frac{C}{N} - \frac{C}{N}|_{\text{min}}$$

ejemplo 18: Calcular el margen de desvanecimiento en el siguiente radioenlace

$$f = 2 \text{ GHz} \quad d = 30 \text{ km} \quad \text{PIRE} = 25 \text{ dBW} \quad G_R = 30 \text{ dB}$$

$$F = 6 \text{ dB} \quad B = 20 \text{ MHz} \quad \frac{C}{N}|_{\text{min}} = 15 \text{ dB}$$

Suponemos $T_a = T_o$

$$\rightarrow P_n = -144 + 10 \log 20 + 6 = -124'99 \text{ dBW}$$

$$P_u = P_n + \frac{C}{N}|_{\text{min}} = -124'99 \text{ dBW} + 15 = -109'99 \text{ dBW}$$

$$L_{\text{prop}} = \text{FSL} = 92'45 + 20 \log 30 + 20 \log 2 + 128'01 \text{ dB}$$

$$P_r = 25 \text{ dBW} - 128'01 + 30 = -73'01 \text{ dBW}$$

$$M = -73'01 \text{ dBW} - (-109'99 \text{ dBW}) = 36'98 \text{ dB}$$

Forma alternativa

$$\frac{C}{N} = P_r - P_n = -73'01 \text{ dBW} - (-124'99 \text{ dBW}) \\ = 51'98 \text{ dB}$$

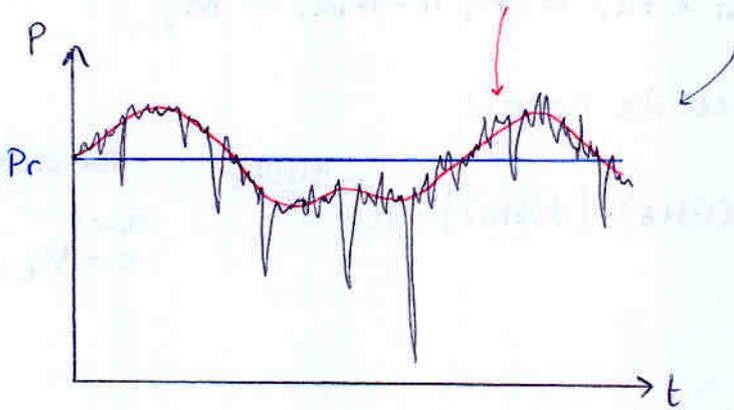
$$M = \frac{C}{N} - \frac{C}{N}|_{\text{min}} = 51'98 - 15 \\ = 36'98 \text{ dB}$$

3.4 Desvanecimiento

Condiciones del radioenlace varían de forma gradual y continuada

⇒ Fluctuación en el nivel de potencia real o instantáneo de señal

Pot instantánea: $P_{ins} = P_r + \text{FLUCTUACION LENTA} + \text{FLUCTUACION RAPIDA}$

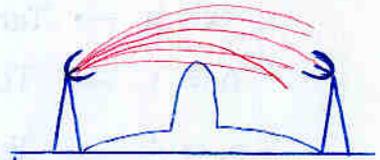


• Desvanecimiento lento o slow fading

• Variaciones lentas y poco profundas (hasta 6dB) alrededor del nivel medio de potencia recibida

Causa ⇒ Variación Condiciones Atmosféricas ⇒ Variación trayectoria de los rayos

- Desapuntamiento de las antenas
- Variación en despejamientos de obstáculos

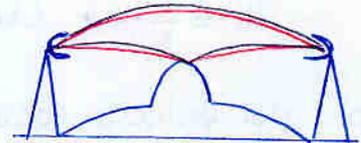


• Desvanecimiento rápido o fast fading

• Variaciones rápidas y muy profundas (hasta > 20dB) alrededor del nivel de potencia recibida.

Causa ⇒ Variación Condiciones Atmosféricas ⇒ Variación trayectoria de los rayos

- Efecto sobre propagación multicamino
 - reflexión en obstáculos
 - reflexión en suelo
 - reflexión en capas altas de la atmósfera
- La interferencia constructiva / destructiva es MUY sensible a las variaciones de la relación entre fases de rayo directo y reflejado



Caracterizamos el desvanecimiento mediante 2 parámetros

$$M \equiv \text{Margen de desvanecimiento} \Rightarrow M(\text{dB}) = P_r - P_u$$

· máxima caída de potencia admisible

$P_{\text{PROB CORTE}}$ \equiv Probabilidad de corte del radioenlace
· probabilidad de que el radioenlace funcione por debajo del nivel de calidad especificado.

$$P_{\text{PROB CORTE}} = P(P_{r_{\text{INST}}} < P_u) = P(P_r - P_{r_{\text{INST}}} < M)$$

Modelo semiempírico de Barnett

$$P_{\text{PROB CORTE}} = 6 \cdot 10^{-7} a \cdot b \cdot f(\text{GHz}) \cdot [d(\text{km})]^3 \cdot 10^{-\frac{M(\text{dB})}{10}}$$

Por defecto

$$a = 1 \\ b = \frac{1}{4}$$

$$A_{\text{DISP}} = 1 - P_{\text{PROB CORTE}}$$

$A_{\text{DISP}} \equiv$ Disponibilidad del radioenlace

↳ La probabilidad de que el radioenlace funcione correctamente

$a \rightarrow$ Factor orográfico

$a = 4 \rightarrow$ Terreno muy liso y agua

$a = 1 \rightarrow$ Terreno normal

$a = \frac{1}{4} \rightarrow$ Terreno montañoso o escarpado

$b \rightarrow$ Factor climático

$b = \frac{1}{2} \rightarrow$ Clima húmedo (costa)

$b = \frac{1}{4} \rightarrow$ Clima normal (interior)

$b = \frac{1}{8} \rightarrow$ Clima muy seco

Nota: por defecto cogemos $a = 1$ $b = \frac{1}{4}$

ejemplo 19: calcular $P_{\text{PROB CORTE}}$ de radioenlace de 50km a 6GHz con $M = 40$ dB
suelo liso y clima húmedo

$$\hookrightarrow a = 4$$

$$\hookrightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$P_{\text{PROB CORTE}} = 6 \cdot 10^{-7} \cdot a \cdot b \cdot f \cdot d^3 \cdot 10^{-\frac{M}{10}} \\ = 6 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 50^3 \cdot 10^{-\frac{40}{10}} = 9 \cdot 10^{-5} = 0,009\%$$

$$A_{\text{DISP}} (\%) = 1 - P_{\text{PROB CORTE}} = 99,991\%$$

3.5 Diversidad

$$M \downarrow \rightarrow \text{PROB. CORTE} \uparrow$$

Idealmente $\begin{cases} A_{\text{disp}} = 100\% \\ \text{PROB. CORTE} = 0 \end{cases}$

En la práctica queremos $\begin{cases} A_{\text{disp}} \uparrow \uparrow \\ \text{PROB. CORTE} \downarrow \downarrow \end{cases}$

¿Cómo lo conseguimos?

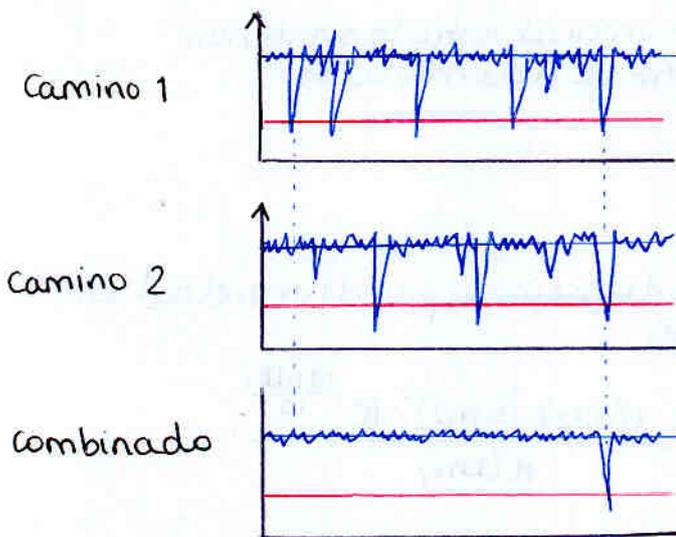
1- Aumentar M

- Bajar umbral $P_u \rightarrow$ bajar ruido P_n
- Aumentar Potencia Recibida $P_r \rightarrow \begin{cases} \text{Aumentar } G \text{ antenas} \\ \text{Aumentar } P_T \end{cases}$

2- Utilizar técnicas de diversidad

Consiste en proporcionar dos caminos distintos para la señal que estén lo más decorrelados posible de forma que cuando un camino se "corte", el otro siga funcionando.

Implica duplicar los recursos; pero esto puede ser más barato que apurar tecnológicamente un único camino.



Diversidad en frecuencia

utilizamos 2 frecuencias portadoras distintas para la misma información.

Distinta $f \rightarrow$ Distintas interferencias

$$\frac{\text{CON DIV}}{\text{PROB. CORTE}} = \frac{\text{SIN DIV}}{\text{PROB. CORTE}}$$

$I_{fd} \equiv$ Factor de mejora por diversidad en frecuencia.

$$I_{fd} = \frac{0.8}{f(\text{GHz}) \cdot d(\text{km})} \cdot \frac{\Delta f}{f} (\%) \cdot 10^{\frac{M(\text{dB})}{10}}$$

\searrow separación relativa entre frecuencias portadoras = parámetro de decorrelación

ejemplo 20: calcular A_{disp} de radioenlace de 80 km a 5 GHz con $M=40$ dB. Calcular A_{disp} nuevamente si se utiliza diversidad en frecuencia con $\frac{\Delta f}{f} = 5\%$ $a=4$ y $b=\frac{1}{2}$

sin diversidad

$$P_{\text{PROB CORTE}}^{\text{sin div}} = 6 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 80^3 \cdot 10^{-\frac{40}{10}} = 3 \cdot 10^{-4}$$

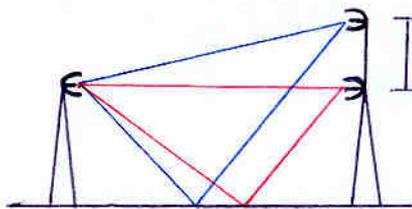
$$A_{\text{DISP}}^{\text{sin div}} = 1 - P_{\text{PROB CORTE}}^{\text{sin div}} = 0.9997$$

Con diversidad

$$I_{fd} = \frac{0.8}{5 \cdot 80} \cdot 5 \cdot 10^{\frac{40}{10}} = 100$$

$$P_{\text{PROB CORTE}}^{\text{con div}} = \frac{P_{\text{PROB CORTE}}^{\text{sin div}}}{I_{fd}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{100} = 3 \cdot 10^{-6}$$

Diversidad en espacio



$s \equiv$ separación vertical entre las antenas
↳ Parámetro de decorrelación

$$P_{\text{PROB CORTE}}^{\text{con div}} = \frac{P_{\text{PROB CORTE}}^{\text{sin div}}}{I_{sd}}$$

$I_{sd} \equiv$ Factor de mejora por diversidad en espacio

$$I_{sd} = 1.2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{f(\text{GHz}) \cdot [s(\text{m})]^2 \cdot 10^{\frac{M(\text{dB})}{10}}}{d(\text{km})}$$

ejemplo 21. calcular A_{disp} de radioenlace de 50 km a 2 GHz con $M=40$ dB y diversidad en espacio $s=10$ m. Suelo liso y clima húmedo

$$P_{\text{Prob corte}}^{\text{sin div}} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50^3 \cdot 10^{-\frac{40}{10}} = 3 \cdot 10^{-5}$$

$$I_{sd} = 1.2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 10^{\frac{40}{10}}}{50} = 48$$

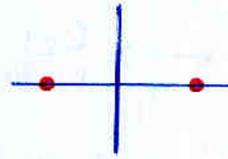
$$P_{\text{Prob corte}}^{\text{con div}} = \frac{P_{\text{Prob corte}}^{\text{sin div}}}{48} = 6.25 \cdot 10^{-7}$$

$$A_{\text{disp}}^{\text{con div}} = 1 - P_{\text{Prob corte}}^{\text{con div}} = 0.999999375$$

4. Modulaciones Digitales

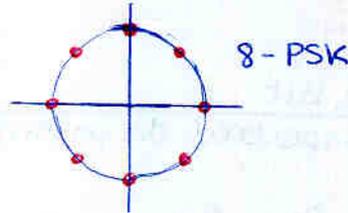
BPSK

- La más básica
- Muy robusta
- Poca eficiencia espectral: 1 bit/s/Hz

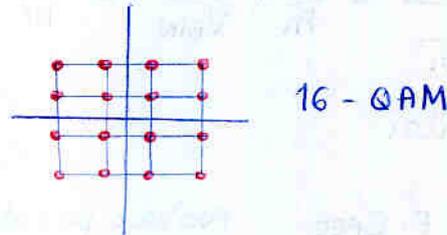


En la práctica se utilizan formatos de modulación más complejos

M-PSK : Phase Shift Keying



M-QAM : Quadrature Amplitude Modulation



Eficiencia espectral $\log_2 M$

Ancho de banda

$$B_{FI} = \frac{F \cdot C_{FEC} \cdot V_{BIN}}{\log_2 M}$$

$F \equiv$ Factor de filtrado
 $C_{FEC} \equiv$ Factor de forward error correction
 $V_{BIN} \equiv$ Velocidad binaria (bits/s)
 $M \equiv$ N° de símbolos de la constelación

Nota: por defecto $F = 1.5$
 $C_{FEC} = 1$

ejemplo 22 : Calcular ancho de banda para transmisión 16-QAM a 50 Mbps.

$$B = \frac{F \cdot C_{FEC} \cdot V_{BIN}}{\log_2 M} = \frac{1.5 \cdot 1 \cdot 50 \cdot 10^6}{\log_2 16} = 18.75 \text{ MHz}$$

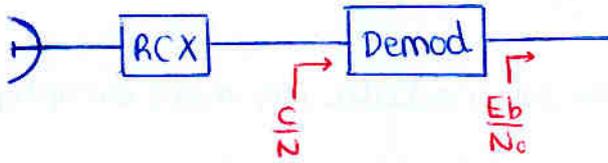
Lo mismo para una 64-QAM

$$B = \dots = 12.5 \text{ MHz}$$

Tasa de error de bit

BER \equiv Bit error rate

$$\frac{C}{N} \Big|_{\min} \longleftrightarrow \frac{E_b}{N_0} \Big|_{\min} \longleftrightarrow \text{BER}_{\max}$$



$\frac{E_b}{N_0} \equiv \frac{\text{Energía de bit}}{\text{Densidad espectral de potencia de ruido}}$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_r \cdot T_{\text{bit}}}{P_n \cdot \frac{1}{B_{FI}}} = \frac{P_r}{P_n} \cdot \frac{B_{FI}}{V_{BIN}} = \frac{C}{N} \cdot \frac{F \cdot C_{FEC} \cdot V_{BIN}}{\log_2 M \cdot V_{BIN}}$$

resultando:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{N} \cdot \frac{F \cdot C_{FEC}}{\log_2 M}$$

Nota: por defecto

$$F \cdot C_{FEC} = 1.5$$

$$\frac{C}{N} = \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{\log_2 M}{F \cdot C_{FEC}}$$

Para calcular BER se pueden utilizar gráficas y tablas o ciertas expresiones teóricas que se basan en la función complementaria de la densidad Gaussiana $G(x)$

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Aproximamos por una expresión más sencilla (para $x \geq 3$)

$$G(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot x} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{para } x \geq 3$$

Importante: Para obtener

$\frac{E_b}{N_0} \Big|_{\min}$ a partir de BER_{\min} ,
despejar x en función
de $G(x)$ \rightarrow no se puede

se resuelve
iterativamente

Expresiones para el cálculo de BER

• BPSK: $\text{BER} = G\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}}\right)$

• M-PSK: $\text{BER} = \frac{2}{\log_2 M} \cdot G\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} \cdot \log_2 M \cdot \sin \frac{\pi}{M}}\right)$

• M-QAM: $\text{BER} = \frac{4}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) G\left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M-1} \frac{E_b}{N_0}}\right)$

ejemplo 23: Calcular BER para radioenlace con $\frac{E_b}{N_0} = 20 \text{ dB}$
y las siguientes modulaciones BPSK, 16-PSK, 16-QAM, 64-QAM

$$\frac{E_b}{N_0} = 20 \text{ dB} = 100$$

$$\text{BPSK} \Rightarrow \text{BER} = G\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}}\right) = G(\sqrt{200}) = 1'05 \cdot 10^{-45}$$

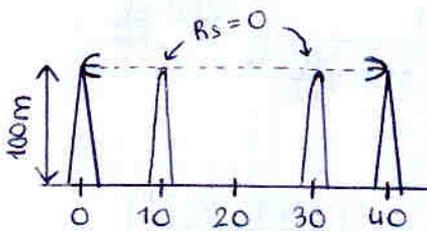
$$16\text{-PSK} \Rightarrow \text{BER} = \frac{2}{\log_2 16} \cdot G\left(\sqrt{2 \cdot 100 \cdot \log_2 16 \cdot \sin \frac{\pi}{16}}\right) = 8'84 \cdot 10^{-9}$$

$$16\text{-QAM} \Rightarrow \text{BER} = \frac{4}{\log_2 16} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{16}}\right) G\left(\sqrt{\frac{3 \cdot \log_2 16}{15} \cdot 100}\right) = 1'42 \cdot 10^{-19}$$

$$64\text{-QAM} \Rightarrow \text{BER} = \frac{4}{\log_2 64} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{64}}\right) \cdot G\left(\sqrt{\frac{3 \cdot \log_2 16}{63} \cdot 100}\right) = 2'72 \cdot 10^{-8}$$

Problema 2

calcular la BERmax que corresponde a una Prob corte = 10^{-3} en:



$$k_{\text{perfil}} = \infty$$

$$k_{\text{prob}} = 4/3$$

$$a = 1 \quad b = 1/4$$

$$f = 4 \text{ GHz}$$

$$\text{PIRE} = 50 \text{ dBW}$$

$$G_R = 30 \text{ dB}$$

$$F = 6 \text{ dB}$$

Señal 32-PSK a 150 Mbps

Resumen del problema:

$$\text{BER}_{\text{max}} \rightarrow \frac{E_b}{N_0} \text{ min} \rightarrow \frac{C}{N} \text{ min} \rightarrow \begin{cases} P_u \\ P_n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_r \rightarrow \text{Balance de Potencias} \\ M \rightarrow \text{Prob corte} \end{cases}$$

Así que vamos calculando:

$$h_{\text{obs}} = 117'66 \text{ m}$$

$$h_M = -11'76 \text{ m}$$

$$R_1 = 22'36 \text{ m}$$

$$\text{LDIF}(T_0, O_2) = \text{LDIF}(O_1, O_2, R) = 11'3 \text{ dB}$$

$$\text{LDIF}_{\text{TOT}} = 23'11 \text{ dB}$$

$$L_{\text{prop}} = 159'64 \text{ dB}$$

$$P_r = -79'64 \text{ dBW}$$

$$\text{Prob corte} = 10^{-3} \rightarrow M = 15'84 \text{ dB}$$

↑
modelo
semiempírico
de Bartlett

$$B = 45 \text{ MHz} \rightarrow P_n = -121'47 \text{ dBm}$$

$$\begin{matrix} P_r \\ M \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} P_u \\ P_n \end{matrix} \rightarrow \frac{C}{N} \text{ min} = 25'99 \text{ dB}$$

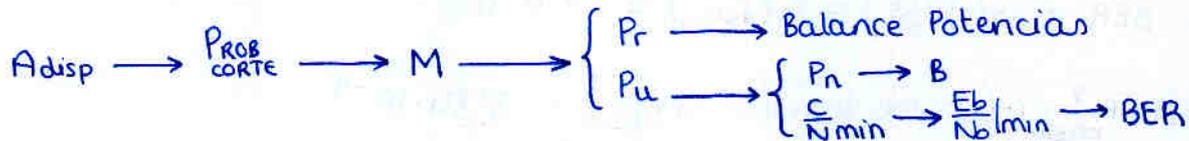
$$\frac{C}{N} \text{ min} \rightarrow \frac{E_b}{N_0} \text{ min} = 119'16$$

$$\text{BER}_{\text{max}} = 1'56 \cdot 10^{-4}$$

Problema 1. Calcular A_{disp} de radioenlace de 50km a 3GHz si se requiere $BER_{max} = 10^{-9}$.

PIRE = 40 dBW $G_R = 35$ dB $F = 8$ dB
 256 - QAM a 150 Mbps

Planteamiento:



¿Cómo hacemos $BER \rightarrow \frac{E_b}{N_0}|_{min}$

PSK: $BER_{max} = G\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}|_{min}}\right)$

$G(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x e^{-\frac{x^2}{2}}$

• Empezamos calculando la $\frac{E_b}{N_0}|_{min}$ correspondiente a $BER_{max} = 10^{-9}$ para 256 - QAM

$$BER_{max} = \frac{4}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) G\left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M-1} \cdot \frac{E_b}{N_0}|_{min}}\right)$$

$$= 0.47 \cdot G\left(0.31 \sqrt{\frac{E_b}{N_0}|_{min}}\right)$$

$$\approx 0.47 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 0.31 \sqrt{\frac{E_b}{N_0}}} e^{-\frac{0.31^2}{2} \frac{E_b}{N_0}}$$

Recuerda: En esta ecuación (E_b/N_0) está en lineal.

por tanto:

$$\frac{0.61}{\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}} e^{-0.048 \frac{E_b}{N_0}} = 10^{-9} \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{0.048} \ln\left(\frac{0.61 \cdot 10^9}{\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}\right)$$

$\frac{E_b}{N_0}|_{min} = 360.12$

se obtiene $\frac{E_b}{N_0}$ por un proceso iterativo (valor inicial 1)

$1 \rightarrow 421.44 \rightarrow 358.48 \rightarrow 360.17 \rightarrow 360.12$

• Calculamos $\frac{C}{N}_{min}$

$\frac{C}{N}|_{min} = \frac{E_b}{N_0}|_{min} \frac{\log_2 M}{F \cdot C_{FEC}} = 360.12 \cdot \frac{\log_2 256}{1.5} = 1920.64 = 32.83$ dB

todo en lineal

a partir de ahora trabajaremos en logarítmico

• $B \rightarrow P_n$

$B = \frac{F \cdot C_{FEC} \cdot V_{BIN}}{\log_2 M} = \frac{1.5 \cdot 150 \cdot 10^6}{\log_2 256} = 28.125 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 28.125 \text{ MHz}$

por def = 0

$P_n(\text{dBW}) = -144 + 10 \log B(\text{MHz}) + F(\text{dB}) - L_R(\text{dB})$
 $= -121.51 \text{ dBW}$

• $P_u = P_n + \frac{C}{N}|_{min} = -88.68 \text{ dBW}$

Comprobamos obstáculos :

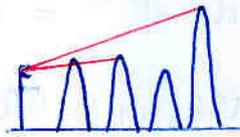
• Altura del rayo en obstáculo 1

$$h_R = \frac{100 + 155'32}{2} = 127'66 \text{ m} > h_{obs_1}^{corr}$$

↳ El obstáculo 1 no es dominante

importante: si hubiera dado $h_R < h_{obs_1}$, aún no podemos asegurar que sea dominante! Habría que comprobar la h_R si llegase al obstáculo 4.

ej



• obstáculo 2.

$$h_R = \frac{100 + 163'55}{2} = 131'78 \text{ m} < h_{obs_2}$$

⇒ obstáculo 2 es dominante

por tanto:

$$L_{DIF}^{TOT} = L_{DIF}(TO_1O_2) + L_{DIF}(TO_2O_4) + L_{DIF}(O_2O_3O_4) + L_{DIF}(O_2O_4R) + 10 \log \frac{(d_1+d_2+d_3+d_4)(d_3+d_4+d_5)}{(d_3+d_4)(d_1+d_2+d_3+d_4+d_5)}$$

• $L_{DIF}(TO_1O_2)$

$$h_m = h_R - h_1^{corr} = 4'11 \text{ m}$$

$$R_1 = 17'32 \sqrt{\frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 20}} = 27'39 \text{ m}$$

$$\frac{h_m}{R_1} = 0'15$$

$$R_s = -0'7$$

$$L_{DIF} = 11'69 \text{ dB}$$

• $L_{DIF}(TO_2O_4)$

$$h_m = -23'54 \text{ m}$$

$$R_1 = 38'73 \text{ m}$$

$$L_{DIF}(TO_2O_4) = 25'71 \text{ dB}$$

• $L_{DIF}(O_2O_3O_4)$

$$h_m = 4'12 \text{ m}$$

$$R_1 = 27'39 \text{ m}$$

$$L_{DIF}(O_2O_3O_4) = 13'87 \text{ dB}$$

• $L_{DIF}(O_2O_4R)$

$$h_m = -11'78 \text{ m}$$

$$R_1 = 31'62 \text{ m}$$

$$L_{DIF}(O_2O_4R) = 16'15 \text{ dB}$$

$$L_{DIF}^{TOT} = 68'21 \text{ dB}$$

$$FSL = 132'45 \text{ dB}$$

$$L_{prop} = 200'61 \text{ dB}$$

Problema

Radioenlace digital de 50 km a 2 GHz para transportar señales 64-QAM a 150 Mbps

$P_T = 25 \text{ dBW}$
 $k_{\text{perfil}} = \infty$

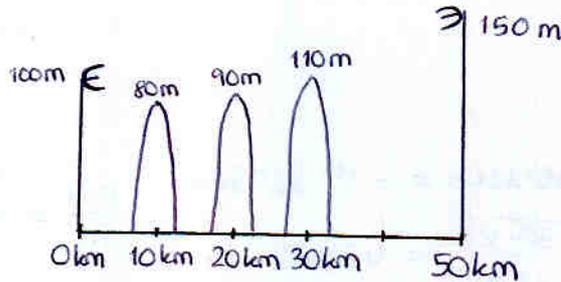
$F = 10 \text{ dB}$
 $k_{\text{prob}} = 4/3$

$G_T = G_R = 45 \text{ dB}$

Altura antena $\left\{ \begin{array}{l} T_x: 100 \text{ m} \\ R_x: 150 \text{ m} \end{array} \right.$

Perfil de obstáculos

Obstáculo	1	2	3
d(km)	10	20	30
h_obs(m)	80	90	110
R_s	-0.7	-0.5	-0.9



a) Lprop

1. Comprobar que obstáculos son dominantes

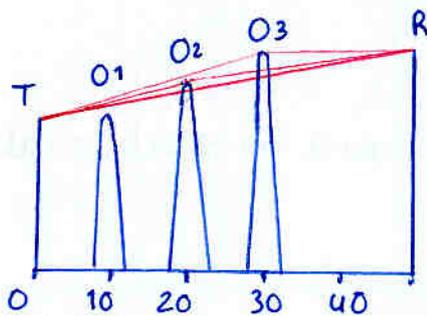
$$b_k = 0.07849 \cdot d_1(\text{km}) \cdot d_2(\text{km}) \cdot \left[\frac{1}{k_{\text{prob}}} - \frac{1}{k_{\text{perfil}}} \right]$$

$$b_{k1} = 0.07849 \cdot 10 \cdot 40 \left(\frac{3}{4} \right) = 23.547 \text{ m} \rightarrow h_{\text{obs}_1}^{\text{corr}} = 103.547$$

$$b_{k2} = 0.07849 \cdot 20 \cdot 30 \left(\frac{3}{4} \right) = 35.3205 \text{ m} \rightarrow h_{\text{obs}_2}^{\text{corr}} = 125.3205 \text{ m}$$

$$b_{k3} = 0.07849 \cdot 30 \cdot 20 \left(\frac{3}{4} \right) = 35.3205 \text{ m} \rightarrow h_{\text{obs}_3}^{\text{corr}} = 145.3205 \text{ m}$$

a escala aprox:



Por tanto ya sabemos:

- O1 no dominante
- O2 no dominante
- O3 dominante

Altura de los rayos

rayo T-R $h_R(\text{m}) = 100 + d_1(\text{km})$

- en O1 = 110 m > obs1 → no es dom
- en O2 = 120 m < obs2 → dom?
- en O3 = 130 m < obs3 → dom?

rayo T → O3 $h(\text{m}) = 100 + d_1(\text{km}) \cdot 1.510683$

- en O2 = 130.21 m > obs2 → no es dom
- en O1 = 115.10 m > obs1

nota: se obtiene la ecuación sustituyendo (0 km, 100 m) (30 km, 145.32 m)

rayo O2 → R $h(\text{m}) = 0.82265 d_1(\text{km}) + 108.8675$

- 125.3205 = A · 20 km + B
- 150 = A · 50 km + B
- en O3 = 133.547 < obs3 → dom

Por tanto: $L_{\text{DIF}}^{\text{Tot}} = L_{\text{DIF}}(T O_1 O_3) + L_{\text{DIF}}(T O_2 O_3) + L_{\text{DIF}}(T O_3 R)$

$L_{\text{DIF}}(T O_1 O_3)$

$h_M = 115.10 - 103.547 = 11.553 \text{ m}$

$R_1(\text{m}) = 17.32 \sqrt{\frac{d_1(\text{km}) \cdot d_2(\text{km})}{f(\text{GHz}) \cdot (d_1 + d_2)}} = 17.32 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 40}{2 \cdot 50}} = 34.64 \text{ m} = 17.32 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{2 \cdot 30}} = 31.6218$

considera la trayectoria ACTUAL

el hecho de q O2 sea 'dominante' en el rayo TR no implica que lo pongamos aquí

$\frac{h_M}{R_1} = 0.365349 < 0.6 \Rightarrow L_{\text{DIF}}(T O_1 O_3) = [1.6 R_s^2 - 21.7 R_s + 10] (0.6 - \frac{h_M}{R_1}) = 6.095 \text{ dB}$

esto es negativo

$L_{DIF}(TO_2O_3)$

$$h_m = 130'21 - 125'3205 = 4'8895 \text{ m}$$

$$R_1 = 17'32 \cdot \sqrt{\frac{d_1(\text{km}) \cdot d_2(\text{km})}{f(\text{GHz}) \cdot [d_1 + d_2]}} = 17'32 \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 10}{2 \cdot 30}} = 31'6218 \text{ m}$$

$$\frac{h_m}{R_1} = 0'15462 < 0'6 \Rightarrow L_{DIF}(TO_2O_3) = [1'6R_s^2 - 21'7R_s + 10] \left(0'6 - \frac{h_m}{R_s}\right) = 9'464 \text{ dB}$$

no!
 ↑ no se porque a veces me rayo

$L_{DIF}(TO_3R)$

$$h_m = 130 - 145'3205 = -15'3205 \text{ m}$$

$$R_1 = 17'32 \cdot \sqrt{\frac{30 \cdot 20}{2 \cdot 50}} = 42'4252 \text{ m}$$

$$\frac{h_m}{R_1} = -0'36112 < 0'6$$

$$\Rightarrow L_{DIF}(TO_3R) = \dots = 29'6274 \text{ dB}$$

$$L_{DIFTOT} = L_{DIF}(TO_1O_3) + L_{DIF}(TO_2O_3) + L_{DIF}(TO_3R) = 45'1864 \text{ dB}$$

en este caso no hay terminos de corrección

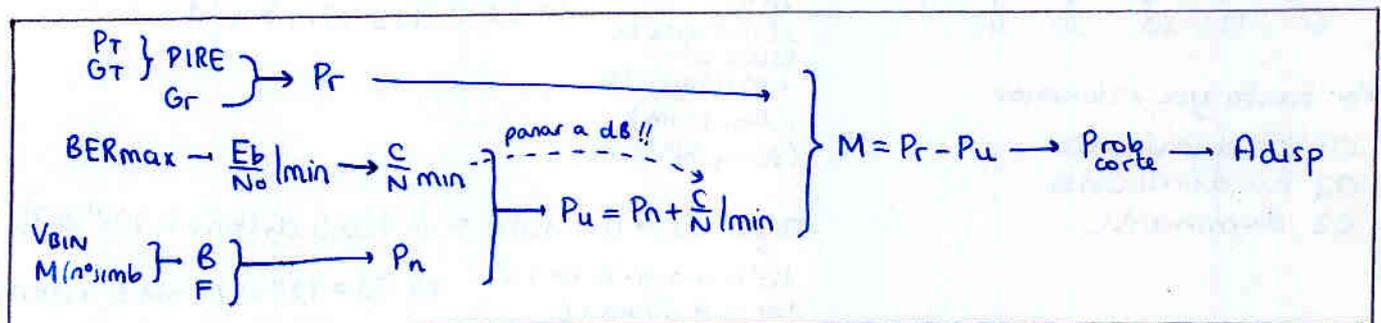
$$FSL = 92'45 + 20 \log d(\text{km}) + 20 \log f(\text{GHz})$$

$$\begin{aligned} \uparrow \text{no olvidar!} \\ &= 92'45 + 20 \log 50 + 20 \log 2 \\ &= 132'45 \text{ dB} \end{aligned}$$

$$L_{prop} = FSL + L_{DIFTOT} = 177'63 \text{ dB}$$

b) Calcular la disponibilidad del radioenlace para un nivel de calidad equivalente a una BER_{max} de 10^{-9} .

Planteamiento:



$$PIRE = P_T - \underbrace{L_T}_{\text{por def } \emptyset} + G_T = 25 \text{ dBW} + 45 \text{ dB} = 70 \text{ dBW}$$

$$P_R = PIRE - L_{prop} + G_R = 70 \text{ dBW} - 177'63 \text{ dB} + 45 \text{ dB} = -62'63 \text{ dBW}$$

$$B = \frac{\underbrace{F \cdot C_{FEQ}}_{\text{por def } 1's} \cdot V_{BIN}}{\log_2 M} = \frac{1'5 \cdot 150 \cdot 10^6}{\log_2 64} = 37'5 \text{ MHz}$$

$$P_n \text{ (dBW)} = -144 + 10 \log B(\text{MHz}) + F(\text{dB}) - \underbrace{L_R}_{\text{por def } \emptyset} = -118'2597 \text{ dBW}$$

↑ caso sencillo (suponemos)

$$\begin{aligned}
 64\text{-QAM} \Rightarrow \text{BER} &= \frac{4}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) G\left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M-1}} \frac{E_b}{N_0}\right) \\
 &= \frac{7}{12} \cdot G\left(\sqrt{\frac{2}{7}} \frac{E_b}{N_0}\right) \\
 &= \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} \frac{E_b}{N_0}} e^{-\frac{\frac{2}{7} \frac{E_b}{N_0}}{2}} = \frac{7}{24} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi}{7}} \frac{E_b}{N_0}} \cdot e^{-\frac{1}{7} \frac{E_b}{N_0}}
 \end{aligned}$$

despejando $\frac{E_b}{N_0}$ del exponente:

$$\frac{E_b}{N_0} = -7 \cdot \ln\left(\text{BER} \cdot \frac{24}{7} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{7}} \frac{E_b}{N_0}\right) \quad \text{con } \text{BER} = 10^{-9}$$

se resuelve iterativamente

$$\frac{E_b}{N_0} = 10 \rightarrow 131'18 \rightarrow 122'17 \rightarrow 122'42 \rightarrow 122'42 \rightarrow 122'42$$

$$\frac{E_b}{N_0} \Big|_{\min} = 122'42 \quad (\text{en lineal!!})$$

$$\frac{C}{N_{\min}} = \frac{E_b}{N_0 \min} \cdot \frac{\log_2 M}{\underbrace{F \cdot C}_{\text{por def} = 1.5} \cdot \text{Fec}} = 122'45 \cdot \frac{\log_2 64}{1.5} = 489'8$$

$$\frac{C}{N} \Big|_{\min} = 10 \log(489'8) = 26'9 \text{ dB} \quad \leftarrow \text{no olvidar pasar a dB!!}$$

$$P_u = P_n + \frac{C}{N} \Big|_{\min} = -118'2597 \text{ dBW} + 26'9 \text{ dB} = -90'3597 \text{ dBW}$$

$$M = P_r - P_u = -62'63 \text{ dBW} - -90'3597 \text{ dBW} = 27'73 \text{ dB}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Prob}_{\text{corte}} &= 6 \cdot 10^{-7} \cdot \underset{\uparrow}{a} \cdot \underset{\uparrow}{b} \cdot f(\text{GHz}) \cdot d(\text{km})^3 \cdot 10^{-\frac{M(\text{dB})}{10}} \\
 &= 6 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot [50]^3 \cdot 10^{-\frac{27'73}{10}} = 6'3246 \cdot 10^{-5}
 \end{aligned}$$

↑ $\frac{1}{4}$ - por defecto

$$A_{\text{disp}} = 1 - \text{Prob}_{\text{corte}} = 0'99993675 = 99'994 \%$$

c) calcular nuevamente la disponibilidad del radioenlace para el mismo nivel de calidad, si ahora se utiliza diversidad en frecuencia con $\frac{\Delta f}{f} = 5\%$

$$\text{factor de mejora } Id_f = \frac{0.8}{f(\text{GHz}) \cdot d(\text{km})} \cdot \frac{\Delta f}{f} (\%) \cdot 10^{\frac{M(dB)}{10}}$$

$$= \frac{0.8}{2 \times 50} \cdot 5 \times 10^{\frac{27.73}{10}} = 23.717$$

$$\frac{\text{condur}}{\text{Prob corte}} = \frac{P_{\text{sin dnr}}}{\text{Prob corte}} = \frac{5.3246 \cdot 10^{-5}}{23.717} = 2.245 \cdot 10^{-6}$$

$$A_{\text{disp}} = 1 - P_{\text{corte}} = 99.9997\% \text{ del tiempo}$$